DINÁMICA

La Dinámica tiene por objeto estudiar el movimiento de un cuerpo, relacionándolo con las causas que lo generan, las cuales son resultado de la interacción del cuerpo analizado con otros que lo rodean, y son bien definidas por un concepto matemático denominado fuerza, que tiene características vectoriales.

Los efectos que produce la aplicación de una fuerza sobre un cuerpo, generalmente son deformaciones y, o, movimiento. El movimiento puede ser de traslación o de rotación, o ambos a la vez. Si consideramos al cuerpo como una partícula (punto material), el único movimiento es el de traslación.

Aun el movimiento más complicado de un cuerpo rígido puede ser tratado como una combinación de traslación y rotación. En cualquier instante el cuerpo gira al redor de cierta línea, o *eje de rotación*, mientras que este continúa trasladándose. Por ejemplo el movimiento de una rueda de un automóvil en movimiento es una combinación de la rotación de la rueda alrededor del eje de rotación y la traslación de este eje.

Interacciones o Fuerzas

Existen cuatro tipos de fuerzas fundamentales en la naturaleza: gravitacionales (por la interacción entre masas), electromagnéticas (producida entre cuerpos cargados eléctricamente), nucleares fuertes (mantienen unido al núcleo en contra de la fuerza de repulsión coulumbiana) y nucleares débiles (que tiene que ver con la desintegración de neutrones fuera del átomo sin causa aparente).

En casi toda actividad se puede advertir la presencia de fuerzas: Peso (fuerza con que la Tierra atrae a todos los cuerpos), Normal (se genera cuando dos cuerpos están en contacto. Tiene una acción perpendicular a las superficies en contacto), Fricción o rozamiento (cuando dos cuerpos están en contacto y el uno tiende a moverse o se mueve con relación al otro. Tiene una dirección tangente a las superficies en contacto mutuo de manera que se opone al movimiento relativo del cuerpo en análisis o a su tendencia en relación con el otro.), Elástica (fuerza que lleva a restituir al cuerpo a sus condiciones iniciales o naturales), y Tensión (es la fuerza a la que está sometida una cuerda)

Leyes de Newton o del Equilibrio Natural

PRIIMERA LEY DE NEWTON. Todo cuerpo continua en su estado de reposo o de MRU, a menos que exista una fuerza resultante o neta distinta de cero que al actuar sobre el le imprima un cambio de velocidad ya sea lineal o angular .Se le denomina Ley de la Inercia.

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{neta} = \vec{0}$$

SEGUNDA LEY DE NEWTON. Conocida también como Ley de la Fuerza, donde la aceleración de un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él e inversamente proporcional al valor de su masa.

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{neta} = m\vec{a}$$

TERCERA LEY DE NEWTON. Conocida como Ley de Acción y Reacción: Cuando dos cuerpos interactúan entre si, la fuerza que el primero ejerce sobre el segundo, es igual en magnitud pero contraria en dirección a la fuerza que este ejerce sobre el primero. A cualquiera de estas podemos llamarle acción y a la contraria reacción.

$$\vec{F}_{acción} = -\vec{F}_{reacción}$$

Nótese que las fuerzas de acción y reacción actúan en cuerpos diferentes, nunca sobre el mismo cuerpo.

CONDICIONES DE EQUILIBRIO DE UNA PARTICULA.

Una partícula está en equilibrio generalizado cuando la fuerza neta que actúa sobre ella es nula y además la suma de los torques del sistema también es igual a cero.

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{neta} = \vec{0} \quad \text{y} \quad \Sigma\vec{\tau} = \vec{\tau}_{neto} = I\vec{\alpha}$$

Fuerzas que actúan en el Movimiento Curvilíneo (Circular o Parabólico)

El movimiento circular es un movimiento contenido en un plano; por lo que la fuerza neta que actúa sobre una partícula con tal movimiento, estará contenida en el mismo plano.

Para analizar dinámicamente el movimiento de una partícula, en primer lugar hay que describir gráficamente las fuerzas externas que actúan sobre ella en el denominado diagrama de cuerpo libre, luego se descomponen estas fuerzas en cada uno de los ejes de un sistema de referencia adecuado (Normal – Tangencial). En el que uno de los ejes sea paralelo a la dirección del movimiento y el otro eje perpendicular a este, posteriormente aplicamos la segunda ley de Newton en cada eje para el conjunto de componentes respectivas de las fuerzas externas. Entonces obtenemos algunas ecuaciones parciales del movimiento, una por cada cuerpo involucrado en el movimiento del sistema, que tiene su respectivo diagrama de cuerpo libre. De la solución simultánea de este conjunto de ecuaciones encontramos los valores de los parámetros de movimiento del sistema.

$$\Sigma\vec{F}_N = \vec{F}_{neta} = m\vec{a}_N \qquad \text{y} \qquad \Sigma\vec{F}_T = \vec{F}_{neta} = m\vec{a}_T$$

