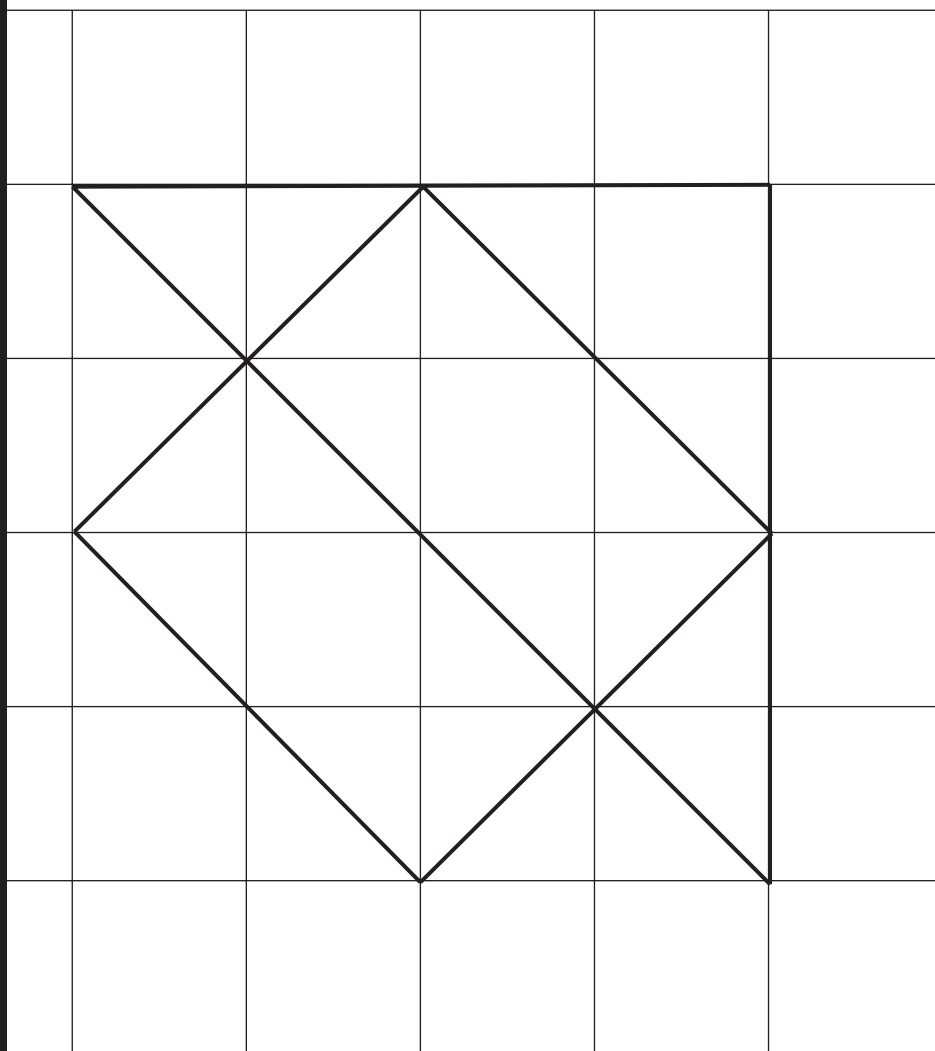


2003

Enseñar Geometría en el primer y segundo ciclo

Diálogos de la capacitación

MATERIALES PARA LA CAPACITACIÓN



EdeC
Escuela de
Capacitación
CePA
Centro de Pedagogías
de Anticipación

Autor del cuadernillo

Héctor Ponce

**Secretaría de Educación
Gobierno de la Ciudad
de Buenos Aires**

Jefe de Gobierno
Dr. Aníbal Ibarra

Vicejefa de Gobierno
Lic. Cecilia Felgueras

Secretaria de Educación
Lic. Roxana Perazza

Subsecretaria de
Educación
Lic. Flavia Terigi

Subsecretario de
Coordinación de
Recursos y Acción
Comunitaria
Lic. Carlos Pisera

Coordinadora de la
Escuela
de Capacitación
Prof. Analía Segal



Santa Fe 4360 5° piso.
Tel./fax 4772-
4028/4039/3768

www.buenosaires.gov.ar/cepa

Esta edición de 200 ejemplares se terminó de imprimir en la Imprenta de la Ciudad en noviembre de 2003.

