2. Funciones exponenciales

2.a. Características de la función exponencial

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado y en la escena varía el valor de "a" y pulsa "**animar**" para observar cómo se van obteniendo los puntos de la función y su correspondiente representación gráfica.

EJERCICIO 1: Completa.

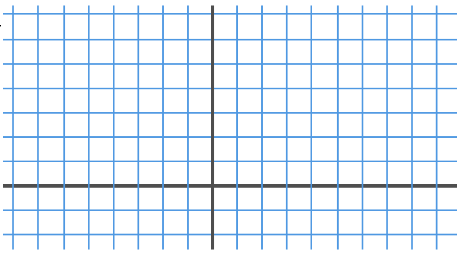
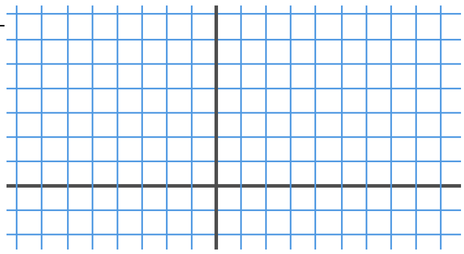
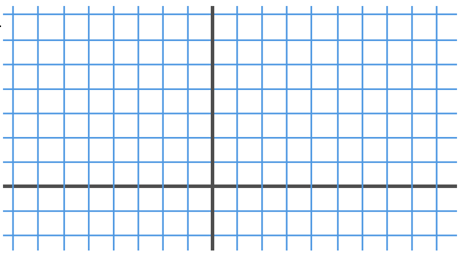
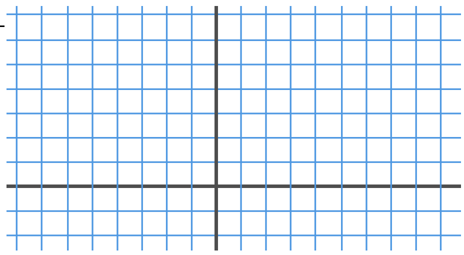
La **función exponencial** es de la forma f(x) = con **a** un número real positivo.

EJERCICIO 2: Completa.

- El **dominio** son ________________ y el **recorrido** son ____________________.
- Es **continua** en ______________________.
- Si **a>1** la función es _________________________________.
- Si **0<a<1** la función es ____________________.
- Corta al eje OY en el punto **(,).**
- El eje OX es ______________________.

La función es **inyectiva**, es decir si $\mathbf{a^n=a^m}$ entonces **n=m**

Representa en los siguientes recuadros las gráficas que se indican:

f(x) = $\mathbf{2^x}$	f(x) = $\mathbf{3^x}$
x / f(x) 	x / f(x) 
f(x) = $\mathbf{(0{,}5)^x}$	f(x) = $\mathbf{(0{,}25)^x}$
x / f(x) 	x / f(x) 

Pulsa el botón para hacer unos ejercicios.

Aparece una escena en la que verás otras funciones exponenciales.
Por ejemplo, el caso en el que multiplicamos por un número "**k**" y el caso en el que sumamos una constante "**b**". Es decir, veremos las funciones exponenciales del tipo: $\mathbf{f(x) = k \cdot a^x + b}$

Pulsando en los botones que aparecen en ese cuadro puedes acceder a tres ejercicios diferentes. Resuélvelos en los siguientes recuadros y después pulsa el botón "Comprobar".

