<u>Multiplicación de radicales con mismo índice</u>

Para **multiplicar radicales con el mismo índice se multiplican los radicandos y se deja el mismo índice**.

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} =$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{12} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$$

Cuando terminemos de realizar una operación e**xtraeremos factores del radical**, si es posible.

<u>Reducción de radicales a índice común</u>

1. Hallamos el **mínimo común múltiplo de los índices**, que será el común índice
2. **Dividimos el común índice por cada uno de los índices** y cada resultado obtenido **se multiplica por sus exponentes** correspondientes.

$\sqrt{2}$ $\qquad \sqrt[3]{2^2 \cdot 3^2}$ $\qquad \sqrt[4]{2^2 \cdot 3^3}$

$$m.c.m.(2,3,4)=12$$

$\sqrt[12]{2^6}$	$\sqrt[12]{(2^2)^4 \cdot (3^2)^4}$	$\sqrt[12]{(2^2)^3 \cdot (3^3)^3}$
$\sqrt[12]{2^6}$	$\sqrt[12]{2^8 \cdot 3^8}$	$\sqrt[12]{2^6 \cdot 3^9}$

Multiplicación de radicales con distinto índice

Primero se **reducen a índice común** y luego **se multiplican**.

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[4]{27} =$$

$$m.c.m.(2,3,4)=12$$

$$\sqrt[12]{3^6} \cdot \sqrt[12]{(3^2)^4} \cdot \sqrt[12]{(3^3)^3} = \sqrt[12]{3^6 \cdot 3^8 \cdot 3^9} = \sqrt[12]{3^{23}} = 3\ \sqrt[12]{3^{11}}$$

$$\sqrt{12} \cdot \sqrt[3]{36} =$$

$$m.c.m.(2,3)=6$$

$$\sqrt[6]{12^3} \cdot \sqrt[6]{36^2} = \sqrt[6]{(2^2 \cdot 3)^3 \cdot (2^2 \cdot 3^2)^2} = \sqrt[6]{2^6 \cdot 3^3 \cdot 2^4 \cdot 3^4} = \sqrt[6]{2^{10} \cdot 3^7} = 6\sqrt[6]{2^4 \cdot 3}$$

División de radicales con el mismo índice

Para dividir radicales con el mismo índice **se dividen los radicandos y se deja el mismo índice.**

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\frac{\sqrt[6]{128}}{\sqrt[6]{16}} =$$

$$\frac{\sqrt[6]{128}}{\sqrt[6]{16}} = \sqrt[6]{\frac{128}{16}} = \sqrt[6]{\frac{2^7}{2^4}} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$$

División de radicales con distinto índice

Primero se **reducen a índice común** y luego **se dividen.**

$$\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt{2}} =$$

$$\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt{2}} = \sqrt[6]{\frac{4^2}{2^3}} = \sqrt[6]{\frac{\left(2^2\right)^2}{2^3}} = \sqrt[6]{\frac{2^4}{2^3}} = \sqrt[6]{2}$$

Cuando terminemos de realizar una operación **simplificaremos el radical**, si es posible.

$$\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt{2}} =$$

$$\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt{2}} = \sqrt[6]{\frac{4^2}{2^3}} = \sqrt[6]{\frac{\left(2^2\right)^2}{2^3}} = \sqrt[6]{\frac{2^4}{2^3}} = \sqrt[6]{2}$$

Ejercicios de división de radicales

$$\frac{\sqrt{256}}{\sqrt[3]{16}} =$$

$$\frac{\sqrt{256}}{\sqrt[3]{16}} = \sqrt[6]{\frac{(256)^3}{16^2}} = \sqrt[6]{\frac{(2^8)^3}{(2^4)^2}} = \sqrt[6]{\frac{2^{24}}{2^8}} =$$

$$= \sqrt[6]{2^{16}} = \sqrt[3]{2^8} = 2^2\,\sqrt[3]{2^2} = 4\,\sqrt[3]{4}$$

$$\frac{\sqrt{a}\cdot\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[4]{a^3}}{\sqrt[6]{a^4}} =$$

$$= \sqrt[12]{\frac{a^6\cdot(a^2)^4\cdot(a^3)^3}{(a^4)^2}} = \sqrt[12]{\frac{a^6\cdot a^8\cdot a^9}{a^8}} = \sqrt[12]{a^{15}} = \sqrt[4]{a^5}$$

Racionalización de radicales

La **racionalización de radicales** es un proceso donde se tiene que eliminar el radical o los radicales, que están en el denominador de la fracción.