Acerca de la colección

Materiales para la capacitación recoge ideas y experiencias para pensar la enseñanza en la escuela, que han surgido al calor de encuentros de capacitación desarrollados junto con docentes de la ciudad de Buenos Aires durante 2002 y 2003. Algunos de ellos tuvieron lugar en las escuelas, algunos en los distritos escolares y otros en los cursos intensivos, que reunieron a docentes que trabajan en distintas zonas de la ciudad.

Este dato biográfico de la colección no es para nosotros un detalle menor. Como suele pasar con las marcas de nacimiento, quizás convenga detenerse un poco sobre ellas.

Las ideas que se exponen en los distintos cuadernillos de esta colección son producto de un recorrido entre capacitadores, docentes y escuelas. Se ofrecen algunos avances sobre temáticas que han cruzado los espacios de capacitación o que han discutido los equipos de capacitadores, porque creemos que pueden resultar provechosas en otros espacios.

Permítanos, sin embargo, hacer algunas advertencias:

❑ No se deje engañar por la coherencia que pudiera tener este relato: es la forma que adopta cuando pasa al papel. Sus autores tienen algunas convicciones y bastantes preguntas (a muchos de ellos les dio buen resultado enseñar como cuentan aquí, otros proponen secuencias que se han discutido en los equipos de trabajo). Tenemos por delante aprender a dar cuenta en la escritura de nuestras preguntas.

❑ El relato nunca habría sido el mismo si la capacitación no hubiera sucedido. Esta vez le ha tocado al capacitador enunciar; este texto está atravesado por los diálogos, las preguntas y las experiencias que cruzan la capacitación.

❑ Quisiéramos pensar esta colección creciendo en diálogo con sus interlocutores, recogiendo sus reflexiones, contraejemplos y nuevas prácticas. Algunas de las decisiones de diseño e impresión que se han tomado (cantidad de ejemplares de la tirada, costo de la impresión) intentan facilitar estas intenciones.

❑ Al final de este cuadernillo encontrará espacio para sus comentarios. Si quiere, envíelos por fax al 4772-4028 o 4039 int.113 o 107, o escriba a cepacomunica@buenosaires.esc.edu.ar. Esta publicación también está disponible en Internet; en www.buenosaires.gov.ar/cepa. A través de esa página también puede enviarnos sugerencias.

Índice

Introducción	5
Problemas como punto de partida	6
Actividades de copia en la clase de Geometría	7
PROPUESTA 1: Copiar una figura que está a la vista	7
PROPUESTA 2: Copiar una figura que no está a la vista	9
Las actividades de copia analizadas en la capacitación	11
Actividades de dictado de figuras en la clase de Geometría	13
PROPUESTA 3: Dictado de figuras	13
Las actividades de dictado de figuras analizadas en la capacitación	16
Las actividades con cuerpos en la clase de Geometría	17
PROPUESTA 4: Identificando cuerpos	18
Las actividades con cuerpos analizadas en la capacitación	21
Las construcciones en la clase de Geometría	22
Breve análisis de los problemas de construcciones	23
PROPUESTA 5: Una colección de problemas de construcciones	24
Las actividades de construcción analizadas en la capacitación	25
BIBLIOGRAFÍA	26

Introducción

Este material intenta, por un lado, sistematizar y compartir un conjunto de reflexiones realizadas con los docentes, vinculadas a ciertos "problemas" relevados en la capacitación con el trabajo geométrico y, por el otro, acercar una serie de propuestas para el aula organizadas en función del tipo de actividad. Varias de ellas fueron llevadas a cabo por los maestros en sus clases, analizadas y organizadas en posibles secuencias; otras fueron producto del trabajo en los encuentros de capacitación y pueden formar parte de futuros proyectos que presenten un trabajo sistemático sobre algún contenido en particular.

