UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
DEPARTAMENTO DE FISICA
PROGRAMA DE PERFECCIONAMIENTO FUNDAMENTAL

**Jornada Enero 2001**

# ESTATICA

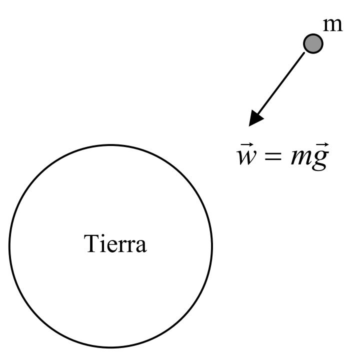
**CONCEPTOS PREVIOS**:

**1.- FUERZA**: La fuerzas se clasifican en:

**a) Fuerzas de acción a distancia**, son aquellas que interactúan a una cierta distancia, por ejemplo:

- Las fuerzas de campos gravitacionales que se ejercen entre los cuerpos como consecuencia de su masa, es de atracción y es directamente proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de las distancias que las separa, si las masas son despreciables, la fuerza de interacción también lo será, pero en el caso de que una de las masas sea la tierra, esta fuerza no es depreciable, por lo tanto, cerca de la tierra, todos los cuerpos son atraídos hacia el centro con una fuerza proporcional a la masa del cuerpo, la constante de proporcionalidad es la aceleración de gravedad, cuya magnitud en el sistema internacional de medidas es $g = 9.8(\frac{m}{s^2})$, cuya dirección es radial y el sentido es hacia el centro de la tierra, de modo que la fuerza peso es un vector y queda expresada como:

$$\vec{w} = m\vec{g} .$$

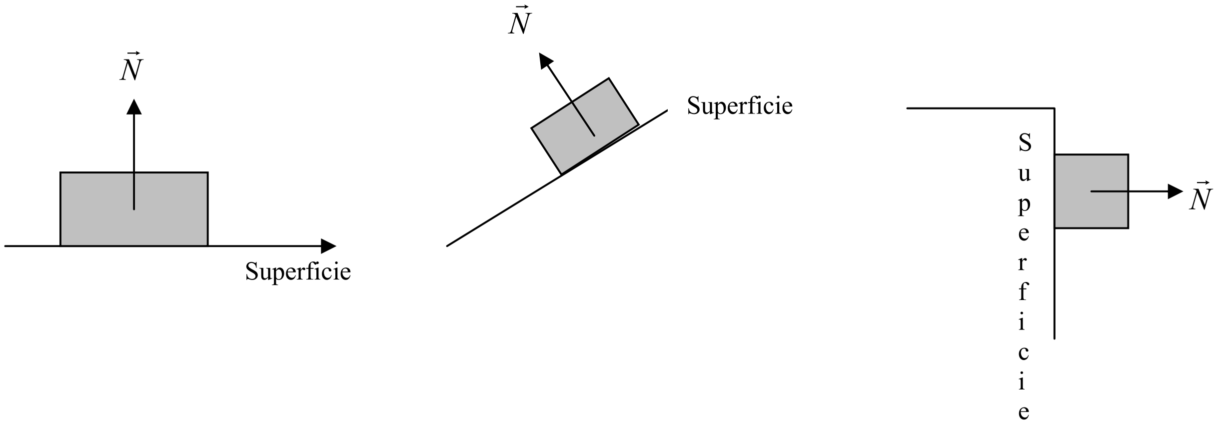


Las variaciones de la aceleración de gravedad con la altura, por lo tanto del peso, pueden despreciarse cuando los cuerpos permanecen cerca de la superficie terrestre.

- Otras fuerzas a distancia son las fuerzas de campos eléctricos, las fuerzas de campos magnéticos, etc.