Racionalizar una fracción con raíces en el denominador, es encontrar otra expresión equivalente que no tenga raíces en el denominador. Para ello se multiplica el numerador y el denominador por la expresión adecuada, de forma que al operar desaparezca la raíz del denominador.

Racionalización de un radical índice 2

Para racionalizar un monomio de este tipo, se debe multiplicar el numerador y el denominador de la fracción por el denominador de la misma. En el siguiente caso:

$$\frac{6}{\sqrt{2}}$$

hay que multiplicar numerador y denominador por $\sqrt{2}$

$$\frac{6}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}}$$

Después se despeja la raíz cuadrada del denominador ya que el radicando está elevado al cuadrado puede eliminar o despejar la raíz cuadrada:

$$\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

Racionalización de binomio de índice 2

Para racionalizar un binomio de índice 2, se debe hacer un proceso similar al ejercicio anterior, multiplicar el numerador y denominador de la fracción por el denominador de la misma. En el siguiente ejemplo:

$$\frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$$

hay que multiplicar el numerador y el denominador por $\sqrt{2}-\sqrt{3}$; este resultado es el que da el producto notable de los binomios conjugados.

$$\frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{2^2}-\sqrt{3^2}}$$

Ahora, se procede al despeje de las raíces cuadradas del denominador:

$$\frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{2^2}-\sqrt{3^2}} = \frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{2-3}$$

$$\frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{-1} = -2(\sqrt{2}-\sqrt{3})$$

Racionalización de monomios con índices mayores que 2

Tómese el siguiente caso:

$$\frac{2}{\sqrt[5]{8a^3b^4}}$$

Primero, todas las cantidades radicandos (si son números enteros elevados que no tienen exponente) se les debe obtener la raíz enésima.

$$\frac{2}{\sqrt[5]{8a^3b^4}} = \frac{2}{\sqrt[5]{2^3a^3b^4}}$$

Ahora, la cantidad que deberá ser multiplicada al numerador y denominador de la fracción sigue un procedimiento diferente a las anteriores.

Las cantidades exponenciales de los radicandos del radical para multiplicar al numerador y denominador de la fracción será el número del exponente que falta para acercarse al índice del radical. En caso de que el exponente sea mayor que el índice de la raíz, la cantidad de aquel exponente será la que falte para llegar al múltiplo más cercano de la raíz.

$$\sqrt[5]{2^3a^3b^4} = \sqrt[5]{2^2a^2b}$$

En este ejemplo, es $\sqrt[5]{2^2a^2b}$, ya que éste es el radical que al ser multiplicado por el denominador los exponentes de las cantidades radicandos serán iguales al índice de la raíz.

Ahora, se procede a multiplicar el numerador y el denominador:

$$\frac{2}{\sqrt[5]{2^3a^3b^4}} \cdot \frac{\sqrt[5]{2^2a^2b}}{\sqrt[5]{2^2a^2b}} = \frac{2\sqrt[5]{2^2a^2b}}{\sqrt[5]{2^5a^5b^5}}$$

Despejando las raíces, que son de índice 5:

$$\frac{2\sqrt[5]{2^2a^2b}}{\sqrt[5]{2^5a^5b^5}} = \frac{2\sqrt[5]{4a^2b}}{2ab}$$

Simplificando, se obtiene:

$$\frac{2\sqrt[5]{4a^2b}}{2ab} = \frac{\sqrt[5]{4a^2b}}{ab}$$