IMPULSO LINEAL
CANTIDAD DE MOVIMIENTO LINEAL $\vec{p}$ O MOMENTUM LINEAL

La cantidad de movimiento lineal o momentum lineal de una partícula, se define como el producto de su masa por su velocidad y se representa con $\vec{\mathbf{P}}$:

$$\vec{\mathbf{P}} = \mathrm{m}\,\vec{\mathbf{V}}$$

La cantidad de movimiento lineal es un concepto físico de mucha importancia, porque combina dos elementos que caracterizan el estado dinámico de una partícula: su masa y su velocidad. Tiene la misma dirección de la velocidad ($\vec{\boldsymbol{\mu}}_p = \vec{\boldsymbol{\mu}}_v$), cuyas unidades son las de una masa multiplicada por una velocidad.

Impulso lineal

Si una partícula de masa m, se mueve bajo la acción de una fuerza neta $\vec{\mathbf{F}}$ que puede ser variable, se tendrá que ésta experimenta en cada instante una aceleración a. Según la segunda ley de Newton:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{neta} = m\vec{a} = m\frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$$

$$\Sigma\vec{F}\cdot\Delta t = \vec{F}_{neta}\cdot\Delta t = m(\vec{V}_f - \vec{V}_0) = m\vec{V}_f - m\vec{V}_0 = \vec{p}_f - \vec{p}_0$$

$$\vec{\mathbf{F}}.\,\Delta t = \vec{\mathbf{P}} - \vec{\mathbf{P}}_o = \Delta\vec{\mathbf{P}}$$

$$\vec{\mathbf{F}}.\,\Delta t = \Delta\vec{\mathbf{P}}$$

Al producto ($\vec{\mathbf{F}}.\,\Delta t$) se le denomina impulso, y es igual a la variación de la cantidad de movimiento lineal que experimenta la partícula debido a la acción de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$, en el intervalo de tiempo Δt.

Si la fuerza es constante o si se considera una fuerza promedio $\vec{F}$ en un intervalo cualesquiera de tiempo ($\Delta t = t - t_o$), se tendrá:

$$\vec{F}.\,\Delta t = \Delta\vec{P} \qquad o \qquad \vec{F}_m.\,\Delta t = \Delta\vec{P}$$

Unidades: El impulso es una magnitud vectorial que tiene la misma dirección de la fuerza ($\vec{\mu}_{F.\Delta t} = \vec{\mu}_F$), cuyas medidas son las de una fuerza multiplicada por una de tiempo.

$\overrightarrow{\Delta P} \rightarrow$ [N.s]

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{neta} = m\vec{a} = m\frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$$

$$\Sigma\vec{F}\cdot\Delta t = \vec{F}_{neta}\cdot\Delta t = m(\vec{V}_f - \vec{V}_0) = m\vec{V}_f - m\vec{V}_0 = \vec{p}_f - \vec{p}_0 \qquad \vec{p} = m\vec{V}$$

$\vec{I} = \Delta\vec{p}$ = vector impulso = cambio de la cantidad de movimiento

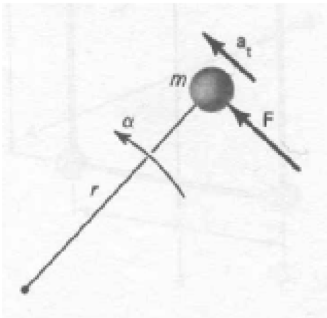
DINÁMICA ROTACIONAL

TORQUE O EFECTO DE GIRO.- es la causa de la rotación, volteo o giro de los cuerpos rígidos bajo la acción combinada de un par de fuerzas de igual intensidad pero de direcciones paralelas y opuestas. El efecto de giro cumple la regla de la mano derecha.

Momento de una fuerza o torque es el efecto de rotación o giro que produce una fuerza aplicada a un cuerpo rígido provisto de un eje. El cuerpo se considera rígido cuando experimente deformaciones relativamente muy pequeñas o despreciables, como una barra de hierro o un pedazo de madera o una piedra.

$$\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$$

$$\Sigma\vec{\tau} = \vec{\tau}_{neto} = I\vec{\alpha}$$



CENTRO DE MASA (C.M.) Y CENTRO DE GRAVEDAD (C. G.)