**b) Fuerzas de contacto**, son aquellas que se aplican mediante el contacto con otro cuerpo, por ejemplo:

- **Fuerza de reacción normal**, es la reacción que ejerce la superficie sobre el cuerpo ( acción y reacción) y es perpendicular a la superficie, generalmente se denomina por N. Ejemplos:

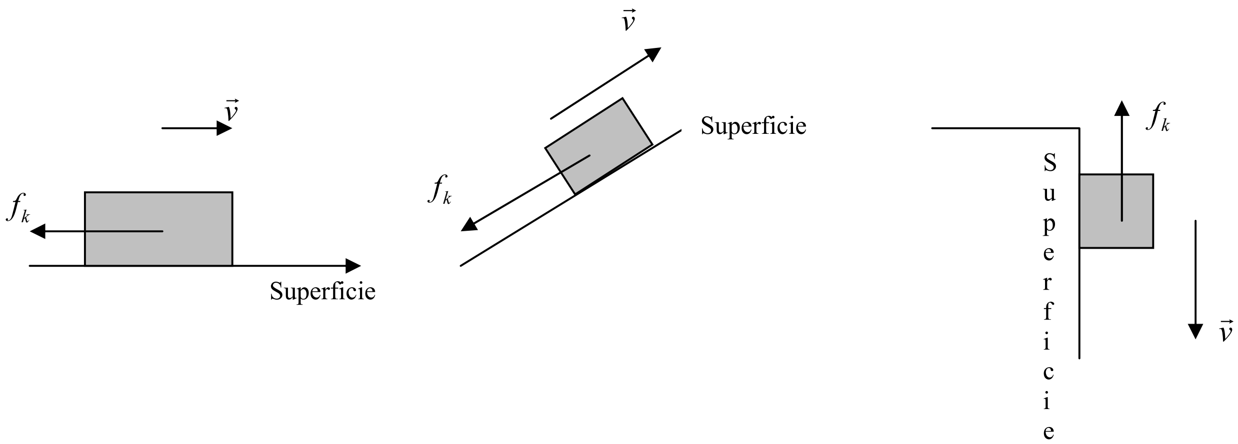



- **Fuerza de roce**, es la fuerza contraria al movimiento o la posibilidad de este, es paralela a la superficie de contacto y se le designa por $f$.

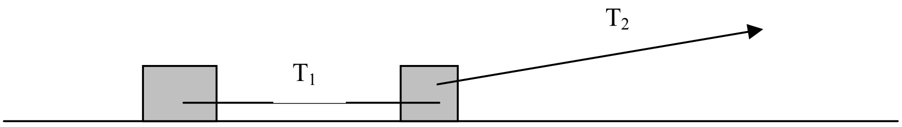
-

Experimentalmente se puede encontrar que existen dos tipos de fuerzas de roce, la fuerza de roce estática $f_s$, que es aquella que se obtiene del producto entre el coeficiente de roce estático $\mu_s$ y la magnitud de la reacción normal (N), es decir, $f_s = \mu_s N$ y la fuerza de roce cinética $f_k$, que es aquella que se obtiene del producto entre el coeficiente de roce cinético $\mu_k$ y la magnitud de la reacción normal (N), por lo tanto, $f_k = \mu_k N$. Para un par de superficies dadas, generalmente $\mu_s \rangle \mu_k$.

Tanto la fuerza de reacción normal como la fuerza de roce son fuerzas de reacción de la superficie sobre el cuerpo. Ejemplos:



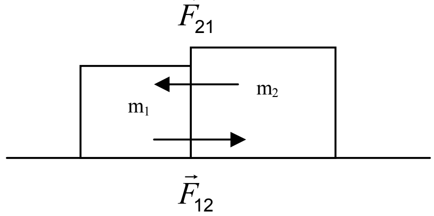

- **Tensiones**: Cuando un cuerpo es tirado mediante un cuerda, la cuerda ejerce una tracción denominada tensión y se designa por T. Si la cuerda es inextensible y de masa despreciable, entonces la cuerda sólo transmite la misma tensión a través de ella. Ejemplo:




**2.- TERCERA LEY DE NEWTON:** La tercera ley de Newton expresa que a cada acción siempre se opone una reacción de igual módulo y dirección pero en sentido opuesto.