1 Funciones exponenciales de la forma:

$$\mathbf{f(x) = k \cdot a^x}$$

Ejemplos:

Con base mayor que 1: $\mathbf{f(x)} = \quad \cdot \quad ^{x}$

Con base positiva menor que 1: $\mathbf{f(x)} = \quad \cdot \quad ^{x}$

Punto de corte con OY: (,)

2 Funciones exponenciales de la forma:

$$\mathbf{f(x) = a^x + p}$$

Ejemplos:

Con base mayor que 1

Con p > 0 : $\mathbf{f(x)} = \quad ^{x} +$

Con p < 0 : $\mathbf{f(x)} = \quad ^{x} -$

Punto de corte con OY: (,)

Con base positiva menor que 1

Con p > 0 : $\mathbf{f(x)} = \quad ^{x} +$

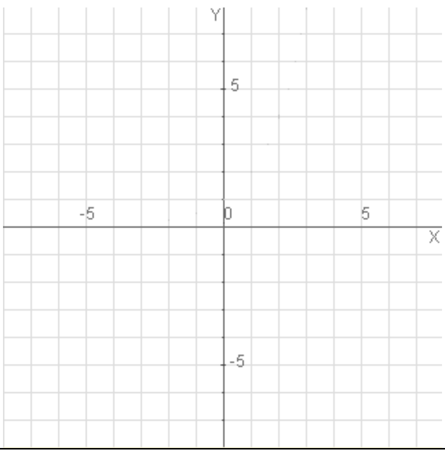
Con p < 0 : $\mathbf{f(x)} = \quad ^{x} -$

Asíntota horizontal: y =

3 Representa dos de las funciones que aparecen en este apartado, completando también la tabla de valores:

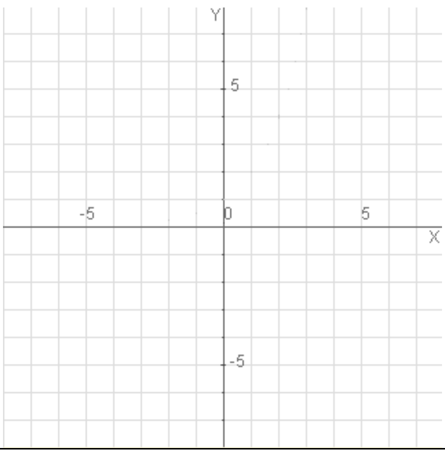
f(x) =

x	f(x)



f(x) =

x	f(x)



Pulsa para ir a la página siguiente.

2.b. Crecimiento exponencial

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

La función exponencial se presenta en multitud de fenómenos de crecimiento animal, vegetal, económico, etc. En todos ellos la variable es el tiempo. $\mathbf{y=a^t}$

EJERCICIO 1: Completa.

En el crecimiento exponencial, cada valor de **y** se obtiene ______________________________
____.

y =

Donde:

k es ______________________________

t es ______________________________

a es ____.

Si **0<a<1** se trata de un ____________________________________

En la escena aparece el enunciado de un problema. Observa que el crecimiento del cultivo bacteriano (número de bacterias por unidad de tiempo) sigue un crecimiento o decrecimiento exponencial.

EJERCICIO 2:

Varía el valor inicial "**k**" y el factor por el que se multiplica "**a**" y observa las diferentes gráficas que se obtienen. **Contesta**:

	RESPUESTA
¿Para qué valores de "**a**" se tiene un crecimiento exponencial?	
¿Para qué valores de "**a**" se tiene un decrecimiento exponencial?	
¿Cómo es la función para a = 1?	
¿Cuál es el punto de corte con el eje OY?	

Pulsa el botón para hacer unos ejercicios.

Aparece un resumen en el que puedes ver las respuestas a las preguntas anteriores. Pulsando en los botones que aparecen en ese cuadro puedes acceder a tres ejercicios diferentes. Resuélvelos en los siguientes recuadros y después pulsa el botón "Comprobar".

