1.4 Die Division

Dividend : Divisor = Quotient

$a : b = c$

Die Division ist die Umkehrung der Multiplikation.

Weil das Kommutative Gesetz nicht gilt, dürfen Dividend und Divisor nicht vertauscht werden!

1.4.1 Vorzeichenregeln

1.4.1.1 $(+1) : (+1) = (+1)$
1.4.1.2 $(+1) : (-1) = (-1)$
1.4.1.3 $(-1) : (+1) = (-1)$
1.4.1.4 $(-1) : (-1) = (+1)$

1.4.2 Division von Klammern (Polynomdivision)

Polynome dividiert man fast genau so, als wenn man schriftlich dividiert:

Beispiel

$$
\begin{array}{llll}
78976 : & 64 & = & 1234 \\
\underline{-64} & 64\cdot 1 & & \\
149 & & & \\
\underline{-128} & 64\cdot 2 & & \\
217 & & & \\
\underline{-192} & 64\cdot 3 & & \\
256 & & & \\
\underline{-256} & 64\cdot 4 & & \\
0 & & &
\end{array}
$$

Man prüft, wie oft die 64 in die ersten beiden Ziffern 78 passt, subtrahiert dann 64·1 von 78 und „holt“ die nächste Stelle 9 von oben und schreibt sie hinter die Differenz von 14 und erhält die Zahl 149. Nun prüft man wieder, wie oft 64 in 149 hineinpasst...

Bei der Polynomdivision ist es nun so, als wenn man die obige Aufgabe folgendermaßen schreiben würde:

$$
\begin{array}{l}
(70000 + 8000 + 900 + 70 + 6) : (60 + 4) = 1000 + 200 + 30 + 4 \\
\underline{-(60000 + 4000)} \\
\quad 14000 + 900 \\
\quad \underline{-(12000 + 800)} \\
\qquad 2100 + 70 \\
\qquad \underline{-(1800 + 120)} \\
\qquad\quad 300 - 50 + 6 \\
\qquad\quad \underline{-(240 + 16)} \\
\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

Wirklich nicht ganz einfach, aber dennoch verständlich. Wenn wir jetzt mit Buchstaben rechnen, müssen wir genau so vorgehen, nur, dass wir verschiedene Buchstaben ja nicht einfach addieren können.

Beispiel (erst mal ganz einfach): $(3{,}5a^2 + 6{,}3b^2):(0{,}5a^2 + 0{,}9b^2) = 7$

$$\begin{array}{l} \underline{-(3{,}5a^2 + 6{,}3b^2)} \\ 0 \end{array}$$

jetzt etwas schwerer: $(3r^2 + 2r - 5):(r-1) = 3r + 5$

$$\begin{array}{l} \underline{-(3r^2 - 3r)} \\ \quad 5r - 5 \\ \quad \underline{-(5r - 5)} \\ \qquad 0 \end{array}$$

und noch schwerer: $(a^3 - b^3) : (a - b) = a^2 + ab + b^2$

$$\begin{array}{ll} \underline{-(a^3 - a^2b)} & (a-b)\cdot a^2 \\ \quad a^2b - b^3 & \\ \quad \underline{-(a^2b - ab^2)} & (a-b)\cdot ab \\ \qquad ab^2 - b^3 & \\ \qquad \underline{-(ab^2 - b^3)} & (a-b)\cdot b^2 \\ \qquad\quad 0 & \end{array}$$

Wichtig ist, dass man den Dividend und den Divisor nach fallenden Potenzen ordnet, wie es im 2. Beispiel zu sehen ist.

1.4.3 Andere Darstellung der Division als Bruch

$$\frac{\text{Dividend}}{\text{Divisor}} = \frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}} = \text{Quotient}; \frac{a}{b} = c$$

siehe Bruchrechnung 1