Se presentan cinco propuestas de trabajo diferentes sobre Geometría, organizadas en función del tipo de actividad que se plantea: actividades de copia con y sin el modelo a la vista, actividades de dictado de figu-

ras, actividades de identificación de cuerpos geométricos a partir de sus propiedades y actividades de construcciones de figuras. Las cuatro primeras están organizadas como una secuencia de actividades para el primer ciclo y la última es una colección de problemas de construcciones para el segundo ciclo. Se exponen también comentarios sobre aspectos que hemos discutido con los docentes en la capacitación, tales como la posibilidad de enfrentar a los niños con situaciones que les planteen un problema a la hora de abordar un contenido geométrico, el rol del maestro, el papel del error, el progreso de los conocimientos, el problema del tiempo, el uso de los instrumentos, etc. Creemos que el interés de este texto reside en la posibilidad de poner en relación las actividades con los comentarios y discusiones que cruzaron los encuentros con los maestros.

Este material es necesariamente incompleto. Lo es en tanto la experiencia ha sido convertida en un texto, por lo que una parte de ella ha quedado necesariamente excluida. Así, por ejemplo, no puede dar cuenta de todas las reflexiones, acuerdos y divergencias que las capacitaciones transitaron, ni tampoco puede agotar todas las cuestiones que creemos que vale la pena analizar al pensar en la enseñanza de la Geometría. Es incompleto desde el punto de vista de la provisoriedad de los conocimientos y, finalmente, esperamos que sea necesariamente incompleto desde el punto de vista de quienes lo leen, ya que aspiramos a que aliente la formulación de nuevas preguntas, permita encontrar otros problemas y estimule la construcción colectiva de algunas certezas en el cotidiano desafío de enseñar y aprender.

Problemas como punto de partida

El material que se presenta a continuación ha sido elaborado a partir de diversas experiencias de capacitación en el área de Matemática con distintos miembros del equipo del CePA.

Atravesar experiencias de capacitación en un ida y vuelta con los maestros, nos permitió revisar nuestros supuestos vinculados con el proceso de capacitación, cuestionar las propuestas que sosteníamos –a la luz de lo que iba ocurriendo en los sucesivos encuentros– y escuchar lo que los docentes tenían para decir respecto de las preguntas que nosotros proponíamos y de las que a ellos les preocupaban. En definitiva, la capacitación como una situación de aprendizaje compartido nos dejó –como no podría ser de otro modo– algunas certezas y un conjunto de nuevos interrogantes.

A partir de la interacción con los documentos curriculares y con el Pre Diseño en los espacios de capacitación, fue posible detectar algunas cuestiones –relacionadas con el abordaje de lo geométrico– que resultan recurrentes en nuestro trabajo:

- La relativa dificultad que se presenta para trasladar al primer ciclo el análisis de las situaciones que se abordan en los documentos curriculares en donde se hace referencia al segundo ciclo.
- La tendencia a que las actividades propuestas como ejemplos en los documentos sean consideradas o se conviertan en contenidos. Así, por ejemplo, el dictado de figuras, las situaciones de adivinación o las de copia suelen transformarse, para muchos maestros, en un contenido en sí mismo y no en una herramienta posible para avanzar en el análisis de las figuras y los cuerpos geométricos.
- El hecho de que las actividades tiendan a ser tomadas en forma aislada o, dicho de otro modo, que no suelen aparecer insertas en un proyecto de enseñanza más amplio donde el conocimiento al que han dado lugar pueda ser reutilizado en una nueva situación.

Ahora bien, ¿en qué sentido consideramos que estos problemas se vuelven relevantes? Sin duda no en el sentido de que algo está fallando: los maestros no entienden, los documentos no son claros o la capacitación no funciona, sino en el de ser "fenómenos" que surgen en un proceso de interacción complejo, a propósito de ciertos conocimientos en el que se involucran maestros y capacitadores. Lo que queremos decir es que no estamos pensando que "algo anda mal", sino que éstas serían algunas de las características que pueden aparecer en situaciones de capacitación relacionadas –como en este caso– con ciertas propuestas de trabajo geométrico.