Por lo tanto: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

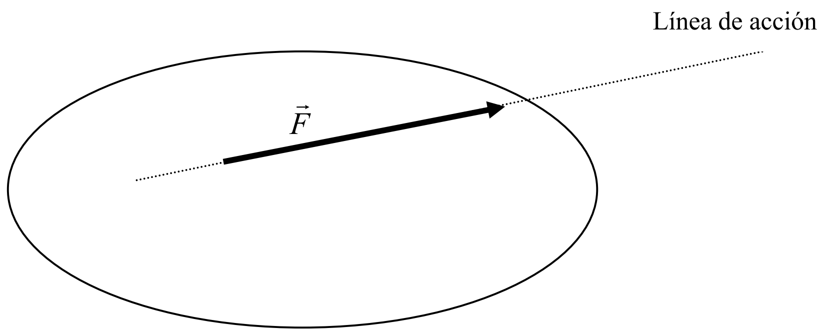
Esto significa que la fuerza que ejerce el cuerpo 1 sobre el cuerpo 2 ($\vec{F}_{12}$) es igual en módulo y dirección, pero de sentido opuesto a la fuerza que ejerce el cuerpo 2 sobre el cuerpo 1 (-$\vec{F}_{21}$).



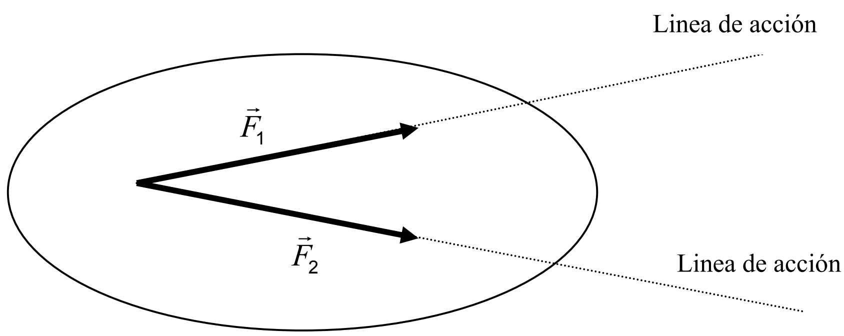
Como consecuencia de lo anterior se puede establecer que:

- Las fuerzas actúan de a pares.
- Las fuerzas de acción reacción actúan sobre distintos cuerpos.
- Al actuar sobre distintos cuerpos, no se anulan.
- El par de fuerzas de acción y reacción, actúan simultáneamente.

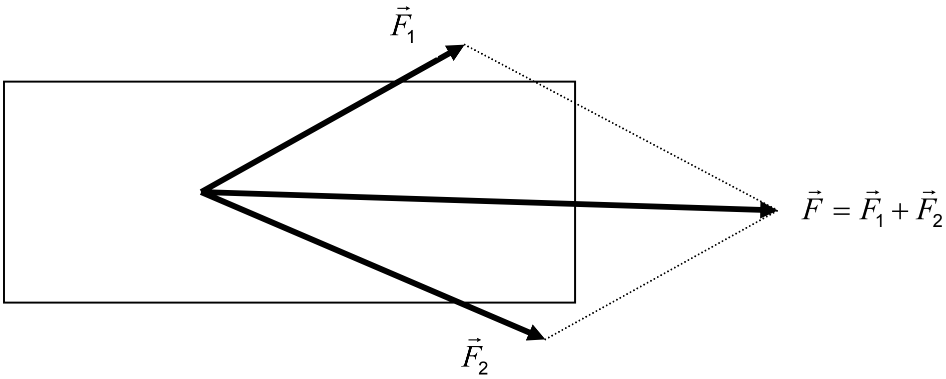
**3.- LINEA DE ACCION Y PUNTO DE APLICACIÓN:** Cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo indeformable, se puede desplazar libremente sobre su linea de acción, provocando el mismo efecto, en consecuencia una fuerza puede ser aplicada en cualquier punto a lo largo de su linea de acción, siempre y cuando se mantenga la magnitud y sentido. Ejemplo:



