

5^o ESO



Matemáticas

Rodolfo Esteve / Maribel Deusa / Pascual Montesinos
Ernesto Veres / Antonio J. Ramírez

Este libro corresponde al cuarto curso opción B de la Educación Secundaria Obligatoria, área de Matemáticas y forma parte de los materiales curriculares de Editorial ECIR.

Fotografía. Archivo ECIR/FOTOLIA/ISTOCK PHOTO
Ilustración Portada: Tacoma Narrows Bridge, Washington

Ilustraciones. Salvador Ferrando/Diseño gráfico ECIR/Kino Garrido
Diseño e ilustración cubierta. Valverde Iborra

Diseño de interior. Diseño gráfico ECIR
Edición. Editorial ECIR
Impresión. Industrias gráficas ECIR (IGE)

© ES PROPIEDAD
Rodolfo Esteve Arolas
Maribel Deusa Francés
Pascual Montesinos Estevan
Ernesto Veres Ferrer
Antonio J. Ramírez Fernández
Editorial ECIR, S.A

Depósito legal: V-3136-2008
I.S.B.N.: 978-84-9826-401-2
Impreso en España – *Printed in Spain*

Reservados todos los derechos. Ni la totalidad, ni parte de este libro puede ser reproducido o transmitido mediante procedimientos electrónicos o mecanismos de fotocopia, grabación, información o cualquier otro sistema, sin el permiso escrito del editor.

Descubre tu libro



Presentación de la Unidad

- Título de la unidad.
- Fotografías relativas al tema que ilustran el contenido de la unidad.
- Algunas ideas relacionadas con el tema que presentan ejemplos pasados, presentes o futuros de aplicación de sus contenidos.

Desarrollo de la Unidad

- Los epígrafes se estructuran en una exposición teórica donde se destacan claramente las definiciones de términos matemáticos y ejemplos desarrollados de su aplicación.
- Fácil identificación de los ejemplos gracias al icono que los representa.
- En los márgenes de las páginas se inserta información adicional que contribuye a la comprensión de la teoría.
- En ocasiones la información más relevante queda resaltada mediante dibujos que hacen hincapié en su importancia.
- Al final de cada epígrafe suelen proponerse varios ejercicios. De este modo puede practicarse lo aprendido antes de pasar a los conceptos siguientes.

TEMA 3

POLINOMIOS

1 POLINOMIOS CON UNA INDETERMINADA

Supón el número de monomios puede ser...
 Con dos monomios, término: $2x + 3$; $3x^2 - x$; $1 + 7x$
 Con tres monomios, término: $3x^2 - 5x + 1$; $3 + 4x - x^2$

EJERCICIOS

1. Dados los polinomios $P(x) = 2x^2 - 5x + 4$, $Q(x) = 3x^2 - 3x^2 + x - 6$, $2x^2$ y $R(x) = x^2 - 3x^2 + x - 8$ no pida:
 a) Ordenados.
 b) Indica si están o no completos.
 c) Indica su grado y su término independiente.
 d) Indica su coeficiente principal.

OPERACIONES CON POLINOMIOS

A) Suma.
 La suma de dos polinomios es otro polinomio que se obtiene sumando los coeficientes de los monomios semejantes.
 El polinomio opuesto de $A(x)$ se obtiene cambiando de signo todos los coeficientes y los designamos por $-A(x)$.

B) Resta.
 Para restar dos polinomios $A(x)$ y $B(x)$ sumaremos $A(x)$ con el opuesto de $B(x)$.

El grado del polinomio resultante al sumar o restar dos polinomios es menor o igual que el mayor de los grados de los polinomios que se suman o restan.

EJEMPLOS

1. Dados los polinomios $A(x) = -4x^2 - 6x^2 + x + 5$ y $B(x) = 3x^2 + 2x^2 - 2^2 + 5x - 1$, hallar $A(x) + B(x)$ y $A(x) - B(x)$
 Para facilitar la operación escribimos los polinomios haciendo coincidir los monomios semejantes.

$$\begin{array}{r} A(x) = -4x^2 - 6x^2 + x + 5 \\ B(x) = 3x^2 + 2x^2 - 2^2 + 5x - 1 \\ \hline A(x) + B(x) = -4x^2 - 6x^2 + x + 5 + 3x^2 + 2x^2 - 2^2 + 5x - 1 \\ \hline = -x^2 - 4x^2 + x + 5 - 4 + 5x - 1 \\ \hline = -4x^2 + x + 5 - 4 + 5x - 1 \\ \hline = -4x^2 - 2x^2 + 6x + 4 \end{array}$$

EJERCICIOS

1. Efectúa las operaciones indicadas con los polinomios siguientes:
 $A(x) = 5 - 4x^2 + 2x - 5x$ $B(x) = -2x^2 + 1 - 3x^2 + x^3$ $C(x) = x^2 - 6x^2 + 2x - 5x + 7$
 a) $A(x) + B(x) - C(x)$ b) $A(x) - [B(x) + C(x)]$ c) $-B(x) + C(x)$
 2. ¿Qué polinomio hay que restar a $P(x) = 3x^2 - 6x^2 + 2x^2 + x - 1$, para obtener el polinomio $R(x) = x^2 + 4x^2 - 3x^2 - 2x - 4$?
 3. Si $A(x) = ax^2 - bx + 2$, $B(x) = -3x^2 + 5x + 3$ y $C(x) = 2x^2 - x + c$, calcula a , b , c para que $A(x) - B(x) = C(x)$

NÚMEROS REALES

Del 51 al 53. Da cada una de las cuestiones planteadas un número cuando respondas. Contesta a cada una de ellas en verdadero o falso.

51 Si una circunferencia tiene 8 cm. de radio, entonces:
 a) Su longitud es exactamente 62,8 cm.
 b) El área del círculo es aproximadamente 314,16 cm².
 c) No se puede expresar con cifras el valor exacto de la longitud de la circunferencia.
 d) El área del círculo, en cm², es cinco veces mayor que la longitud de la circunferencia, en cm.

52 Si $X = 432857$, entonces:
 a) 43 es un redondeo de 43,2.
 b) 43,2 es una aproximación decimal hasta los decimales por defecto.
 c) 43,26 es una mejor aproximación que 43,26.
 d) 43,260 es un redondeo hasta las milésimas.

53 Si a es un número irracional y b es un número real cualquier, entonces:
 a) $a + b$ es un número irracional.
 b) $a + b$ es un número irracional.
 c) $a + b$ es un número irracional.
 d) $a + b$ es un número irracional.

54 Da la figura siguiente se deduce que:
 a) $a + b = c$
 b) $a + b = c$
 c) $a + b = c$
 d) $a + b = c$

55 Da la figura siguiente se deduce:
 a) $|a| = |a|$
 b) $a > a$
 c) $a = -a$
 d) $a > a$

56. ¿En cierto que $\frac{1}{100} = 1\%$? Justifica la respuesta.