1 Escribe la tabla de una función exponencial si para x=____ la función vale ____ y la constante de crecimiento es ____.
¿Cuál es la expresión algebraica?

x	y

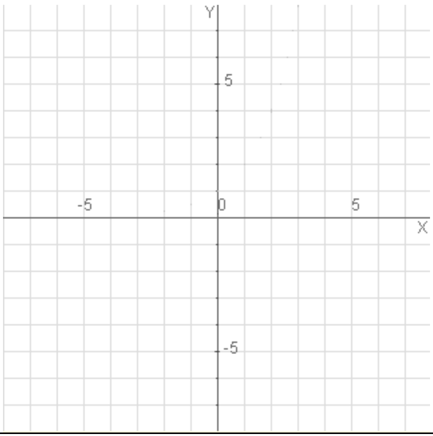
2 La tabla siguiente corresponde a valores de una función exponencial. Complétala y escribe la expresión algebraica de la función y=f(x)?

x	f(x)

3 Representa dos de las funciones que aparecen en este apartado, completando también la tabla de valores:

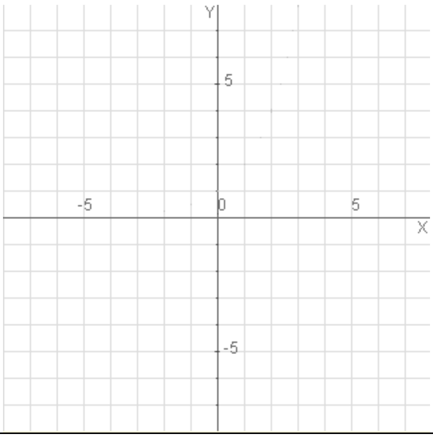
f(x) =

x	f(x)



f(x) =

x	f(x)



Pulsa para ir a la página siguiente.

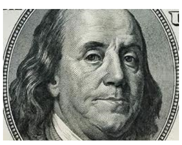
2.c. Aplicaciones

Lee en la pantalla la explicación teórica de este apartado.

EJERCICIO 1: Contesta.

¿Para qué sirve la **función exponencial**?

EJERCICIO 2:



Ahora puedes resolver el problema del legado de Franklin, planteado al comienzo del tema. Pulsa sobre la imagen.

En la escena de la derecha puedes ver tres aplicaciones: Interés compuesto. Crecimiento de poblaciones. Desintegración radioactiva.

Pulsa sobre **Interés compuesto**

Lee la explicación de la escena y completa lo que falta en el siguiente texto:

Interés Compuesto
En el interés compuesto los intereses producidos por un capital C_0 ______________________ a éste, de tiempo en tiempo, para producir nuevos intereses.
Los intervalos de tiempo, al cabo de los cuales los intereses se acumulan al capital, se llaman ____.

El Capital Final obtenido C_f por un capital inicial C_0 al cabo de t años a interés compuesto del r % anual, se determina por la fórmula:

Si la capitalización no es anual se cambia t por ___ y r por ____donde n es el número de periodos que hay en un año.

Crecimiento Continuo
Cuando los períodos de tiempo se hacen cada vez más pequeños, de manera que los intereses se acumulan al capital en cada instante, se obtiene la fórmula del interés continuo:

EJEMPLO
Si colocamos un capital de _____ € al _______ anual, a interés compuesto con abonos cada ___ meses.
a) Haz una tabla del capital acumulado en los primeros años.
b) Escribe la expresión algebraica del capital acumulado, en función de los años transcurridos.
c) ¿Cuánto dinero tendremos al cabo de ___ años?
d) ¿Cuántos años tienen que pasar para tener ______ €?

x	y

El rédito por período es:

Cada € se convierte por período en:

Cada € se convierte por año en:

b) y =

c) y( ) =

d) Continuamos con la tabla

Tienen que pasar:

Pulsa "< volver" para volver al menú.

Pulsa sobre **Crecimiento de poblaciones**

Lee la explicación de la escena y completa lo que falta en el siguiente texto:

Crecimiento de poblaciones
El crecimiento vegetativo de una población viene dado por ___________________________ ____.
Si inicialmente partimos de una población $\mathbf{P_0}$ que tiene un índice de crecimiento anual **i** (expresado en tanto por uno), la población después de un año será:

Y al cabo e t años será

Crecimiento Continuo

Si se considera el crecimiento continuo:

<table>
<tr><td>

EJEMPLO
Un pueblo tiene _____ habitantes. Se sabe que su población crece a un ritmo del _____ anual.

a) Haz una tabla de valores que relacione tiempo y población.
b) Escribe la expresión algebraica de la función tiempo población.
c) ¿Cuántos habitantes tendrá dentro de _____ años?
d) ¿Cuántos años tienen que pasar para que la población sea de aproximadamente _____ habitantes?