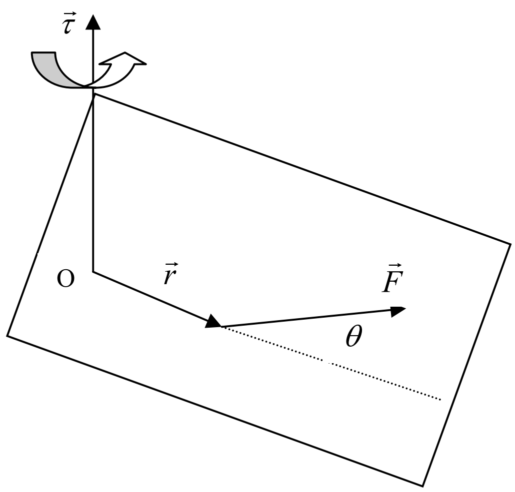

**4.- FUERZAS CONCURRENTES:** Cuando un par de fuerzas que no son paralelas entre sí, que están en un mismo plano y que actúan sobre un cuerpo sólido indeformable, se puede comprobar, por lo indicado en el punto anterior, que esas dos fuerzas pueden ser trasladadas a una intersección común a lo largo de sus lineas de acciones.



Se puede comprobar que esas dos fuerzas actuando en el punto de intersección de las lineas de acciones, son equivalentes a una sola fuerza aplicada $\vec{F}$ actuando en ese punto y cuyo valor es $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ . Ejemplo:




**5.- MOMENTO DE UNA FUERZA O TORQUE:** Sobre un cuerpo se aplica una fuerza $\vec{F}$ de modo que su linea de acción no pase por el punto O, entonces el efecto que se produce es una rotación del cuerpo en torno al punto O.




Se define torque o momento de una fuerza $\vec{\tau}$ con respecto a un punto O, como una cantidad vectorial dada por la expresión:

$$\vec{\tau}_O = \vec{r} x \vec{F}$$

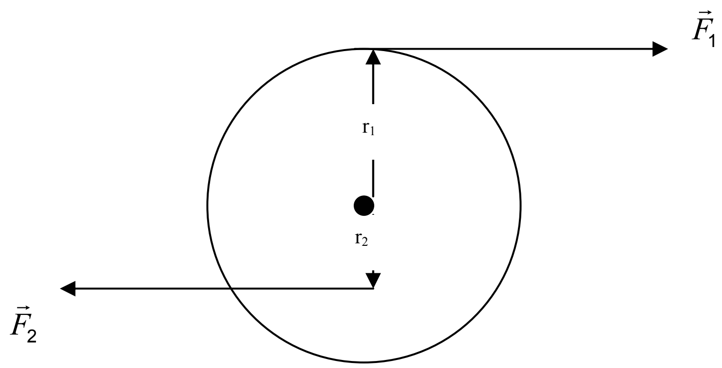
y cuyo módulo es:

$$\tau_O = rF \operatorname{sen} \theta$$

donde $\vec{r}$ es el vector posición del punto de aplicación de la fuerza $\vec{F}$ , medido desde O.

La dirección y el sentido del torque o momento de la fuerza $\vec{\tau}$, es un vector perpendicular al plano que forman los vectores $\vec{r}$ y $\vec{F}$ y el sentido lo dá la regla de la mano derecha o del tirabuzón.

**6.- PAR DE FUERZAS**: La suma de dos fuerzas paralelas de igual magnitud y de sentidos opuestos que no tienen la misma linea de acción, es nula. Sin embargo, el efecto que producen cuando se aplican sobre un cuerpo indeformable no es nulo, ya que este par de fuerzas puede hacer rotar el cuerpo. Ejemplo:




El par de fuerzas $\vec{M}$ se define como:

$$\vec{M} = \vec{r}_1 x \vec{F}_1 + \vec{r}_2 x \vec{F}_2$$

pero: $$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$$

por lo tanto: $$\vec{M} = \vec{r}_1 x \vec{F}_1 - \vec{r}_2 x \vec{F}_1$$

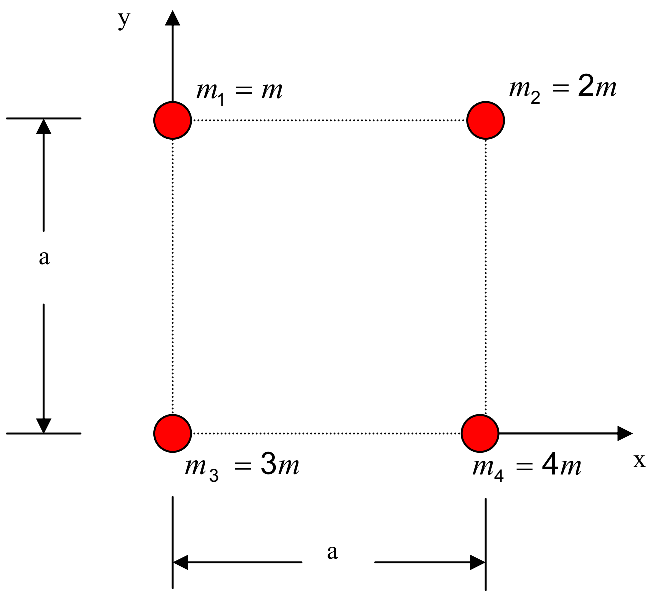
luego: $$\vec{M} = (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) x \vec{F}_1$$

**7.- CENTRO DE MASA:** Es un punto que se comporta como si toda la masa del sistema estuviese concentrada en él y las fuerzas externas que actúan sobre el sistema se aplicaran exclusivamente sobre dicho punto.

- La posición del centro de masa de un conjunto de partículas $m_i$ ubicadas en posiciones $\vec{r}_i$, se define como:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{i=n} m_i}$$

Ejemplo: 4 partículas de masas $m_1 = m$, $m_2 = 2m$, $m_3 = 3m$ y $m_4 = 4m$, se encuentran ubicadas en los vértices de un cuadrado de lado a, como muestra la figura, encontrar el centro de masa del sistema de partículas.



De acuerdo al sistema de referencia, las posiciones de cada una de las masas son:

$m_1$: $\vec{r}_1 = (0; a)$

$m_2$: $\vec{r}_2 = (a; a)$

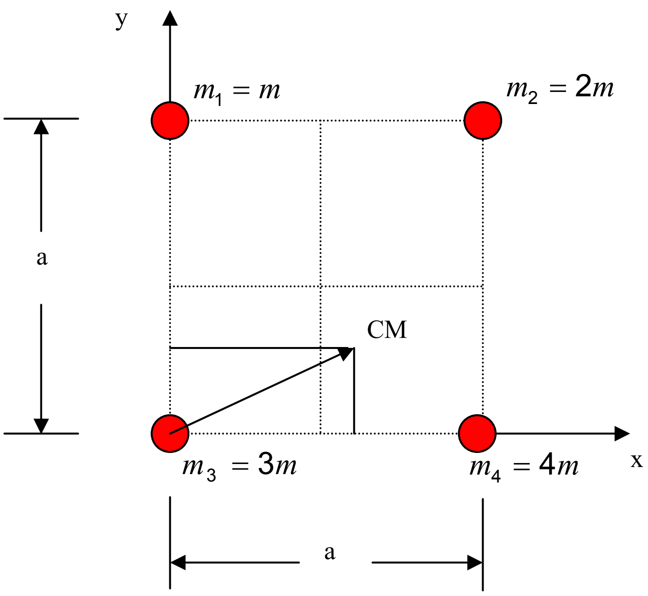
$m_3$: $\vec{r}_3 = (0;0)$

$m_4$: $\vec{r}_4 = (a;0)$

Luego: $$\vec{r}_{CM} = \frac{m(0;a) + 2m(a;a) + 3m(0;0) + 4m(a;0)}{10m}$$

Por lo tanto: $$\vec{r}_{CM} = (0.6a;0.3a)$$

Nótese que el centro de masa está más cercano a la mayor concentración de masa.