57 En un cuadrado de 20 m² de área, calcula:
 a) El valor exacto de su perímetro.
 b) Un redondeo hasta las milésimas de dicho valor.

58 En un cuadrado de lado 5 cm. Halla una aproximación hasta las décimas del valor de su diagonal.

59 El cuadrado de la siguiente figura tiene 3 cm. de lado.
 Calcula el perímetro y el área del círculo circunscrito.
 Da el valor exacto y un valor redondeado hasta las milésimas.

60 El cuadrado de la figura tiene 5 cm. de lado.
 Calcula el perímetro y el área del círculo inscrito. Da el valor exacto y un redondeo hasta las milésimas.

APROXIMACIONES, ERROR Y ACOTACIÓN DE ERRORES

61 Halla un valor por defecto del número 8 con un error menor que una milésima.

62 Se le toma 3,124 como un valor aproximado de 3,1230489, ¿qué error se le comete?

63 Da un valor aproximado $\sqrt{2}$ de con un error menor que una milésima.

64 Calcula la longitud de la diagonal de un cuadrado de lado 1,5 cm con un error menor que un milésimo.

65 Realiza los siguientes redondeos:
 a) 4220 a milésimas.
 b) 305 a centésimas.
 c) 23,264 a décimas.
 d) 42345 a milésimas.

66 125,62 entera 45,3248 a milésimas

AUTOEVALUACIÓN

1. El número real $\sqrt{3}$ se puede escribir como:
 a) $\frac{1}{3}$ b) 1,73205... c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ d) $\frac{1}{3\sqrt{3}}$

2. Los puntos a que verifican la desigualdad $2 < a < 5$ son los que se encuentran en el intervalo:
 a) $[2, 5]$ b) $[2, 5[$ c) $]2, 5]$ d) $]2, 5[$

3. La afirmación "un número irracional no puede ser escrito como el cociente de dos enteros" es:
 a) Falsa. b) Verdadera.
 c) Cierta para los números racionales. d) Nada de lo anterior.

4. El conjunto de los números reales está formado por:
 a) Los números racionales y los enteros negativos. b) Los números racionales y los enteros.
 c) Los números racionales y los números irracionales. d) Nada de lo anterior.

5. ¿Cuál es el valor absoluto de $7 - \sqrt{5}$?
 a) $7 - \sqrt{5}$ b) $7 + \sqrt{5}$ c) $7 - \sqrt{5}$ d) $7 + \sqrt{5}$

6. ¿Qué números reales verifican la siguiente igualdad: $|x + 5| = |x + 4|$?
 a) Solo el número 4. b) $x = 9$
 c) No existe ningún número que cumpla la igualdad. d) Nada de lo anterior.

7. La expresión $1 + \sqrt{2}$ equivale a:
 a) 47,45. b) 4,6. c) 1,71. d) Nada de lo anterior.

8. La expresión $|x - 5| < 1$ equivale a:
 a) $x = 3,6$. b) $4,6 < x < 1$.
 c) Solo el número 4. d) $-5 < x < 1$.

9. ¿Cuál es un valor aproximado de $\sqrt{2}$ con un error menor que:
 a) 0,001. b) No es un valor aproximado, es un valor exacto.
 c) 0,0001. d) Nada de lo anterior.

10. El conocimiento del error absoluto y el error relativo es una medida que hemos efectuado, nos informa de:
 a) cómo hemos utilizado el instrumento adecuado. b) el grado de aproximación y la calidad de la medida.
 c) No tiene apenas interés para la medición. d) Nada de lo anterior.

Cierre de la unidad

- En las últimas páginas de cada tema se incluye un conjunto de ejercicios para poder trabajar los conceptos desarrollados en la unidad.
- El tema concluye con una autoevaluación tipo test que sirve para poner a prueba la asimilación de los contenidos estudiados. Al mismo tiempo permite trabajar la autonomía e iniciativa personales.

ÍNDICE

TEMA 1. EL NÚMERO REAL 6

1. Revisión de operaciones	8
2. Los números irracionales	10
3. Los números reales: la recta real	11
4. Intervalos	12
5. Valor absoluto: distancia	13
6. Estimaciones, aproximaciones, redondeos y errores	16
Ejercicios	18
Autoevaluación	21

TEMA 2. POTENCIAS Y RAÍCES 22

1. Potencias. Propiedades	24
2. Raíz cuadrada. Operaciones	25
3. Operaciones con raíces cuadradas	26
4. Transformaciones	27
5. Raíces de índice “ n ”	29
6. Operaciones con radicales	30
7. Potencias de exponente fraccionario	31
Ejercicios	32
Autoevaluación	35

TEMA 3. POLINOMIOS 36

1. Polinomios con una indeterminada	38
2. Operaciones con polinomios	39
3. División por $(x-a)$. Regla de Ruffini.....	42
4. Valor numérico de un polinomio. Teorema del resto	43
5. Factorización de polinomios	44
Ejercicios	46
Autoevaluación	49

TEMA 4. ECUACIONES DE 1^{er} Y 2^o GRADO ... 50

1. Ecuaciones de primer grado.....	52
2. Ecuaciones de segundo grado	53
3. Suma y producto de las raíces	56
4. Ecuaciones reducibles a cuadráticas	58
5. Aplicación de las ecuaciones a la resolución de problemas.....	60
Ejercicios	62
Autoevaluación	65

TEMA 5. SISTEMA DE ECUACIONES 66

1. Sistema de ecuaciones lineales.....	68
2. Método de reducción.....	69
3. Método de igualación.....	70
4. Método de sustitución	71
5. Método gráfico	72
6. Sistema de ecuaciones no lineales.....	74
7. Resolución de problemas.....	75
Ejercicios	76
Autoevaluación	79

TEMA 6. PROPORCIONALIDAD 80

1. Magnitudes directa e inversamente proporcionales.....	82
2. Proporcionalidad compuesta.....	83
3. Repartos proporcionales.....	84
4. Porcentajes. Porcentajes encadenados.....	85
5. Interés simple y compuesto. Anualidades.....	87
6. Resolución de problemas financieros con hoja de cálculo.....	90
Ejercicios	92
Autoevaluación	95

TEMA 7. GEOMETRÍA EN EL PLANO 96

1. Vectores en el plano.....	98
2. Componentes de un vector	99
3. Módulo de un vector. Distancia en el plano	100
4. Operaciones con vectores	101
5. Punto medio de un segmento.....	103
6. Ecuación de la recta en el plano	104
7. Paralelismo de rectas	106
Ejercicios	108
Autoevaluación	111

TEMA 8. SEMEJANZA EN EL PLANO112

1. Traslaciones y giros	114
2. Homotecia en el plano	116
3. Semejanza en el plano.....	118
4. Áreas y volúmenes de figuras semejantes	119
5. Teorema de tales. Aplicaciones	121
Ejercicios	124
Autoevaluación	127