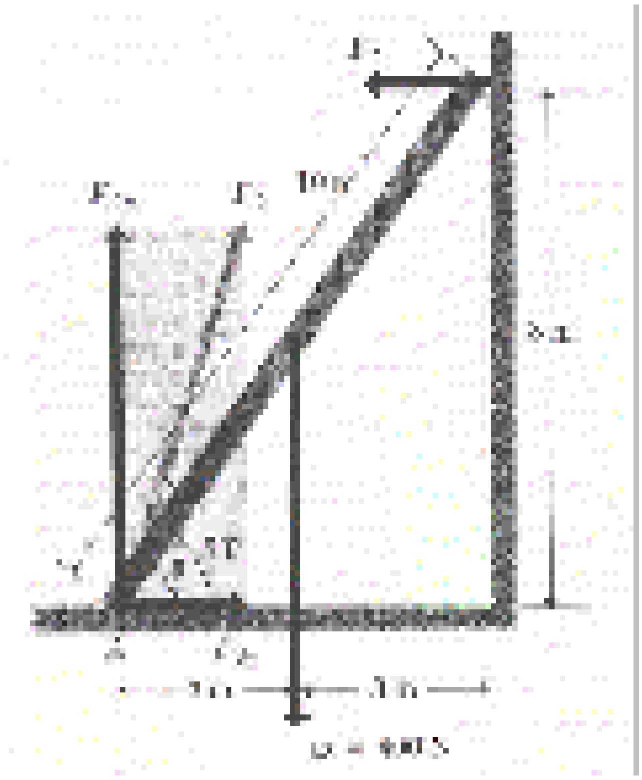
Cuando se determina el movimiento de un sistema de partículas debido a fuerzas externas, se puede considerar que toda la masa está concentrada en un punto (dentro o fuera del sistema) denominado el centro de masa (**C.M.**). Un cuerpo finito se puede considerar como un sistema de partículas.

El torque o momento siempre puede determinarse suponiendo que toda la fuerza gravitacional está aplicada en un solo punto denominado el ***Centro de Gravedad*** (**C.G.**). Además, este punto es prácticamente el *centro de masa.* Toda partícula de materia de un cuerpo es atraída por la tierra, y a la resultante le denominamos *peso* del cuerpo. La dirección de la fuerza que actúa sobre cada partícula es hacia el centro de la tierra, pero la distancia a este punto es tan grande que para efectos prácticos, las fuerzas pueden considerarse paralelas entre sí.

Para obtener la Inercia Rotacional o Masa Rotacional $I = \sum mr^2$, se subdivide(convenientemente) el cuerpo en un determinado número de partículas, cuyas masas se multiplican por el cuadrado de sus respectivas distancias al eje de rotación, y se efectúa la suma de todos estos productos. El resultado se denomina *momento de inercia* del cuerpo respecto al eje de rotación, y se representa por ***I***:

$$\boxed{I = \sum mr^2}$$

EJEMPLO.- Una escalera de mano de 10 m de longitud y 400N de peso, que se considera concentrado en su centro, está apoyada en una pared vertical sin rozamiento y forma un ángulo de 53.1° con la horizontal (representado por un triángulo rectángulo de lado 3,4 y 5, según se indica en la figura). Se desean hallar las magnitudes y las direcciones de las fuerzas $\mathbf{F_1}$ y $\mathbf{F_2}$.



Solución: Si la pared no tiene rozamiento, $\mathbf{F_1}$ es horizontal. La dirección de $\mathbf{F_2}$ es desconocida; excepto en casos particulares, su dirección *no* se encuentra sobre la escalera. En lugar de considerar su magnitud y dirección como incógnitas, es más sencillo descomponer la fuerza **F_2** en componentes *x* e *y* (incógnitas) y calcular éstas. Entonces pueden calcularse la magnitud y dirección de **F_2**, Por consiguiente, la primera condición de equilibrio proporciona las ecuaciones

$$\Sigma Fx = F_{2x} - F_{1x} = 0$$

$$\Sigma Fy = F_{2y} - 400N = 0$$

Para escribir la segunda condición hay que determinar los momentos respecto a un eje que pase por un punto cualquiera. La ecuación obtenida resulta más sencilla cuando se elige un punto por el cual pasan las líneas de acción de dos o más fuerzas, ya que entonces estas fuerzas no aparecen en la ecuación. Por tanto, tomaremos momentos respecto a un eje que pase por el punto A

$$\Sigma \vec{\tau}_A = \mathbf{F_1(8M)-(400N)(3m) = 0}$$

En virtud de la segunda ecuación, F_2 = 400N y de la tercera,

F_1 = 1200N.m/8m = 150N

Entonces, según la primera ecuación, F_{2x} = 150N

Por consiguiente,

$$\mathbf{F_2 = (400N) + (150N) = 427.2N}$$

$$\Phi = tg^{-1}(400N/150N) = 69.4°$$

CANTIDAD DE MOVIMIENTO ANGULAR $\vec{L}$ O MOMENTUM ANGULAR

El momento angular de una partícula se toma siempre alrededor de cierto eje, aunque la partícula tenga movimiento rectilíneo es posible calcular su momento angular respecto a un eje dado. La magnitud del movimiento angular de la partícula, *L*, se define por:

$$\vec{L} = mr\vec{V}_T = I\vec{\varpi} = \vec{r} \times \vec{p}$$

La tendencia de un objeto en rotación de mantener su movimiento giratorio recuerda la tendencia de un cuerpo en movimiento de traslación de continuar su trayectoria rectilínea. Para el movimiento lineal, es conveniente definir una cantidad, la cantidad ⑧ = *m*v. La segunda ley de Newton, en su forma general, condujo a la conservación dela cantidad de movimiento, que demostró ser bastante útil en muchos casos.

