3. Funciones logarítmicas
3.a. Función inversa de la exponencial

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

EJERCICIO 1: Completa.

Dada una función *inyectiva*, y=f(x), se llama ________________ de f a otra función, g, tal que g(y)=x.

En la escena adjunta construimos paso a paso la inversa de la función exponencial. Puedes variar el valor de "a" y pulsar "animar" para observar cómo aparecen las gráficas de dos funciones: La función exponencial y = f(x) = a^x y su inversa x = g(y).

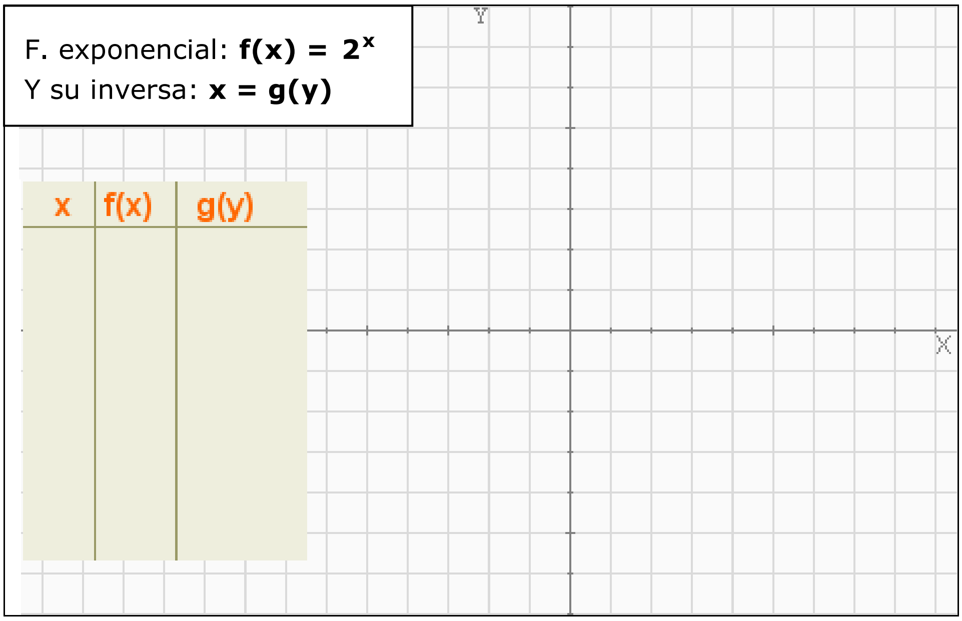
EJERCICIO 2: Completa.

Esta función inversa se llama ________________ y, como puedes observar, es ____________ de la __________________________ con respecto a _________________________________.

Representa a continuación las gráficas de las funciones que se indican, escribiendo en primer lugar la tabla de valores:

F. exponencial: **f(x) = 2^x**
Y su inversa: **x = g(y)**

x	f(x)	g(y)



Pulsa ▶ para ir a la página siguiente.

3.b. La función logarítmica

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

EJERCICIO 1: Completa.

La **función logarítmica** es ____ y se denota:

y = ______ , con a>0 y a ≠ 1.

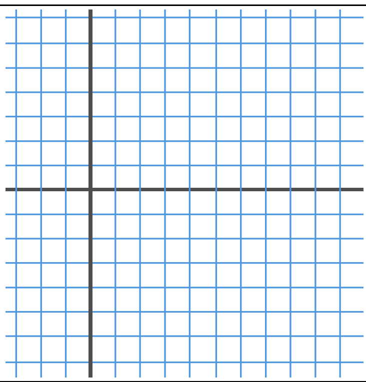
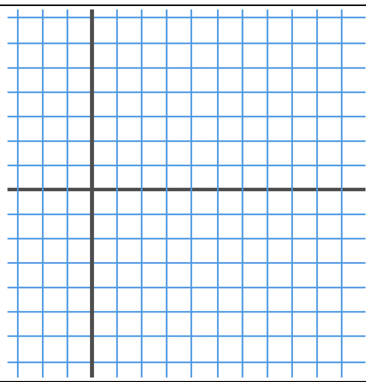
Observa en la escena de la derecha como construimos su gráfica de forma similar a como lo hicimos con la exponencial. Sus propiedades son "*simétricas*".

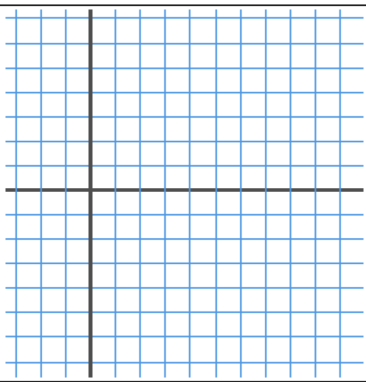
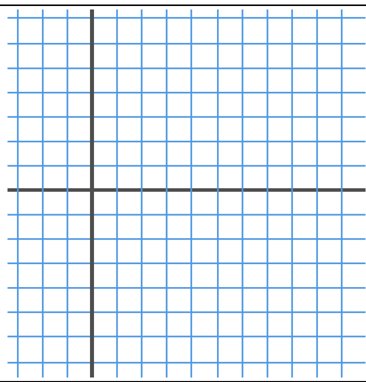
EJERCICIO 2: Completa.