TEMA 9. TRIGONOMETRÍA.....128

1. Coseno de un ángulo agudo	130
2. Seno de un ángulo agudo	132
3. Tangente de un ángulo agudo	133
4. Relaciones entre razones trigonométricas	134
5. Razones de los ángulos de 30° , 45° y 60°	136
6. Otras razones trigonométricas	137
7. Aplicaciones.....	138
Ejercicios.....	140
Autoevaluación.....	143

TEMA 10. FUNCIONES Y GRÁFICAS144

1. Relaciones funcionales. Función	146
2. Dominio de una función	147
3. Gráficas simétricas	149
4. Sentido de variación de una función. Extremos	150
5. Extremos de una función	151
6. Puntos de corte con los ejes	153
7. Resolución de ecuaciones con calculadora gráfica	154
8. Funciones periódicas	156
9. Funciones continuas	157
Ejercicios.....	158
Autoevaluación.....	161

TEMA 11. FUNCIONES USUALES.....162

1. La función afín.....	164
2. La función cuadrática.....	167
3. Funciones definidas a trozos.....	170
4. La función exponencial.....	171
5. Función de proporcionalidad inversa	172
6. Tasa de variación media.....	174
7. Aplicaciones.....	175
Ejercicios.....	176
Autoevaluación.....	181

TEMA 12. ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA UNIDIMENSIONAL182

1. Fases de un estudio estadístico.....	184
2. Tabla de frecuencias	185
3. Gráficos asociados a una tabla de frecuencias	187
4. Parámetros de posición	190
5. Parámetros de dispersión.....	193
6. Dispersión relativa: coeficiente de variación	195
7. Diagramas de caja	196
Ejercicios.....	198
Autoevaluación.....	201

TEMA 13. PROBABILIDAD202

1. Experimentos aleatorios y sucesos	204
2. Probabilidad.....	206
3. Probabilidad condicionada: dependencia e independencia de sucesos	208
4. Tablas de contingencia	210
Ejercicios.....	212
Autoevaluación.....	215

SOLUCIONARIO.....216

TEMA 1

EL NÚMERO REAL



El “Hombre de Vitruvio” lo realizó Leonardo da Vinci tomando como base los textos de Vitruvio, arquitecto romano del siglo I a.C., en los que trata las proporciones del cuerpo humano.

El centro del cuadrado está en los genitales y el del círculo en el ombligo. La relación entre el lado del cuadrado y el radio del círculo es la razón áurea o número de oro Φ , número irracional cuyo valor es:

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,618033989\dots$$

Hombre de Vitruvio (1490) que forma parte de la Galería de la Academia de Venecia.



3.141592653589793238462643383279

$\pi \approx$

3.14159265358979323846264338327950288419716
939937510582097494459230781640628620899862
803482534211706798214808651328230664709384460
95505822317253594081284811174502841027019385211
055596446229489549303819644288109756659334461284
75648233786783165271201909145648566923460348610454326
64821339360726024914127372458700660631558817488152092096282
925409171536436789259036001133053054882046652138414695194151
1609433057270365759591953092186117381932611793105118548074462379962749
5673518857527248912279381830119491298336733624406566430860213949463952
2473719070217986094370277053921717629317675238467481846766940513200056812714526356082
778577134275778960917363717872146844090122495343014654958537105079227968925892354201
9956112129021960864034418159813629774771309960518707211349999998372978049951059731732816096318595024459455
34690830264252230825334468503526193118817101000313783875288658753320838142061717766914730359825349042
87554687311595628638823537875937519577818577805321712268066130019278766111959092164201989...

50288419716939937510582097494459
230781640628620899862
1706798214808651328230664709384460
60955058214808651328230664709384460
02841027019385211055596446229489549303819644288109756659334461284
549303819644288109756659334461284
47564823378678316527120190914564

Los números irracionales desmontaban la teoría pitagórica de concepción del universo y por eso decidieron mantenerlos en secreto. Hipaso de Metaponto, discípulo de Pitágoras, es considerado como el descubridor de los irracionales. Por su descubrimiento fue expulsado de la Escuela Pitagórica y sus antiguos compañeros exigieron una tumba con su nombre para darle a entender que, para ellos estaba muerto. No obstante, la tradición atribuye el nombre del famoso número irracional π a las primeras letras de Pitágoras, su más acérrimo enemigo.

78925903600113305305488204665213

1 REVISIÓN DE OPERACIONES

La expresión $a + b \times c$ equivale a $a + (b \times c)$.

Si en la operación hay potencias, éstas se efectúan antes que las multiplicaciones y divisiones.

A) Prioridad de operaciones

Las operaciones combinadas **sin paréntesis** se efectúan de izquierda a derecha, en el sentido de la escritura. En estas operaciones, **las multiplicaciones y divisiones tienen prioridad sobre las sumas y restas**.

En operaciones combinadas con paréntesis, éstos son los primeros que se realizan y, caso de estar encajados, se comienza la operación resolviendo los más interiores.

También puedes utilizar la **propiedad distributiva** de la adición respecto de la multiplicación: $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$.

B) Las fracciones

Una fracción se escribe $\frac{a}{b}$ siendo a y b números enteros y b no nulo, a es el numerador y b el denominador.

Dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son equivalentes y se escribe $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si $a \cdot d = b \cdot c$.

Recuerda las operaciones con fracciones:

Suma o resta	Multiplicación	División
$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$ $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm c \cdot b}{b \cdot d}$	$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$	$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

Es posible simplificar una fracción si existe un divisor común al numerador y denominador. Una fracción que no se puede simplificar y su denominador es positivo se llama *irreducible* o *canónica*.



EJEMPLOS

1 **Calcula los números siguientes:**

$$A = -8 \times 4 + 9; \quad B = 10 + 6 \times 8 - 48 : 3; \quad C = 18 - (2 + 3 \times 5) - (6 - (5 - 8)); \quad D = \left(\frac{8}{3} - \frac{1}{5} \times \frac{15}{4}\right) : \frac{5}{6}$$

$$A = -8 \times 4 + 9 = -32 + 9 = -23$$

$$B = 10 + 6 \times 8 - 48 : 3 = 10 + 48 - 16 = 58 - 16 = 42$$

$$C = 18 - (2 + 3 \times 5) - (6 - (5 - 8)) = 18 - (2 + 15) - (6 - (-3)) = 18 - 17 - (6 + 3) = 18 - 17 - 9 = -8$$

$$D = \left(\frac{8}{3} - \frac{1}{5} \times \frac{15}{4}\right) : \frac{5}{6} = \left(\frac{8}{3} - \frac{15}{20}\right) : \frac{5}{6} = \left(\frac{8}{3} - \frac{3}{4}\right) : \frac{5}{6} = \left(\frac{32-9}{12}\right) : \frac{5}{6} = \frac{23}{12} : \frac{5}{6} = \frac{23}{12} \cdot \frac{6}{5} = \frac{138}{60} = \frac{23}{10}$$