Por otro lado, si asumimos –como venimos proponiendo–, que la capacitación debe entenderse como un proceso complejo, nos parece que el contenido a ser abordado aporta elementos para esa complejidad. Esto es, el análisis que pueda proponerse respecto de diversas actividades en las que aparece determinado contenido no es independiente del mismo. No sólo por las características que ese contenido porta, sino por el propio recorrido de cada docente en relación con el mismo. Creemos, por lo tanto, que la capacitación trabaja simultáneamente al menos sobre dos ejes que no pueden pensarse de modo independiente: el contenido y las concepciones de los docentes sobre el mismo. En este sentido, suponemos que lo geométrico da lugar a cuestiones específicas.

Actividades de copia en la clase de Geometría

El haber compartido el análisis de situaciones de copia con los docentes en instancias de capacitación nos brindó la oportunidad de reflexionar juntos sobre diversos aspectos que aparecen en los documentos curriculares acerca de las prácticas de enseñanza cotidianas y, también, sobre algunos supuestos más o menos explícitos en los que se apoyan tanto unos como otras.

En la enseñanza de la Geometría existe cierta dificultad extendida en enfrentar a los niños con situaciones que les planteen un verdadero problema. En efecto, mientras hay un cierto acuerdo acerca de la importancia de proponerles un conjunto de problemas y reflexionar sobre los mismos en

la enseñanza de cuestiones aritméticas, para el abordaje de lo geométrico: este hecho no suele presentarse como orientador de las prácticas de enseñanza. Un eje que nos permitió avanzar en la reflexión con los docentes, entonces, fue analizar si es posible proponer problemas en Geometría, y, de ser así, qué características deben reunir, qué objetivos persiguen, qué contenidos convocan.

Al referirnos a problemas de Geometría no estamos aludiendo a situaciones donde aparece en escena la medida: cálculo de áreas, perímetros, volúmenes, etc., sino a la posibilidad de generar una situación que permita "poner en movimiento" el uso

de una propiedad, hacer aparecer alguna característica de determinada figura que permanecía en el plano de lo implícito o, de modo general, apoyarse en algunas propiedades para sostener que otras son verdaderas, o para descubrir alguna nueva.

Desde nuestro punto de vista, copiar una figura representa un problema, en tanto las relaciones y los elementos que la componen no resultan evidentes a los ojos de los niños. Si bien estas relaciones pueden quedar en el plano de lo implícito¹, ya no alcanza con una percepción global de la misma: es necesario, para poder copiar, establecer ciertos puntos de referencia, identificar algunas características.

PROPUESTA 1: Copiar una figura que está a la vista

Proponer a los niños una situación en la que deben reproducir una figura puede convertirse, bajo ciertas condiciones, en una buena oportunidad para que investiguen relaciones, identifiquen distintos elementos y analicen algunas propiedades de las formas geométricas puestas en juego.

Las actividades que se proponen a continuación están destinadas a los alumnos del último tramo del primer ciclo y tienen como objetivo que éstos progresen en sus posibilidades de reproducir una figura a partir de analizar las características de los elementos que la componen.

ACTIVIDAD 1:

Para esta actividad es necesario prever distintos momentos de la clase: uno de resolución individual y luego otro de discusión colectiva.

En una primera instancia, el docente le entrega a cada alumno un dibujo en papel cuadriculado (que se reproduce a la derecha) que oficiará de modelo y una hoja, también de papel cuadriculado. Le propone que, en forma individual, copie el modelo en la hoja cuadriculada.

Una vez que los alumnos terminaron, el docente selecciona algunos trabajos y los presenta a la clase proponiendo una instancia de discusión para todo el grupo.

Es importante que en esta selección:

- Elija pocos trabajos, por ejemplo algunos que representen una dificultad generalizada;
- recoja trabajos que han sido resueltos correctamente como así también aquellos que presentan algunos errores.

