EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Una expresión algebraica es toda combinación de números y letras unidos por los signos de las operaciones aritméticas.

Ejemplo:2 x2 + 3 x- 5 x y4

Valor numérico de una expresión algebraica es el número que se obtiene al sustituir las letras de la expresión por números determinados y hacer las operaciones indicadas.

Ejemplo: 5 x4+ 4 x2- 6 x + 4 para x = 2 Vamos a sustituir las x por el número 2 que es el indicado en este ejercicio.

5 · 24 + 4 · 22 –6 · 2 + 4 = 5 · 16 + 4 · 4 – 6 · 2 + 4 = 80 + 16 – 12 + 4 = 100 – 12 = 88

Ejercicios:

Halla el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas:

1. 5 x4 –3 x3 +8 x – 9 para x = 2 Resultado = 63

2. 3 x5- 4 x4 – 2 x2 + 6 para x = -1 Resultado = -3

3. 2 x4 – 3 x3 +8 x – 5 para x = 3 Resultado = 100

4. x4 – 2 x2 + 5 x + 1 para x = 5 Resultado = 601

5. 2 x3 –6 x2 + 5 x + 4 para x = - 2 Resultado = - 46

6. 3 x2 + 5 x – 6 para x = - 5 Resultado = 44

Monomio entero: Es una expresión algebraica en las que las únicas operaciones que afectan a las letras son la multiplicación y la potenciación de exponente natural.

Ejemplos: 5 x2, 6 x z3, 9 x6 z3, 6 z5 x4 y2 Nota: Los números y las letras están multiplicándose pero no se pone el punto

Grado de un monomio es la suma de los grados de sus letras

Ejemplos: 5 x2 el grado es 2, 6 x z3 el grado es 4, 9 x6 z3 el grado es 9,

Polinomio entero: Es una expresión algebraica formada por la suma de dos o más monomios enteros. Cada monomio es un término del polinomio

Si un polinomio tiene dos monomios se llama binomio. Si tiene tres monomios trinomio y si tiene más de tres polinomio.

Grado de un polinomio es el del monomio de mayor grado

6 x5 + 4 x3 – 2 x + 5 el grado es 5 porque ese monomio es el de mayor grado.

3 x4y2 + 3 x5y3 + 2 x – 4 el grado es 8 porque ese monomio es el de mayor grado.

Ejercicios: Indica el nombre y el grado de las siguientes expresiones algebraicas:

a2 +2ab + b2

3x4 + 5x3- 5x2 + 4x

5- xy2 + xb - x5

x3 – y3

x2- 1

2y4 - 5xy2 + 4x2 + 5x3y6 - 7x4

Monomios semejantes : Son los que tienen las mismas letras y los mismos exponentes.

Suma de polinomios Para sumar polinomios basta con sumar o restar los números (coeficientes) de los monomios semejantes, las letras se dejan igual.

Ejemplo: Suma : (4x3 + 4x2 – 2x) + (5x2 – 6x – 7x3) = -3 x3 + 9x2 – 8x

Si quieres puedes colocar los polinomios en vertical ordenándolos por el número de grado, poniendo los términos semejantes de uno, debajo de los semejantes del otro polinomio y sumar o restar según corresponda. Si falta algún grado intermedio pon cero

Ejemplo: (3x4 + 2x2 – 5x –6) + (2x4 – 3x3 + 6x2 ) Nota: el monomio 0x como es nulo puede llevar el signo que quieras.

3x4 + 0x3 + 2x2 – 5x – 6

2x4 – 3x3 + 6x2 + 0x + 0

5x4- 3x3 + 8x2 – 5x – 6

Ejercicios resueltos

Resta de polinomios Para restar polinomios hay que sumar al primero el opuesto del segundo, por lo tanto, se cambian todos los signos del segundo polinomio y se hace como en la suma.

Ejemplo: (3x2 –5x + 2) – (2x2 +3x – 4 ) = (3x2 – 5x +2 ) + (-2x2 – 3x + 4) = x2 – 8x + 6

Producto de un polinomio por un monomio Para multiplicar polinomios se multiplican los signos, los números de cada monomio y luego las letras si tienen la misma base se suman los exponentes y si no tienen la misma base se dejan indicadas.

Ejemplo: (3x4 – 5x3 + 2x2 –8x + 4 ) · 3x2 = 9x6 – 15x5 + 6x4 – 24x3 +12x2

Nota: Se pueden multiplicar también en vertical, pero para hacerlo hay que completarlos poniendo ceros en los términos que falten y ordenándolos

(3x2 + 5x – 2) · ( 4x3 –5x +3 ) =

Colocamos primero el de mayor grado y completamos:

4x3 + 0x2 – 5x + 3

3x2 +5x - 2

8x3 + 0x2 + 10x – 6

20x4 + 0x3- 25x2 + 15x

12x5 + 0x4 – 15x3 + 9x2

12x5 + 20x4 – 23x3 – 16x2+ 25x – 6

División de un polinomio entre un monomio Para dividir un polinomio entre un monomio , se dividen los signos ,luego los números y por último las letras teniendo en cuenta la división potencias de la misma base[1]

Ejemplo:

(4x6 – 6x4 + 8x5– 10x2) : 2x2 = 2x4 – 3x2 + 4x3 – 5

Productos notables:

Cuadrado de una suma:

Teniendo en cuenta las potencias...

(x + y )2 = (x + y) ( x + y ) = x2 + xy + yx + y2 = x2 + 2xy +y2

El cuadrado de una suma es igual al cuadrado del primer término más el doble producto del primer término por el segundo más el cuadrado del segundo término.

Ejemplo:

(2x + 3y )2 = (2x)2 + 2·2x·3y + (3y)2 = 4x2 + 12xy + 9y2

(3x2 + 5y3 )2 = (3x2)2 + 2·3x2·5y3 + (5y3)2 = 9x4 + 30x2y3 + 25y6

Cuadrado de una diferencia:

Teniendo en cuenta las potencias...

(x - y )2 = (x - y) ( x - y ) = x2 - xy - yx + y2 = x2 - 2xy +y2

El cuadrado de una diferencia es igual al cuadrado del primer término menos el doble producto del primer término por el segundo más el cuadrado del segundo término.

(2x - 3y )2 = (2x)2 - 2·2x·3y + (3y)2 = 4x2 - 12xy + 9y2

(3x2 - 5y3 )2 = (3x2)2 -2·3x2·5y3 + (5y3)2 = 9x4 -30x2y3 + 25y6

Producto de una suma por una diferencia de binomios

(a + b) (a –b) = a2 + ab – ab +b2 = a2 – b2

El producto de una suma por su diferencia es igual al cuadrado del primer término menos el cuadrado del segundo término.

Ejemplo:

(3x + 2y) (3x – 2y) = (3x)2 –(2y)2 = 9x2 – 4y2