EJERCICIOS

1 **Escribe los paréntesis imprescindibles para que las siguientes igualdades sean ciertas:**

a) $4 \times 5 + 6 = 44$

b) $10 - 3 \times 2 = 14$

c) $7 - 15 \times 3 - 4 = 8$

d) $5 - 7 \times 9 = -18$

e) $15 - 8 \times 10 = -65$

f) $7 \times 9 - 9 = 0$

2 **Halla el valor de A, B y C. Puedes ayudarte de la calculadora:**

$$A = (4,3 \times 1,8 + 3,2) \times 6,5 \times (8,3 - 4,4) - 2,6$$

$$B = [24 \times (13 - 2) + 16 \times (26 - 6 \times 15)] \times 20$$

$$C = (2,23 + 0,4 \times 6,52) \times [(2,8 - 7,24) \times 8,1 - 6,73]$$

3 **Expresa los valores de A y B como una fracción:**

$$A = \frac{3}{5} - \frac{1}{2} + \frac{2}{7} \times 5$$

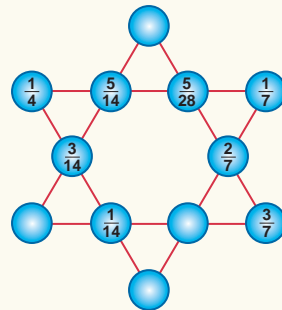
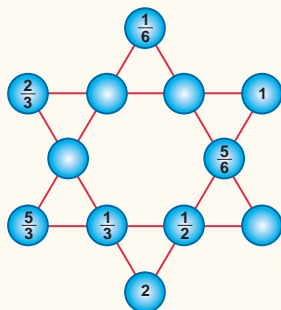
$$B = \left(2 + \frac{3}{5} - \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{5} + \frac{3}{4}\right)$$

4 **Calcula los números siguientes:**

a) $\left(\frac{5}{8} - \frac{13}{16}\right) \left(3 - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{6}{5} - \frac{8}{15}\right) \left(\frac{3}{4} - 2\right)$

b) $\frac{5}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{3}{4}\right) + \frac{3}{5} \left(2 - \frac{3}{2} + \frac{1}{6}\right)$

5 **Completa las estrellas mágicas (la suma de las fracciones en cada línea es constante).**



2 LOS NÚMEROS IRRACIONALES

Los números irracionales ya eran conocidos por los pitagóricos, aunque ellos mismos decidieron no divulgar su existencia.

El historiador Proclo escribió:

«Se dice que quienes han divulgado los números irracionales han perecido todos en un naufragio; por tanto, lo que no se pueda expresar con números ordinarios (las fracciones) debe ser absolutamente tenido en secreto».

Otro número irracional es el número π de valor aproximado 3,141592654..., que expresa la relación entre la longitud de una circunferencia y su diámetro.

$$\frac{\text{Longitud de la circunferencia}}{\text{diámetro de la circunferencia}} = \pi$$

de aquí

$$L = \pi \times d = 2\pi r$$

Observa que operaciones con números irracionales pueden dar como resultado un número no irracional.

$$(3 + \pi) + (4 - \pi) = 7$$

Sabes que la fracción $\frac{a}{b}$ representa la división de a entre b . Si realizas esta división, el cociente es un número exacto o un número decimal que puede ser exacto o periódico.

Pero es fácil comprender que hay otros decimales que tienen infinitas cifras decimales y éstas no se repiten de forma periódica. Tal es el caso por ejemplo de los siguientes números:

0,10203040506070...; 1,2345678910...; 4,1002003004005006007...

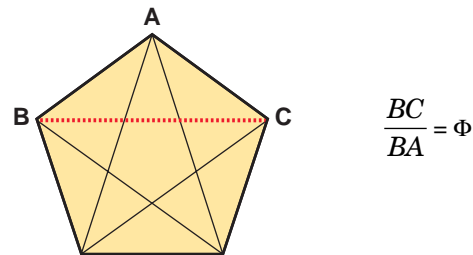
Estos números no son el resultado de la división de dos números enteros y reciben el nombre de **números irracionales**.

Un **número irracional** es un número con una parte decimal de infinitas cifras no periódicas. El conjunto de los números irracionales se denota **I**.

EL NÚMERO DE ORO

Uno de los primeros números irracionales de los que se tiene constancia es el **número de oro**, que se representa por Φ . Los griegos de la escuela de Pitágoras denominaron así a la relación entre la diagonal y el lado del pentágono regular.

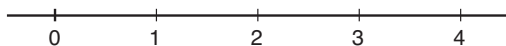
Su valor exacto es $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ y su expresión decimal es 1,618033989...



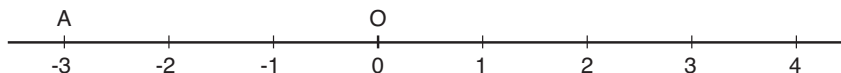
Todas las raíces cuadradas de números enteros no cuadrados perfectos $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$, etc son números irracionales.

3 LOS NÚMEROS REALES: LA RECTA REAL

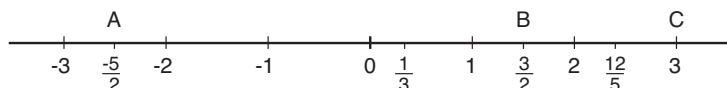
El conjunto de los **números naturales** se denota $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ y con ellos podemos graduar la *recta natural*:



El conjunto de los **números enteros** se denota $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 2, 3, \dots\}$ y con ellos se ampliaba la recta natural y se formaba la *recta entera*:



Las fracciones de números enteros $\frac{a}{b}$ con $b \neq 0$, formaban el conjunto de los **números racionales**, denotado Q . Los naturales, enteros, decimales exactos y periódicos son expresiones de números racionales. Con ellos completábamos la *recta racional*:



Una vez representados los números racionales, no debes pensar que la recta está «llena» pues en ella quedan muchos huecos que deberán ser ocupados por los **números irracionales**.

Al número -3 se le asocia el punto A de la recta y se dice que el punto A tiene **abscisa** -3 .



El conjunto formado por los números racionales y los irracionales se le llama conjunto de los **números reales** y se denota **R**.

Al representar los números reales en la recta, ésta se completa totalmente y constituye la **recta real**: *todo número real está representado por un punto de la recta y, recíprocamente, todo punto de la recta real corresponde a un número real.*

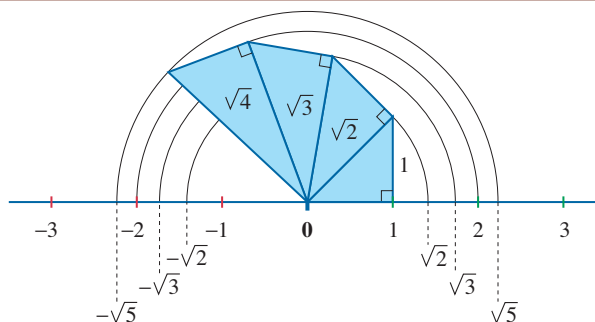


EJEMPLOS

2 Observa cómo se sitúan en la recta real los números:

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, -\sqrt{2}, -\sqrt{3}, -\sqrt{5}$$

A partir del primer triángulo rectángulo isósceles de catetos 1 se construyen nuevos triángulos rectángulos de catetos 1 y la hipotenusa del anterior.