También es necesario tener en cuenta que el objetivo de esta fase no es "criticar" las producciones de aquellos alumnos que tuvieron dificultades, sino analizar qué fue lo que pasó al reproducir el modelo.

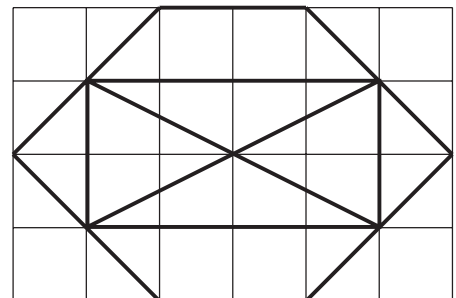


Figura N° 1: actividad de copia

¹ Será necesario plantear nuevas condiciones a la situación para poder avanzar en la explicitación. Por ejemplo, incorporar la necesidad de comunicar a un receptor que no puede verla qué figura se posee.

El papel del docente en estas instancias es fundamental, ya que deberá sostener la discusión en el plano de las características que poseen los dibujos y asegurar que en el cierre de la clase se pueda llegar a una conclusión sobre lo elaborado.

El momento de discusión es uno de los trayectos más interesantes del trabajo, ya que brindará la oportunidad de que todos los niños analicen qué características deben considerarse para realizar con mayor éxito la tarea y para establecer ciertos acuerdos. Éstos podrán tener la forma de "recomendaciones, orientaciones para copiar mejor" y estarán asociadas tanto a los aspectos que algunos niños tuvieron en cuenta para trabajar y poder realizar la copia, como a aquellas cuestiones que provocaron errores y que deberían evitarse.

Hacia el final de la clase pueden registrarse para que sean reutilizados en nuevas situaciones de copia. Es posible que algunos de ellos sean formulados por los niños aproximadamente de esta manera:

- Para que te salga bien conviene contar los cuadraditos.
- Antes de poner la regla para dibujar, es mejor hacer una marquita en la hoja para saber hasta dónde llega la línea.
- Dibujar por arriba de las líneas de los cuadraditos es más fácil, hay que prestar más atención cuando el dibujo "está torcido", ahí tenés que contar.
- Hay que fijarse si hay líneas que son iguales, en la copia te tienen que quedar iguales también.

Al planificar esta actividad es importante tener en cuenta que un grupo de alumnos encontrará cierto grado de dificultad en la reproducción. Este hecho será, justamente, el motor de las discusiones a realizar en la puesta en común, ya que para los niños no resultan evidentes las relaciones entre los elementos y la ubicación en la cuadrícula.

No será necesario realizar actividades previas que "preparen" para que todo el grupo —o al menos la gran mayoría— tenga éxito. Tampoco el docente indicará cómo debe realizarse la actividad antes de que los alumnos la lleven a cabo. La propuesta es que el contraste entre ciertas producciones "exitosas" y las que no lo son, sea un interesante punto de partida para que circulen por toda la clase aquellos conocimientos que sólo un grupo de alumnos posee y que les permite resolver el problema.

La intervención docente, entonces, es de vital importancia, ya que deberá favorecer la comunicación de estos conocimientos, intentando que se hagan públicos aquellos que hasta ese momento permanecían en el plano de lo privado.

Esta actividad permite que no sea el maestro quien defina si la copia está bien realizada. Los alumnos pueden obtener esta información a partir de superponerla con el original. Por esta razón, es importante que la reproducción no se realice en la misma hoja en la que está el modelo.

Ahora bien, si permitimos que los alumnos vayan superponiendo y corrigiendo su producción a medida que elaboran el dibujo, no será necesario establecer ninguna relación entre los elementos de la figura para la construcción efectiva. La superposición está pensada para que funcione como comprobación de las anticipaciones establecidas y, por lo tanto, debería realizarse una vez que la totalidad de la figura ha sido construida.