</td><td>

x	y

b) y =

c) y( ) =

d) Continuamos con la tabla

Tienen que pasar:

</td></tr>
</table>

Pulsa "**< volver**" para volver al menú.

Pulsa sobre **Desintegración Radioactiva**

Lee la explicación de la escena y completa lo que falta en el siguiente texto:

Desintegración Radioactiva

Las sustancias radioactivas se desintegran ______________________. La cantidad de una cierta sustancia radioactiva que va quedando al pasar el tiempo t, viene dada por [ ]

En donde M_0 es la cantidad de sustancia que había en el instante que tomemos como inicial y **a** una constante, $0 < a < 1$, que depende de la sustancia en cuestión y de la unidad de tiempo que tomemos.

La rapidez de desintegración de las sustancias radioactivas se mide por el ________________ ______________, que es ____.

<table>
<tr><td>

EJEMPLO
Un gramo de estroncio-90 se reduce a la mitad en 28 años. Si en el año 2000, teníamos ____ gramos y tomamos como origen de tiempo el año 2000.

a) Haz una tabla con la cantidad de estroncio que quedará en los años 2000, 2028, 2056, 2084.
b) Escribe la expresión algebraica de la función años, masa.
c) ¿Cuánto estroncio quedará en el año _________?
d) ¿Cuántos años tienen que pasar para que se reduzca a ______ g?

</td><td>

año	x	y

x = años que han pasado desde el año 2000

y = cantidad de masa en el año x

b) y =

c) y( ) =

d) Continuamos con la tabla a partir de x = ____

Tienen que pasar:

</td></tr>
</table>

EJERCICIOS

6. Representa y estudia las funciones

a) $f(x)=4\cdot 2^{x}$

b) $f(x)=2\cdot 3^{-x}+1$

7. Construye una tabla de valores de una función exponencial en cada caso y escribe la expresión algebraica.

a) $f(-2)=2/9$ y constante de crecimiento 3

x	f(x)
-2	**2/9**
-1	
0	
1	
2	
3	

b) $f(0)=3$ y constante de decrecimiento ¼

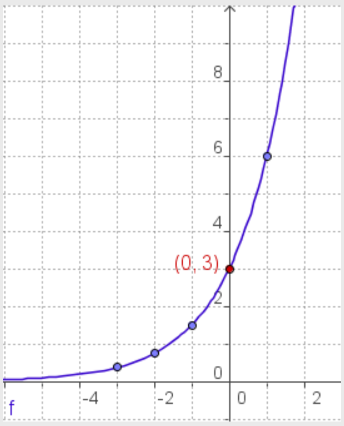
x	f(x)
-2	
-1	
0	**3**
1	
2	
3	

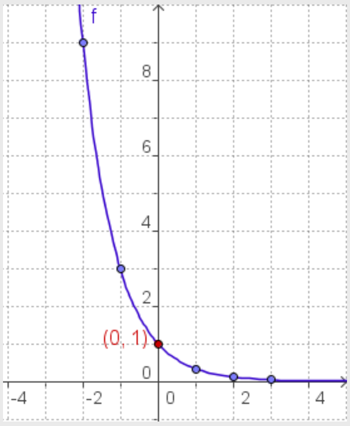
8. La tabla corresponde, en cada caso, a una función exponencial. Escribe la fórmula.

x	f(x)
-2	1/9
-1	1/3
0	1
1	3
2	9
3	27

x	f(x)
-2	25
-1	5
0	1
1	1/5
2	1/25
3	1/125

9. Indica si el gráfico corresponde a una función con crecimiento exponencial o con decrecimiento. Escribe la función.





Pulsa para ir a la página siguiente.