- La posición del centro de masa para una distribución continua de masa, está dada por:

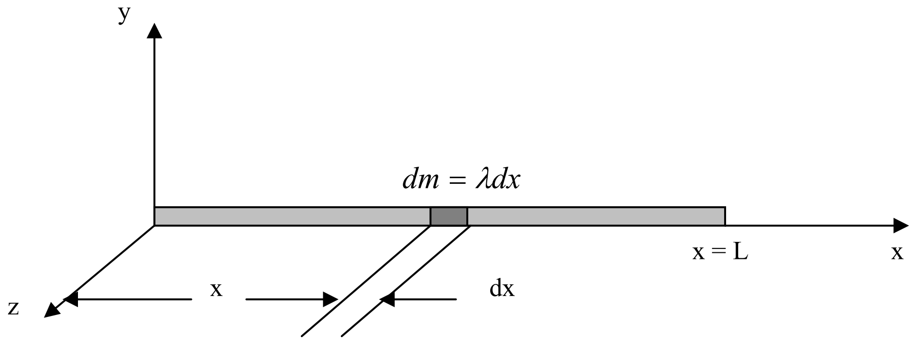
$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M}\int \vec{r}\,dm$$

donde M es la masa total del cuerpo.

Al expresarlo en componentes, queda:

$$x_{CM} = \frac{1}{M}\int x dm \qquad y_{CM} = \frac{1}{M}\int y dm \qquad z_{CM} = \frac{1}{M}\int z dm$$

Ejemplo: Calcular el centro de masa de una barra delgada y homogénea de masa M y largo L.




Como la barra es delgada y homogénea, se cumple que la densidad lineal $\lambda$ es constante, es decir:

$$\lambda = \frac{dm}{dx} = \frac{M}{L}$$

por lo tanto:

$$dm = \frac{M}{L}dx = \lambda dx$$

reemplazando en la componente x de la expresión del centro de masa, se tiene:

$$x_{CM} = \frac{1}{M}\int x dm = \frac{1}{M}\int_0^L \lambda x dx = \frac{1}{M}\frac{\lambda x^2}{2}\Big|_0^L = \frac{\lambda L^2}{2M}$$

pero $\lambda = \frac{M}{L}$, que reemplazándolo en la expresión anterior, se obtiene que:

$$x_{CM} = \frac{L}{2}$$

Nota: en caso de superficies, se utiliza el concepto de densidad superficial ($\sigma = \frac{M}{A}$, donde A es la superficie) y en el caso de cuerpos, se utiliza el concepto de densidad volumétrica ($\rho = \frac{M}{V}$, donde V es el volumen del cuerpo).

**8.- CENTRO DE GRAVEDAD:** Si se considera un cuerpo dividido en muchas partes pequeñas, que se pueden considerar como partículas, el peso de cada una de ellas es $w_i$ y el peso total del cuerpo será $w = \sum_i w_i$. Se puede imaginar este peso total concentrado en un solo punto del cuerpo, tal que si se soportara en ese punto, se encontraría en equilibrio estático, ese punto se denomina centro de gravedad, definido de modo que el momento producido por $w$ respecto a cualquier punto es lo mismo que el producido por el peso de todas las partículas que constituyen dicho cuerpo, por lo tanto:

$$X_{Cg} w = \sum_i w_i x_i$$

donde $X_{Cg}$ es la coordenada x del centro de gravedad relativa a cualquier origen O. Si la aceleración de gravedad no varía en los distintos puntos del cuerpo (como ocurre casi siempre, el centro de gravedad coincide con el centro de masa, es decir, cuando el campo gravitatorio es uniforme, entonces el centro de gravedad coincide con el centro de masa.

# EQUILIBRIO ESTÁTICO.

## INTRODUCCION:

El concepto de equilibrio, se aplica tanto para cuerpos en reposo respecto de un sistema de referencia o para cuerpos cuyo centro de masa se mueve con velocidad constante, si el cuerpo está en reposo, entonces se dice que el equilibrio es estático y si el centro de masa se mueve con velocidad constante, se habla de un equilibrio dinámico.