La elección del tipo de papel está asociada a permitir a los alumnos avanzar en el trabajo sin tener que garantizar ciertas propiedades que permanecen por el momento en el plano de lo implícito. Retomaremos estos comentarios en la Propuesta 2 (ver página 9).

Otro aspecto importante a tener en cuenta es que no todas las líneas que componen la figura ofrecen el mismo nivel de dificultad: no es lo mismo para los niños dibujar por sobre la trama de cuadraditos que trazar líneas oblicuas. Y entre éstas, aquellas que atraviesan la figura unen los puntos de intersección de la cuadrícula resultan más sencillas, ya que permiten ir "enlazando" cua-

El momento de discusión es uno de los trayectos más interesantes del trabajo, ya que brindará la oportunidad de que todos los niños analicen qué características deben considerarse para realizar con mayor éxito la tarea y para establecer ciertos acuerdos.

dradito por cuadradito. Este es el caso, para la figura que hemos propuesto, de los lados del hexágono que no coinciden con el cuadrículado. En cambio, como podrá notarse, las diagonales del rectángulo no admiten esta estrategia.

El análisis efectuado con los niños respecto de la actividad cobra sentido si se ofrece a los alumnos la posibilidad de volver a jugar y reutilizar los conocimientos que fueron discutidos en la ronda a previa.

ACTIVIDAD 2:

A partir de las conclusiones alcanzadas en la actividad anterior, es importante proponer a los niños al menos una nueva oportunidad de copia. El modelo propuesto puede implicar un mayor nivel de complejidad. En la consigna, se puede evocar aquellos acuerdos alcanzados en el problema anterior para que los alumnos puedan reinvertirlos en esta ocasión. Más adelante, en este mismo material (ver pág. 11), al comentar este tipo de actividad en situación de capacitación, haremos referencia a algunos ejemplos.

ACTIVIDAD 3:

En los ejemplos presentados hasta ahora, los límites de la figura modelo coincidían con los del papel cuadrículado. Esto permite que puedan tomarse como referencia en el momento de la construcción.

Puede proponérsele a los niños una nueva versión de esta actividad ofreciendo la figura modelo, pidiéndoles que realicen la copia cerca del centro de una hoja cuadrículada, de modo tal que los bordes de ésta no puedan tomarse como puntos de apoyo para la construcción.

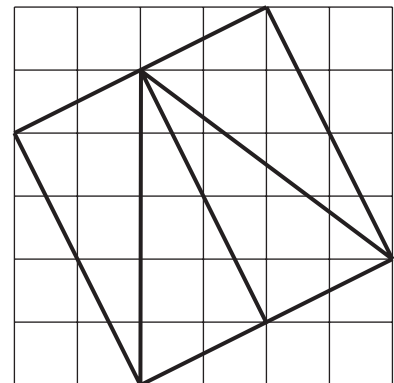


Figura N° 2: actividad de copia

PROPUESTA 2: Copiar una figura que no está a la vista

Las actividades que se proponen a continuación están destinadas a los alumnos del primer ciclo y tienen como objetivo que éstos avancen en el análisis de las propiedades de las formas geométricas.

ACTIVIDAD 1:

Hacia finales del primer ciclo es posible proponer a los niños una actividad de copia en la cual el modelo a copiar no esté permanentemente a la vista.

El docente coloca un mismo original en papel cuadrículado en tres o cuatro lugares distintos del aula: sobre su escritorio y en algunas mesas; en todos los casos a cierta distancia de los bancos de los alumnos. Ellos deberán reproducir la figura en otra hoja que también será cuadrículada.

La condición de copiar sin tener el original a la vista de forma permanente obliga a un mayor análisis de las relaciones que pueden establecerse en el modelo.

Una figura posible es la que está a la derecha:

Si bien es posible avanzar en la explicitación de las propiedades de las figuras a lo largo de las actividades, como mencionábamos en la propuesta anterior, la decisión de trabajar con papel cuadrículado en el primer ciclo permite que permanezcan en el plano de lo implícito ciertas cuestiones que serán retomadas en años posteriores y en otras actividades (como veremos más adelante en "Dictado de figuras" y en la "Breve análisis de los problemas de construcciones", ver páginas 13 y 23). En este caso, por ejemplo, no resulta necesario asegurar la medida de los ángulos del hexágono ni el paralelismo de los lados, condición que está dada por el papel cuadrículado. Si la copia tuviera que desarrollarse en papel liso, los niños tendrían que enfrentar el problema de garantizar estas propiedades.