- El **dominio** es ________ y el **recorrido** es ______.
- Es **continua** en __________________________.
- Si **a>1** la función es _______________________________________.
- Si **0<a<1** la función es ________________________.
- Corta al eje OX en el punto **(,).**
- El eje OY es _________________________.

La función es inyectiva: si $\mathbf{log_a x = log_a y}$ entonces $\mathbf{x=y}$

Representa en los siguientes recuadros las gráficas que se indican:

$f(x) = \log_2 x$	$f(x) = \log_{0,5} x$
x | f(x) 	x | f(x) 

$f(x) = \log_{10} x$	$f(x) = \log_{0,1} x$
x | f(x) 	x | f(x) 

Pulsa el botón para hacer unos ejercicios.

Aparece una escena en la que verás otras funciones logarítmicas. Por ejemplo el caso en el que multiplicamos por un número "**k**" y el caso en el que sumamos una constante "**p**". Es decir, veremos las funciones exponenciales del tipo: $\mathbf{f(x) = k \cdot log_a\ x}$; $\mathbf{f(x) = log_a\ x + p}$

Pulsando en los botones que aparecen en ese cuadro puedes acceder a tres escenas diferentes. Resuélvelos en los siguientes recuadros y después pulsa el botón "Comprobar".

1 Funciones logarítmicas de la forma: $\mathbf{f(x) = k \cdot \log_a x}$

Varía los valores de "a" y de "k" e indica si la función es creciente o decreciente.

Con base **a > 1**
Si **k>0** ____________________ Si **k<0** ________________________

Con base **0 < a < 1** (Ten en cuenta que $\log_{1/a} x = -\log_a x$)
Si **k>0** ____________________ Si **k<0** ________________________

2 Funciones logarítmicas de la forma: $\mathbf{f(x) = \log_a x + p}$

Varía los valores de "a" y de "k" e indica si la función es creciente o decreciente.

Con base **a > 1**
Si **p>0** ____________________ Si **p<0** ________________________

Con base **0 < a < 1**
Si **p>0** ____________________ Si **p<0** ________________________

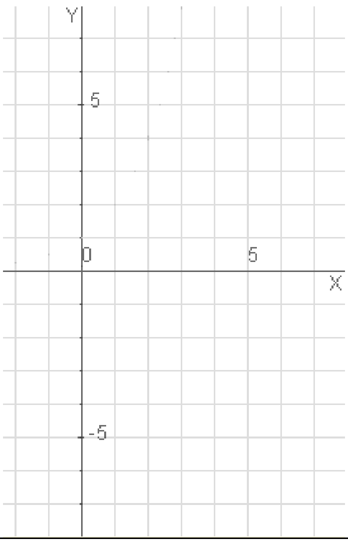
Observamos que:
Al variar p, la función se traslada sobre el eje OY.
Si **p>0** Hacia ________ y si **p<0** Hacia _______

¿Cuál es el punto de corte de la función $\mathbf{f(x) = \log_a x + p}$ con el eje OX? (,)

3 Representa dos de las funciones que aparecen en este apartado, completando también la tabla de valores:

f(x) =

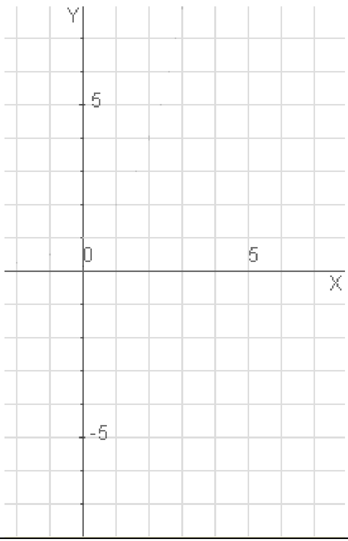
x	f(x)



Dominio:
Recorrido:
Asíntota:
Corte OX:

f(x) =

x	f(x)



Dominio:
Recorrido:
Asíntota:
Corte OX:

Pulsa para ir a la página siguiente.

3.c. Logaritmos

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

EJERCICIO 1: Completa.

Dados dos números reales positivos, a y b (a ≠ 1), llamamos **logaritmo en base a de b** ____.

EJERCICIO 2: Completa.