4 INTERVALOS

Dos números reales cualesquiera a y b (siendo $a < b$) determinan un intervalo al que pertenecen todos los números comprendidos entre a y b , los extremos pertenecerán o no dependiendo del tipo de intervalo.

TIPOS DE INTERVALOS

Condición	es decir...	se escribe	y es un intervalo...	se representa...
$a \leq x \leq b$	Números comprendidos entre a y b , incluidos a y b	$[a, b]$	cerrado	
$a < x < b$	Números mayores que a y menores que b	$]a, b[$	abierto	
$a \leq x < b$	Números comprendidos entre a y b , incluido a y excluido b	$[a, b[$	semiabierto por la derecha	
$a < x \leq b$	Números comprendidos entre a y b , excluido a e incluido b	$]a, b]$	semiabierto por la izquierda	

En ocasiones los corchetes se sustituyen por puntos rellenos (\bullet) o huecos (\circ).



EJEMPLOS

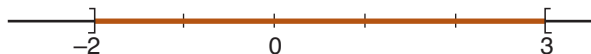
3 Representa el intervalo $[1, 5 [$ y escribe la desigualdad que verifican los puntos del intervalo.

El intervalo $[1, 5 [$ está representado por el segmento comprendido entre el 1 y el 5, incluido el 1 y excluido el 5.
La desigualdad será: $1 \leq x < 5$



4 Determina a qué intervalo corresponde el segmento

El intervalo al que corresponde el segmento es $] -2, 3 [$



EJERCICIOS

6 Completa la tabla siguiente:

Condición	Intervalo	Representación
$2 < x \leq 3$		
	$] -1, 4 [$	
$3 < x < 5$		

5 VALOR ABSOLUTO: DISTANCIA

Recuerda que el valor absoluto de un número x se expresa $|x|$ y se define:

$$\begin{aligned} |x| &= x && \text{si } x \text{ es positivo} \\ |x| &= -x && \text{si } x \text{ es negativo} \\ |x| &= 0 && \text{si } x = 0 \end{aligned}$$

El valor absoluto de un número es el que tiene si se prescinde del signo.

EJEMPLOS

5 Da el valor absoluto de los siguientes números: 8; $-4,5$; $3 - \pi$; $5 - \sqrt{26}$

$$|8| = 8; \quad |-4,5| = 4,5; \quad |3 - \pi| = \pi - 3, \text{ pues, } 3 - \pi \text{ es negativo}; \quad |5 - \sqrt{26}| = \sqrt{26} - 5$$

Si x e y son dos puntos cualesquiera de la recta, se define la **distancia** entre ambos como $d(x, y) = |x - y|$.

La distancia entre los dos puntos es siempre una cantidad positiva o nula.

Si $x > y$ entonces $d(x, y) = x - y$

Si $x < y$ entonces $d(x, y) = y - x$

Si $x = y$ entonces $d(x, y) = 0$

En la práctica se identifica número real con punto de la recta real.

EJEMPLOS

6 Determina los valores de x que verifican las siguientes ecuaciones en valor absoluto:

a) $|x - 2| = 3$ b) $|5 - x| = 4$ c) $|2x - 1| = 3$ d) $|x| = 5$

a) Por la propia definición de valor absoluto, $x - 2$ podrá ser 3 ó -3 , porque ambos dan como valor absoluto 3.
 $x - 2 = 3 \Rightarrow x = 5$; $x - 2 = -3 \Rightarrow x = -1$

Las soluciones de la ecuación en valor absoluto son $x = -1$ y $x = 5$

b) $|5 - x| = 4 \Rightarrow 5 - x = 4 \Rightarrow x = 1$; $5 - x = -4 \Rightarrow x = 9$

Las soluciones son $x = 1$; $x = 9$

c) $|2x - 1| = 3 \Rightarrow 2x - 1 = 3 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$; $2x - 1 = -3 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1$

Las soluciones son $x = -1$; $x = 2$

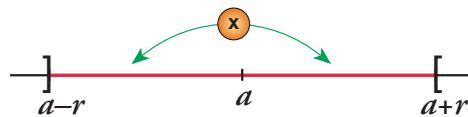
d) $|x| = 5 \Rightarrow x = 5$; $x = -5$

Si a es un número real cualquiera, la expresión $|x - a| < r$ indica que la distancia entre a y un número cualquiera x es menor que r .

$d(x, a) < r$ equivale a $|x - a| < r$ equivale a $a - r < x < a + r$



Gráficamente:

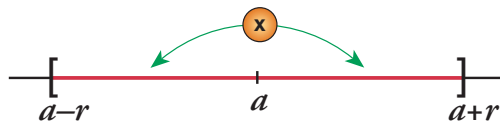


También se puede escribir que $x \in]a - r, a + r[$.

Análogamente:

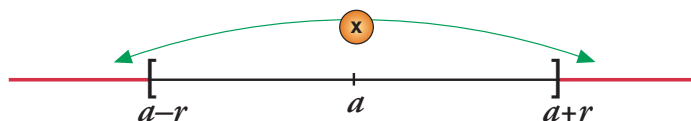
$d(x, a) \leq r$ equivale a $|x - a| \leq r$ equivale a $a - r \leq x \leq a + r$

Y se puede escribir $x \in [a - r, a + r]$



Si a un número real cualquiera, la expresión $|x - a| < r$ indica que la distancia entre a y un número cualquiera x es mayor que r .

$d(x, a) > r$ equivale a $|x - a| > r$ equivale a $x > a + r$ y $x < a - r$



También se puede escribir: $x \in]-\infty, a - r[\cup]a + r, +\infty[$

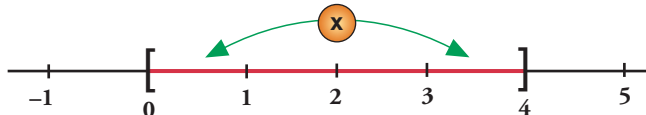
Análogamente:

$d(x, a) \geq r$ equivale a $|x - a| \leq r$ equivale a $x \geq a + r$ y $x \leq a - r$

Y se puede escribir: $x \in]-\infty, a - r] \cup [a + r, +\infty[$

EJEMPLOS

7 Los puntos x del intervalo:



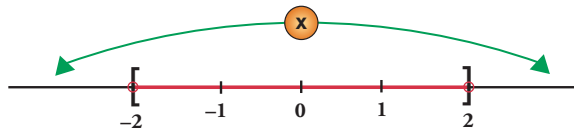
verifican indistintamente: $d(x, 2) \leq 2$; $|x - 2| \leq 2$; $0 \leq x \leq 4$; $x \in [0, 4]$

Si el intervalo fuera abierto los extremos 0 y 4 no pertenecerían a él y las desigualdades serían estrictas ($<$ en lugar de \leq).