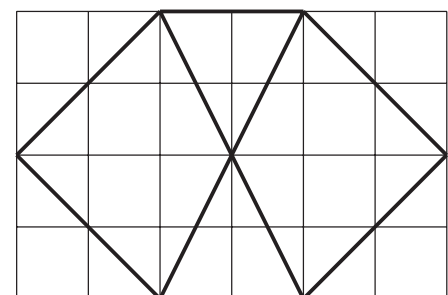


Figura N° 3: actividad de copia con modelo ausente

En general desde otros enfoques, –pensemos en nuestra propia historia como alumnos– una actividad de copia está concebida como una actividad para "hacer" y no como un problema que permite avanzar en el aprendizaje de la Geometría.

Copiar una figura desde este enfoque, en cambio, no está asociado a la repetición de un conjunto de pasos a seguir que han sido definidos y ejecutados previamente por el maestro, sino a la posibilidad de investigar las propiedades que caracterizan a una figura y que no resultan evidentes. De hecho, aprender Geometría estará muy asociado a poder "ver" nuevas relaciones allí donde antes no podían establecerse.

ACTIVIDAD 2:

En esta actividad la copia ya está realizada, los niños deberán señalar cuáles son los errores y corregirla.

El modelo y la copia pueden entregarse en hojas separadas, de modo tal que ambos pueden estar permanentemente a la vista, o también pueden ofrecerse a los alumnos en caras diferentes de una misma hoja. En este caso la comparación resulta más compleja.

ACTIVIDAD 3:

Copiar una figura en un tamaño distinto del original.

Para esta actividad se entrega a los alumnos un modelo para que ellos lo reproduzcan en un tamaño mayor. En todos los casos la ampliación será al doble o triple del tamaño original.

El nivel de dificultad de esta actividad es bastante mayor que el de las anteriores. Por esa razón, pueden realizarse sucesivas versiones de copiado.

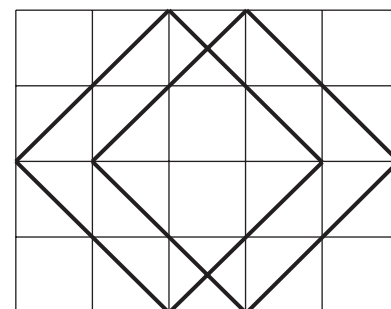
a) Primera versión: teniendo presente el modelo se completa una copia en otro tamaño.

b) Segunda versión: teniendo presente el modelo se realiza una copia en otro tamaño.

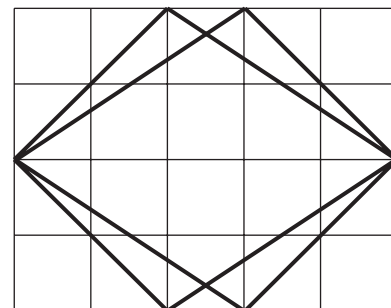
c) Tercera versión: con el modelo ausente se realiza una copia en otro tamaño.

Del mismo modo que en las actividades anteriores, en cada una de las sucesivas versiones de copiado deberá discutirse qué aspectos de las figuras deben tenerse en cuenta para reproducirla correctamente.

El cambio de escala en la copia impide que la verificación de lo realizado se efectúe, como hasta ahora, a través de la superposición, con lo que en la discusión será necesario buscar argumentos que aseguren que se mantienen las mismas relaciones en ambas. Por ejemplo, para la figura propuesta, que los lados del cuadrado permanecen congruentes entre sí, que uno de los lados del triángulo "toca" el centro del cuadrado, etc.