Es natural, por tanto, preguntarse si una ley semejante a la conservación también se podría aplicar al movimiento giratorio. Para deducir esta ley de la conservación, se examinará de nuevo el sistema simple de una masa puntual única a una distancia r de un eje fijo. De nuevo, se supondrá que sobre esta masa actúa una fuerza tangencial **F**. Entonces, la segunda ley de Newton afirma que

$$\boxed{\mathbf{F} = \Delta(mv)/<t = \Delta p/\Delta t}$$

Multiplicando la ecuación anterior por r y usando las igualdades $v = r\,\boldsymbol{p}$ y $\tau = Fr$, obtenemos

$$\tau = ☛(m\,r^2 p)/\Delta t = \Delta(Ip)/\Delta t$$

Por consiguiente, si , por analogía a la cantidad de movimiento lineal $p = mv$, definimos el *momento angular como*

$$\boxed{\mathbf{L} = Ip}$$

Llegamos a la contra parte rotacional de la primera ecuación

$$\boxed{\tau = \Delta\,\mathbf{L}\;/\;\Delta t}$$

Y cuando $\Delta t \to 0$,

$$\boxed{\tau = \lim\,(\Delta\mathbf{L}/\Delta t)}$$

La ecuación $\mathbf{L} = Ip$ da un nuevo significado al momento de inercia: el momento de inercia da a un objeto una resistencia al cambio de su momento angular, es, digamos, una inercia angular del mismo modo que la masa de un objeto le confiere inercia, que es una resistencia al cambio de su cantidad de movimiento lineal.

Para una masa puntual *m* en un movimiento circular de radio *r*, con velocidad ***v***, el momentum angular alrededor del centro del círculo es

$$\boxed{L = (mr^2)\, p = m v_1 r}$$

En donde v_1, es la velocidad tangencial. La ecuación anterior se aplica aunque la masa *m* no se mueva en trayectoria circular, siempre que v_1 en 9.18 *sea la componente de la velocidad perpendicular al vector de posición r.*

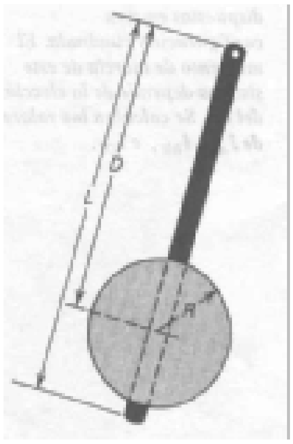
El momento angular, igual que la velocidad angular, es una cantidad vectorial. Para sistemas simétricos, **L** tiene la misma dirección que *p*. La ecuación $\tau = \Delta \mathbf{L}/\Delta t$ dice que al aplicar un torque a un sistema que tiene momento angular *L* se provocará un cambio en el momento angular. Como en el caso rectilíneo, ese cambio en el vector **L** puede ser en cualquier dirección, dependiendo de la que siga el vector torque.

Así, se necesita un torque no sólo para cambiar la magnitud del momento angular de un cuerpo giratorio sino también para cambiar la dirección del eje de rotación, aunque la magnitud del momento angular quede constante.

Esta ecuación también demuestra que en ausencia de un torque el momento angular de un sistema permanece constante. Es decir, llegamos *a la ley de conservación del momentum angular* **L**.

TEOREMA DEL EJE PARALELO

Algunos momentos de inercia son de rotación alrededor de un eje que pasa a través del centro de masa del cuerpo. Con frecuencia, sin embargo, un objeto es forzado a girar alrededor de un eje que no pasa por su centro de masa. Por ejemplo, el cigüeñal del motor de un automóvil tiene cierto número de discos excéntricos con respecto al eje de rotación. Otro ejemplo es el péndulo de un reloj, una varilla de longitud L a la que se fija un disco plano a una distancia D bajo el punto de soporte. La varilla gira alrededor de uno de sus extremos, y el disco lo hace alrededor de un eje paralelo a su eje de simetría, pero desplazado de él a una distancia D.



Para analizar el movimiento giratorio en esos casos, se debe conocer el momento de inercia del sistema alrededor del eje de giro. Hay una expresión muy sencilla que relaciona el momento de inercia de un objeto de forma arbitraria a un eje paralelo a una distancia d del centro de masa, que es

$$\boxed{I_d = I_{CM} + MD^2}$$