La definición anterior indica que las dos igualdades siguientes son equivalentes:

	Equivale a	

Cuando **a=10** hablamos de ______________________________ y no suele escribirse la base.

log100=	porque	

En esta escena de la derecha puedes ver ejemplos y a partir de ellos puedes comprender mejor el concepto de logaritmo. A continuación podrás ver las propiedades de los logaritmos y sus correspondientes demostraciones.
Anota los ejemplos y las propiedades en los espacios siguientes:

Logaritmos de base mayor que 1

Ejemplo 1: | | porque | |

Ejemplo 2: | | porque | |

Logaritmos de base positiva menor que 1

Ejemplo 1: | | porque | |

Ejemplo 2: | | porque | |

Propiedades de los logaritmos

1) Logaritmo de un producto

Si **b** y **c** son dos números reales positivos, se cumple en cualquier base **a** que:

Demostración

Si llamamos **z** al primer logaritmo, **x** al segundo e **y** al tercero, tenemos:

Por tanto:

2) Logaritmo de un cociente

Si **b** y **c** son dos números reales positivos, se cumple en cualquier base **a** que:

Demostración

Si llamamos **z** al primer logaritmo, **x** al segundo e **y** al tercero, tenemos:

Por tanto:

3) Logaritmo de una potencia

Si **b** es un número real positivo y **c** cualquier número, se cumple en cualquier base **a** que:

Demostración

Si llamamos **z** al primer logaritmo y **x** al segundo, tenemos:

Por tanto:

4) Logaritmo de la unidad y logaritmo de la base

El logaritmo de 1 en cualquier base es ____.
El logaritmo de a en base a es ____.

porque

porque

Logaritmos decimales

(I) Son los más usados y por ese motivo no suele escribirse la base. Es decir, log 3 = $\log_{10}3$

Ejemplo 1:

Ejemplo 2:

Ejemplo 3:

Ejemplo 4:

(II) Para calcular el logaritmo decimal de un número que no sea potencia de 10 tenemos que usar la calculadora. Pero podemos hacernos una idea de su valor aproximado teniendo en cuenta que la función logarítmica de base mayor que 1 es creciente.

Ejemplo 1:	1 < < 10 →	Luego log =
Ejemplo 2:	10 < < 100 →	Luego log =
Ejemplo 3:	100 < < 1000 →	Luego log =

El logaritmo de un número "n" es ____.

El logaritmo nos informa ________________________________.

(III) Si el número es menor que 1 el logaritmo también nos informa de su tamaño:

Ejemplo 1:	1 > > 0,1 →	Luego log =
Ejemplo 2:	0,1 > > 0,01 →	Luego log =
Ejemplo 3:	0,01 > > 0,001 →	Luego log =

El logaritmo de un número "n" indica ____.

Logaritmos con la calculadora

Las calculadoras normalmente permiten calcular dos tipos de logaritmos: Decimales (base = 10) y neperianos o naturales (base = número e).
Si queremos usar la calculadora para obtener logaritmos en cualquier otra base tendremos que recurrir a la **fórmula de cambio de base**:

Pulsa el botón  para hacer unos ejercicios.

Pulsando en los botones que aparecen en ese cuadro puedes acceder a tres ejercicios diferentes. Resuélvelos en los siguientes recuadros y después pulsa el botón "Comprobar".

1 Escribe un mínimo de 5 enunciados y resuélvelos a mano antes de pulsar "Comprobar"

Ejercicio 1:	
Ejercicio 2:	
Ejercicio 3:	
Ejercicio 4:	
Ejercicio 5:	

2 Sabiendo que el log 2 = 0,301030, calcula a mano el valor de:

log 1,6 =

log 0,125 =

log 40 =

Escribe un mínimo de 5 enunciados y resuélvelos con la calculadora:

Ejercicio 1:	
Ejercicio 2:	
Ejercicio 3:	
Ejercicio 4:	
Ejercicio 5:	

EJERCICIOS

10. Representa y estudia las funciones

a) $f(x)=2\cdot\log_3 x$

b) $f(x)=\log_3 x+1$

11. Calcula x en cada caso aplicando la definición de logaritmo:

a) $\log_6 (1/6) = x$

b) $\log_4 2 = x$

c) $\log_5 125 = x$

d) $\log_{1/8} 1 = x$

e) $\log_3 81 = x$

f) $\log_{1/5} 25 = x$

g) $\log_3 (1/9) = x$

h) $\log_{1/2} (1/16) = x$

12. Sabiendo que log2=0,301030 calcula sin ayuda de la calculadora:

a) log40

b) log1,6

c) log 0,125

13. Con la calculadora halla los siguientes logaritmos:

a) $\log_2 23{,}721$

b) $\log_3 25678{,}34561$

c) $\log_5 0{,}37906$

d) $\log_7 0{,}37906$

Pulsa para ir a la página siguiente.