## CONDICIONES DE EQUILIBRIO ESTATICO:

Un cuerpo que está en reposo y permanece en ese estado se dice que se encuentra en **equilibrio estático**, una condición necesaria para que se dé esta situación es que la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo sea nula, del mismo modo, el centro de masa de un cuerpo rígido permanece en reposo si la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo es cero, sin embargo, aunque su centro de masa se encuentra en reposo, el cuerpo puede girar, si esto sucede, el cuerpo no está en equilibrio estático, por lo tanto, para que se dé la condición de equilibrio estático, debe cumplirse además que el momento resultante que actúa sobre el cuerpo debe ser cero respecto de cualquier punto, por lo tanto para que el equilibrio sea estático se debe cumplir:

**La fuerza externa resultante que actúa sobre el cuerpo debe ser nula**

$$\textbf{1.-}\quad \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ...... = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{F}_i = \vec{0}$$

**El momento externo resultante respecto a un punto cualquiera debe ser nulo.**

$$\textbf{2.-}\quad \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \vec{\tau}_3 + ....... = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{\tau}_i = \vec{0}$$

## METODOLOGÍA PARA RESOLVER SITUACIONES PROBLEMÁTICAS

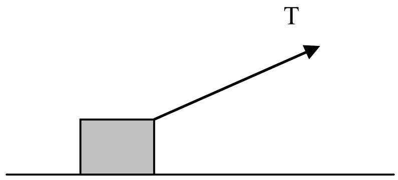
1.- Dibuje el diagrama de cuerpo libre para el ( o los) objeto(s) en estudio.

2.- Seleccione un sistema de coordenadas adecuado y descomponga las fuerzas en dichos ejes, haciendo la sumatoria de las componentes igual a cero.

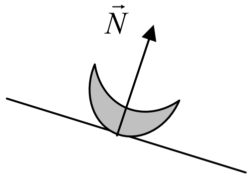
3.- Elija un punto donde se haga fácil el cçálculo de los torques o momentos, de modo que queden reducidos al mínimo y haga la sumatoria de las componentes de éstos igual a cero.

## UNIONES O CONTACTOS MAS FRECUENTES

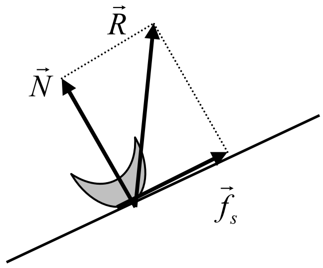
**a) Cable, cadena o cuerda de masa despreciable:**
La fuerza ejercida por un cable corto es la tensión que tiene la dirección del cable y sentido alejándose del cuerpo.



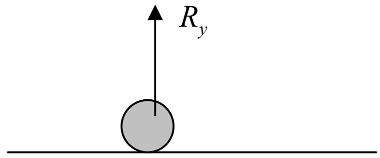

b) **Superficie lisa:** la fuerza de contacto $\vec{N}$ es normal a las superficies en el punto de contacto.



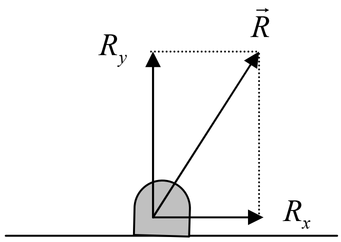

c) **Superficie rugosa:** La fuerza de contacto $\vec{R}$ es de dirección desconocida y se puede descomponer como una fuerza normal $\vec{N}$ y una fuerza de roce estático $\vec{f}_s$.