EJEMPLOS

8 Los puntos x del intervalo:



verifican indistintamente: $x < -2$ y $x > 2$; $d(x, 0) > 2$; $|x| > 2$ y $x \in]-\infty, -2[\cup]2, +\infty[$
 Si en la solución entraran los puntos -2 y 2 , las desigualdades no serían estrictas, serían \geq ó \leq .

9 Determina la solución de las desigualdades en valor absoluto siguientes:

a) $|x - 1| \leq 3$ b) $|x - 1| \geq 3$ c) $|x + 2| < 1$ d) $|x + 2| > 1$

a) Si $|x - a| \leq r$ equivale a $a - r \leq x \leq a + r$, aplicándolo al ejemplo $|x - 1| \leq 3$ obtendremos,
 $\Rightarrow 1 - 3 \leq x \leq 1 + 3 \Rightarrow -2 \leq x \leq 4 \Rightarrow x \in [-2, 4]$

b) Si $|x - a| \geq r$ equivale a $x \geq a + r$ y $x \leq a - r$, aplicándolo al ejemplo $|x - 1| \geq 3$ obtendremos, $x \geq 1 + 3$ y
 $x \leq 1 - 3$ de aquí $x \geq 4$ y $x \leq -2 \Rightarrow x \in]-\infty, -2] \cup [4, +\infty[$

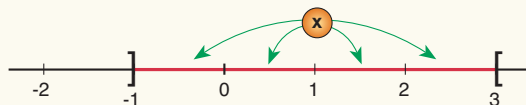
c) Si $|x - a| < r$ equivale a $a - r < x < a + r$, aplicándolo al ejemplo $|x + 2| < 1$, ahora $a = -2$, luego
 $-2 - 1 < x < -2 + 1 \Rightarrow -3 < x < -1 \Rightarrow x \in]-3, -1[$

d) Si $|x - a| > r$ equivale a $x > a + r$ y $x < a - r$, aplicándolo al ejemplo $|x + 2| > 1$ ahora $a = -2$, luego
 $x > -2 + 1$ y $x < -2 - 1 \Rightarrow x > -1$ y $x < -3 \Rightarrow x \in]-\infty, -3[\cup]-1, +\infty[$



EJERCICIOS

7 ¿Qué condición verifican los puntos x señalados en la siguiente figura?



8 ¿Dónde situarías en la recta real los números x que distan de 3 menos de dos unidades?

9 Completa las siguientes desigualdades y representa sobre la recta real los números x que las verifican:

a) $d(x, 2) < 3$ equivale a $\square < x < \square$ b) $d(x, 1) \leq 5$ equivale a $\square \leq x \leq \square$

c) Si $1 \leq x \leq 5$ entonces $|x - 3| \leq \square$ d) Si $x \in [0, 3]$ entonces $\square \leq x \leq \square$

10 ¿Verdadero o falso?

a) $d(x, 3) = 2$ sólo si $x = 1$

b) Si $x \in [-2, 2]$ entonces $d(x, 0) = 2$

c) $d(-4, 3) = d(-4, 0) + d(0, 3)$

d) Si $x \in]0, 4[$ entonces $d(x, 2) < 2$

e) $d(x, 3) > 5$ equivale a $x > 8$ y $x < -2$

f) $x \in]-\infty, 2[\cup]6, +\infty[$ entonces $d(x, 4) > 2$

6 ESTIMACIONES, APROXIMACIONES, REDONDEOS Y ERRORES

A) Estimaciones.

Estimar un resultado es deducir un valor aproximado del mismo.

B) Aproximaciones y redondeos.

En muchas ocasiones es innecesario manejar todas las cifras de un resultado, por ello se suele dar como resultado una **aproximación** del mismo.

El *orden* de una aproximación depende de la exactitud que se desee conseguir y puede ser por *defecto* o por *exceso*.



EJEMPLOS

8 Si una parcela tiene $856,748 \text{ m}^2$, distintas aproximaciones son:

Orden de aproximación	Por defecto	Por exceso
Entera	856	857
A las décimas	856,7	856,8
A las centésimas	856,74	856,75

La aproximación por defecto siempre es menor que el número dado y la aproximación por exceso siempre es mayor.

De las dos aproximaciones de un número la que menor error produce se llama **redondeo**. Para realizar un redondeo es necesario en primer lugar fijar el *orden del mismo* (centenas, unidades, décimas, centésimas, etc.) pues así se determina *cuántas cifras vamos a considerar*, y luego aplicar la siguiente regla:

Regla del redondeo



Si la primera cifra que no se va a escribir es menor que 5, se deja dicha cifra tal como está y ponemos ceros a la derecha si es necesario.

Si la primera cifra que no se va a escribir es mayor o igual que 5, la última cifra a escribir se aumenta una unidad y ponemos ceros a la derecha igualmente.



EJEMPLOS

10 La longitud de una cuerda es de $34,562 \text{ m}$. Distintos redondeos son:

Redondeo entero: 35 m Redondeo a las décimas: $34,6 \text{ m}$ Redondeo a las centésimas: $34,56 \text{ m}$.

C) Errores.

Cuando el valor exacto A de una cantidad se sustituye por un valor aproximado A' se comete un error.

Se llama **error absoluto** a la diferencia, en valor absoluto, entre el valor exacto y el valor aproximado.

Si A = valor exacto y A' = valor aproximado, es:

$$\text{Error absoluto} = |A - A'|; \quad \text{Error relativo} = \frac{|A - A'|}{A}$$

Se llama **error relativo** al cociente entre el error absoluto y el valor real.

El error absoluto mide la imprecisión que acompaña a cualquier medida; nos informa de la precisión del aparato utilizado o de lo cuidadosas que han sido nuestras medidas. El error relativo, sin embargo, indica de mejor forma la calidad de las mediciones: *a menor error relativo, mayor calidad de medida.*



EJEMPLOS

11 Si en una parcela de 100 m de larga nuestra medida es de 101 m y en un trayecto de 6 km medimos 6,001 km, en ambos casos nos hemos equivocado en 1 metro y por tanto el error absoluto cometido es el mismo.

El error relativo cometido en cada caso ya no es el mismo pues:

$$\text{En la parcela: error relativo} = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$\text{En el trayecto: error relativo} = \frac{1}{6000} = 0,000166\dots$$

Por tanto, la segunda medida es de mayor calidad pues se comete menor error relativo.

En multitud de ocasiones no se conoce el valor exacto de la magnitud a medir con lo cual es imposible conocer el error que se comete, por ello se suele dar el resultado acompañado de una **cota o margen del error** cometido.

EJEMPLOS

12 Al medir la longitud de un bolígrafo con una regla graduada obtienes una longitud comprendida entre 12,5 cm y 12,7 cm. Por tanto:

$$12,5 < \text{longitud} < 12,7$$

Podemos decir que la longitud del bolígrafo es de 12,6 cm con un error menor de 1 mm. La cota del error sería, en este caso, de 1 mm.