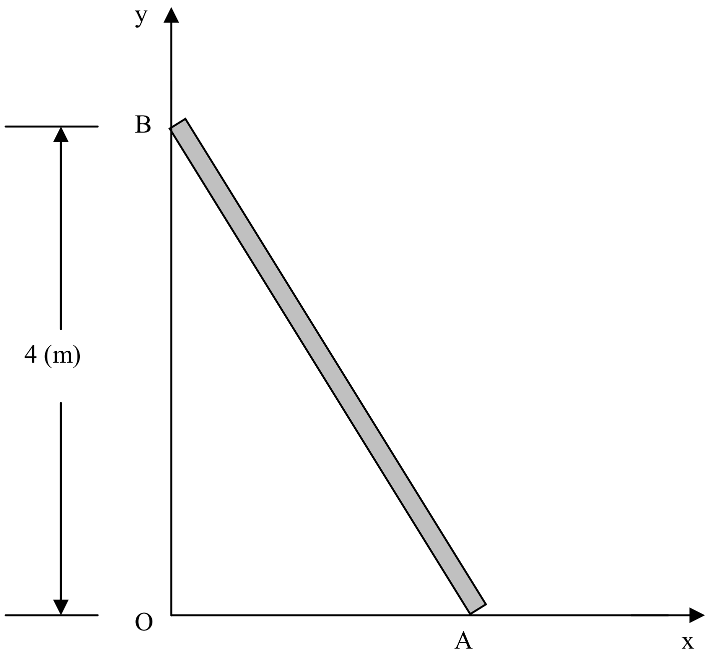

d) **Soporte de rodillo:** Para este tipo de conexión, la fuerza de contacto es perpendicular a la superficie soportante.



e) **Conexión por gozne, pasador, cojinete, articulación:** Para este tipo de conexión los elementos realizan sobre cuerpo una fuerza $\vec{R}$ de dirección desconocida que puede ser descompuesta de acuerdo al sistema que se haya escogido.



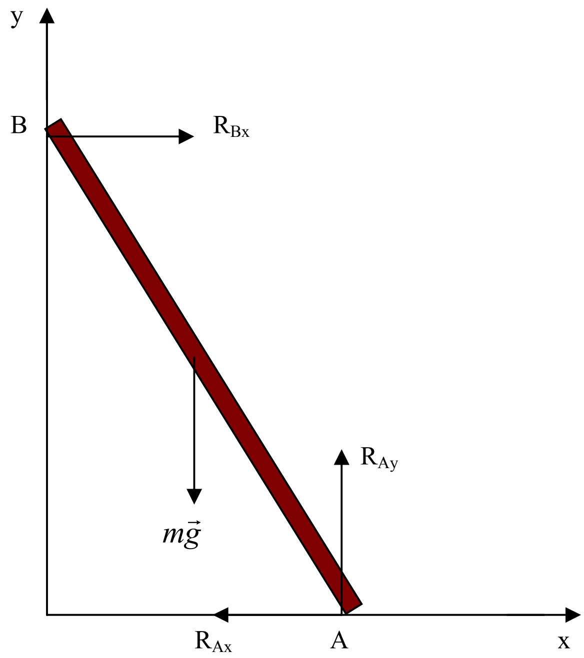

Ejemplo: Una barra homogénea de largo L= 5 (m) y masa m = 24 (kg) está apoyada en el extrema A de un piso áspero y en el extremo B sobre un muro liso, si la distancia OB es igual a 4 (m), encontrar:




a) El diagrama de fuerzas que actúan sobre la barra.
b) La suma de fuerzas que actúan sobre la barra.
c) La suma de los momentos que actúan sobre la barra.
d) La reacción que ejerce la pared sobre la barra.
e) La reacción del piso sobre la barra.
f) La reación de la barra sobre el Piso.
g) El coeficiente de roce en el piso

Desarrollo:

a)




b) $\sum F_x : R_{Bx} - R_{Ax} = 0$

$\sum F_y : R_{Ay} - mg = 0$

c) $\sum \tau_A : LR_{Bx}\dfrac{4}{5} - \dfrac{L}{2}mg\dfrac{3}{5} = 0$

d) $\vec{R}_B = (90;0)(N)$

e) $\vec{R}_A = (-90;240)(N)$

f) $\vec{R}`_A = (90;-240)(N)$

g) $\mu_s = 0.375$