EJERCICIOS

11 Calcula mentalmente los números siguientes:

$$A = 32 + 45; \quad B = 52 + 38; \quad C = 125 + 34$$

$$D = 54 - 45; \quad E = 1\,024 - 850; \quad F = 5,25 - 3,2$$

$$G = 53 \times 7; \quad H = 25 \times 11; \quad I = 0,11 \times 0,9$$

12 Pon los paréntesis necesarios para que las siguientes igualdades sean ciertas:

Ⓐ $3 - 5 + 8 = -10$

Ⓑ $3 \times 4 - 2 = 6$

Ⓒ $8 + 5 - 6 - 3 = 4$

Ⓓ $4 + 3 \times 5 + 1 = 22$

Ⓔ $1 - 3 - 4 \times 5 = 10$

Ⓕ $1 - 3 - 4 \times 5 = -22$

13 Efectuar las operaciones siguientes:

Ⓐ $43 - (-8) - 15$

Ⓑ $-(-32) - (-11) + (-102)$

Ⓒ $3 + 4 \times 2,5 - 1,2 + 6 \times 7 - 2$

Ⓓ $(4 + 2) \times (1 - 7) + 6 \times 8 - 6$

Ⓔ $1 - 2 \times (3 - 5) + 7 \times (8 - 10)$

14 Simplifica las expresiones siguientes donde x , y y z son números reales:

Ⓐ $x - (y - z) - [x - (y + z) - (z + x)]$

Ⓑ $1 - [3 - (5 - x)] - [3 - (5 - y)] - [3 - (5 - z)]$

Ⓒ $x + y + z - (x - y + z) - (x - y - z) - (-x + y + z)$

Ⓓ $x - [y - (z - 1)] - [z - (x - 1)] - [x - (y - 1)]$

15 Efectúa los cálculos siguientes con ayuda de la calculadora:

$$X = (2,3 + 5,1 - 1,4) \times 7,2 - (4,5 + 3,8) - 1$$

$$Y = [2 - 3(45 - 18) + 159] - [3 - (1 + 4,3 \times 5,7)]$$

$$Z = [(8,6 - 5,4) \times 0,02 - 1,25] \times (2,4 + 1,3 \times 3,1)$$

LAS FRACCIONES

Del 16 al 24. Da los resultados de la forma más simple posible.

16 Ⓐ $\frac{3}{5} + \frac{8}{5}$ Ⓑ $3 + \frac{1}{2}$ Ⓒ $\frac{4}{3} + \frac{7}{6}$

17 Ⓐ $4 - \frac{2}{3}$ Ⓑ $\frac{2}{3} - \frac{1}{5}$ Ⓒ $\frac{3}{4} - \frac{4}{3}$

18 Ⓐ $2 + \frac{1}{6} - \frac{3}{2}$ Ⓑ $\frac{1}{5} + \frac{5}{3} - 2$ Ⓒ $\frac{6}{5} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4}$

19 Ⓐ $2\left(3 + \frac{1}{5}\right)$ Ⓑ $3\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right)$ Ⓒ $5\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right)$

20 Ⓐ $\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{5}{3} + \frac{3}{4}\right)$ Ⓑ $\left(\frac{7}{5} - \frac{1}{11}\right) : \left(\frac{3}{5} - 2\right)$

21 Ⓐ $\frac{\frac{3}{2} + \frac{5}{15}}{\frac{2}{3} - \frac{4}{5}}$ Ⓑ $\frac{3 - \frac{2}{5}}{7 - \frac{3}{5}}$ Ⓒ $\frac{\frac{4}{7} - \frac{10}{3}}{\frac{5}{6} - \frac{2}{7}}$

22 Ⓐ $\frac{15}{8} - \frac{5}{3} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{8}$ Ⓑ $8 - \frac{\frac{3}{7}}{5} - \frac{3}{7}$

23 Ⓐ $7 - 4 : \frac{3}{5} - \frac{2}{5} : 5$ Ⓑ $9 - \frac{7}{6} : 3 - 3$

24 Ⓐ $11 - 3 : \frac{2}{3} + \frac{4}{3} : \frac{3}{5}$ Ⓑ $\frac{11}{7} - \frac{2}{7} : \frac{7}{3} - \frac{4}{3} : \frac{7}{2}$

25 Escribe la fracción $\frac{-1}{27}$ como:

Ⓐ Producto de dos fracciones

Ⓑ Cociente de dos fracciones

Ⓒ Producto de tres fracciones iguales

26 Calcula los productos $a \times b$ y después las sumas $a + b$ en los siguientes casos:

Ⓐ $a = \frac{7}{3}; \quad b = \frac{7}{4}$ Ⓑ $a = \frac{5}{3}; \quad b = \frac{5}{2}$

Ⓒ $a = \frac{13}{9}; \quad b = \frac{13}{4}$

¿Qué destacarías? Da otras fracciones con esta propiedad.

27 La longitud de una circunferencia de radio 1,25 cm, ¿es un número irracional? Da un valor aproximado a diezmilésimas.

28 El lado de un cuadrado de área 5 cm^2 , ¿es un número irracional?

29 Encuentra un valor aproximado de Φ hasta las milonésimas.

30 Encuentra un valor aproximado hasta las milésimas del número $A = 2 + \pi + \Phi$. ¿Cómo clasificarías este número?

31 Indica a que conjunto numérico pertenece cada uno de los números siguientes:

- a) $\frac{1}{2}$ b) 3 c) -5 d) 7 e) $\sqrt{2}$ f) ϕ

32 Representa gráficamente en la recta real los números siguientes:

- a) $\frac{1}{3}$ b) 2,5 c) $\sqrt{3}$ d) $\sqrt{2}$ e) $\frac{4}{5}$ f) $-\frac{6}{5}$

33 Representa en la recta real los números:

- a) -3 b) 0,25 c) 2,7 d) $\frac{3}{5}$ e) $-\frac{5}{2}$.

34 En la figura siguiente, ¿qué números pueden ser P, Q, R y S? ¿Puedes afirmar que son enteros?, ¿racionales?, ¿irracionales?



VALOR ABSOLUTO E INTERVALOS

35 Da el valor absoluto de cada uno de los siguientes números:

- 1; 5,32; -3,45; $\frac{5}{6}$; $-\frac{3}{5}$; 10^{-3}

36 Mismo ejercicio:

- $\sqrt{3} - 2$; $2 - \sqrt{5}$; $\sqrt{10} - \sqrt{7}$; $\sqrt{6} - \sqrt{8}$

37 Completa la tabla siguiente:

a	b	$a+b$	$ a $	$ b $	$ a+b $	$ a + b $
2	5					
-4	-7					
-5	3					
3	-6					

a) ¿Se puede concluir que $|a+b| < |a|+|b|$?

b) ¿Cuándo sería cierta la igualdad?

Del 38 al 44. Determina los números reales x que verifican las igualdades o desigualdades siguientes:

38 a) $|x| = 2$ b) $|x| = \pi$ c) $|x| = \frac{2}{3}$

39 a) $|x-3| = 1$ b) $|x+2| = 4$ c) $|x-4| = 4$

40 a) $|x| < 2$ b) $|x| < \frac{3}{2}$ c) $|x| \leq 5$

41 a) $|x-1| < 2$ b) $|3-x| < 1$ c) $|x-6| \leq 3$

42 a) $2 < x+1 < 3$ b) $3 < x-2 < 6$

43 a) $|x-1| \geq 3$ b) $|x-3| > 1$

44 a) $|x| > 2$ b) $|x| \geq 5$

Del 45 al 47. Expresa la relación dada de la forma $x \in]a, b[$ ó $x \in [a, b]$. Haz en cada caso la representación gráfica.

45 a) $|x-4| < 2$; b) $|x+3| < 1$

46 a) $|2-x| < 3$; b) $|-x+4| < 2,5$

47 a) $3 \leq x+1 \leq 4$; b) $2 \leq 2+4x \leq 10$

Del 48 al 50. Expresa la relación dada de la forma

$x \in]-\infty, a[\cup]b, +\infty[$ ó $x \in]-\infty, a] \cup [b, +\infty[$

Haz en cada caso la representación gráfica.

48 a) $|x-3| > 2$ b) $|x-1| \geq 5$

49 a) $\left. \begin{array}{l} x > 3 \\ x < 2 \end{array} \right\}$ b) $\left. \begin{array}{l} x > 5 \\ x < -1 \end{array} \right\}$

c) $|2x+1| \geq 0$ d) $|3x-4| \geq 5$

50 a) $|x+1| > 3$ b) $|x+2| \geq 1$

c) $x \geq 3$ ó $x \leq 0$ d) $x \leq -5$ ó $x \geq -3$

NÚMEROS REALES

Del 51 al 53. De cada una de las cuestiones planteadas se ofrecen cuatro respuestas. Contesta si cada una de ellas es verdadera o falsa.

51 Si una circunferencia tiene 10 cm. de radio, entonces:

- a** Su longitud es exactamente 62,8 cm.
- b** El área del círculo es aproximadamente 314,16 cm².
- c** No se puede expresar con cifras el valor exacto de la longitud de la circunferencia.
- d** El área del círculo, en cm²., es cinco veces mayor que la longitud de la circunferencia, en cm.

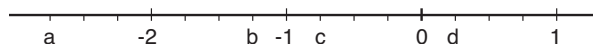
52 Si $X = 43,28571$, entonces:

- a** 43,3 es un redondeo de orden 10^{-1} .
- b** 43,2 es una aproximación decimal hasta las décimas por defecto.
- c** 43,28 es mejor aproximación que 43,29.
- d** 43,286 es un redondeo hasta las milésimas.

53 Si a es un número irracional y b un número real cualquiera, entonces:

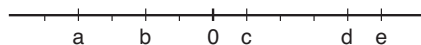
- a** a^2 es un número irracional.
- b** $3 + a$ es un número irracional.
- c** $a + b$ es un número irracional.
- d** $\frac{a}{b}$ Es un número irracional.

54 De la figura siguiente se deduce que:



- a** $d = 0$ **b** c es racional
- c** $d = 0,25$ **d** $a = -3$

55 De la figura siguiente se deduce:



- a** $|a| = |d|$ **b** $-b > c$
- c** $b > a$ **d** $c + d = e$

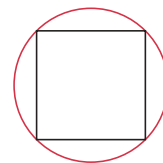
56 ¿Es cierto que $\frac{355}{113} = \pi$? Razona la respuesta.

57 En un cuadrado de 28 m² de área, calcula:

- a** El valor exacto de su perímetro.
- b** Un redondeo hasta las milésimas de dicho valor.

58 En un cuadrado de lado 5 cm. Halla una aproximación hasta las décimas del valor de su diagonal.

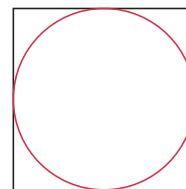
59 El cuadrado de la siguiente figura tiene 3 cm de lado.



Calcula el perímetro y el área del círculo circunscrito. Da el valor exacto y un valor redondeado hasta las milésimas.

60 El cuadrado de la figura tiene 5 cm de lado.

Calcula el perímetro y el área del círculo inscrito. Da el valor exacto y un redondeo hasta las milésimas.



APROXIMACIONES. ERROR Y ACOTACIÓN DE ERRORES

61 Halla un valor por defecto del número π con un error menor que una millonésima.

62 Si se toma 5,124 como un valor aproximado de 5,1247634189, ¿qué cota del error se ha tomado?

63 Da un valor aproximado $\sqrt{7}$ de con un error menor que una milésima.

64 Calcula la longitud de la diagonal de un cuadrado de lado 1,5 m con un error menor que un milímetro.

65 Realiza los siguientes redondeos:

- a** 43250 a miles **b** 385 a centenas
- c** 73,268 a décimas **d** 0,2445 a centésimas
- e** 123,62 a enteros **f** 45,82648 a milésimas

AUTOEVALUACIÓN

- 1 El número real $\sqrt{3}$ se puede escribir como:
- a $\frac{17}{10}$ b $1, \widehat{7}$ c 1,732050... d nada de lo anterior.
- 2 Los puntos x que verifican la desigualdad $2 \leq x < 5$ son los que se encuentran en el intervalo:
- a $[2,5]$ b $[2,5 [$ c $] 2,5 [$ d Nada de lo anterior.
- 3 La afirmación “un número irracional no puede ser escrito como el cociente de dos enteros” es:
- a Falsa. b Cierta para los números negativos.
 c Cierta. d Nada de lo anterior.
- 4 El conjunto de los números reales está formado por:
- a Los números naturales y los enteros negativos. b Los números racionales y los enteros.
 c Los números racionales y los números irracionales. d Nada de lo anterior.
- 5 ¿Cuál es el valor absoluto de $7 - \sqrt{50}$?
- a $\sqrt{50} - 7$. b $7 - \sqrt{50}$. c $-\sqrt{50} + 7$. d Nada de lo anterior.
- 6 ¿Qué números reales verifican la siguiente igualdad: $|x + 5| = 4$?
- a Solamente el -1 . b -1 y -9 .
 c No existe ningún número que cumpla la igualdad. d Nada de lo anterior.
- 7 La expresión $3 \leq x \leq 7$ equivale a:
- a $d(7, x)$. b $d(x, 5)$. c $x \in]3, 7[$. d Nada de lo anterior.
- 8 La expresión $|x - 5| < 1$ equivale a:
- a $x \in]4, 6[$. b $d(x, 5) = 1$. c $-5 < x < 1$. d Nada de lo anterior.
- 9 3,1416 es un valor aproximado de π con un error menor que:
- a Millonésima. b No es un valor aproximado, es un valor exacto.
 c Una diezmilésima. d Nada de lo anterior.
- 10 El conocimiento del error absoluto y el error relativo en una medida que hemos efectuado, nos informan de:
- a Si hemos utilizado el instrumento adecuado. b El grado de aproximación y la calidad de la medida.
 c No tiene apenas interés para la medición. d Nada de lo anterior.