ORIGINAL



COPIA

Figura N° 4: actividad de copia con modelo ausente

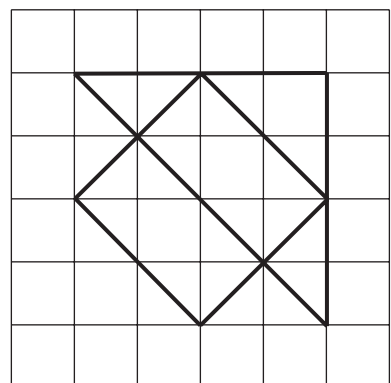


Figura N° 5: actividad de copia a distinta escala

En diversas instancias de capacitación, los maestros que llevan adelante actividades similares a las anteriores relatan cómo las situaciones de copia suelen provocar que las estrategias espontáneas de resolución con que los niños enfrentan el problema les resulten "incómodas" y deban ser revisadas. Así, por ejemplo, no aparece espontáneamente la importancia de utilizar la regla para medir la longitud de los lados o de utilizar el largo de los cuadraditos para determinarlo, o la conveniencia de marcar los puntos medios de dos de los lados del hexágono para dibujar el rectángulo (aunque los niños no sepan qué son puntos medios ni se refieran a ellos con ese nombre). Asumir que ciertas producciones

no van a ser "de entrada" completamente adecuadas, completas o ajustadas al modelo supone plantearse la cuestión del progreso como problema de enseñanza. Ahora bien, para que este avance pueda producirse no alcanza con proponer algunas situaciones sueltas, es necesario, como señalábamos en el desarrollo de las actividades, pensar la enseñanza en términos de un conjunto de problemas en donde los niños puedan volver a utilizar aquello que ha sido objeto de discusión y análisis colectivo.

Un aspecto que conversamos con los docentes en relación a este punto es que esta concepción reubica el papel del maestro en diversos aspectos, pero en lo referente

al progreso de los niños, le atribuye la responsabilidad de gestionar la clase de modo tal que permita a sus alumnos identificar aquello que han descubierto o utilizado para resolver el problema y, aun más, les plantea el desafío de poder hilvanar una clase con la siguiente, haciendo explícito algo que quienes suelen tener éxito en el aprendizaje aprenden rápido desde el plano de lo implícito: es posible buscar en lo que sé para resolver lo que todavía no puedo o, dicho en otros términos, que lo aprendido tiene cierto grado de generalización y puede ser un importante punto de apoyo para comenzar a resolver una situación nueva.

Algunas intervenciones de los docentes que permiten explicitar en cierta medida la relación entre lo que "ya se sabe" y el nuevo problema que está proponiéndose pueden ser del tipo:

- ▣ Hoy vamos a volver a copiar una figura, pero antes de hacerlo vamos a leer las conclusiones de la clase pasada para ver si nos ayudan a copiar mejor.
- ▣ En la clase pasada Marcela dijo que es mejor hacer una marquita en la hoja antes de dibujar para saber hasta dónde llega la línea. Veamos si ese consejo nos sirve para la copia de hoy.
- ▣ Hoy vamos a copiar una figura como el otro día, pero Martín no estaba ¿qué consejo le podríamos dar antes de que empiece para que no se equivoque?

Creemos que este aspecto —el de la continuidad en el proyecto de aprendizaje— es particularmente crítico en los alumnos que, por diversas razones, no progresan al mismo ritmo que la mayoría de sus compañeros. En estos casos, un aspecto que conversamos con los docentes y analizamos en la capacitación es su tendencia a "volver a empezar", a enfrentar cada problema como si fuera la primera vez y a tener que remontar para cada situación las mismas relaciones que ya se habían establecido para problemas anteriores. A este hecho suele agregarse también la dificultad de poder generalizar, esto es,

de utilizar para nuevos problemas las estrategias empleadas a propósito de un planteo previo, como si cada procedimiento usado fuese pertinente sólo para un determinado problema y no pudiera trasladarse esa resolución a otros casos. Explicitar en las clases de Matemática dónde buscar y cuáles pueden ser puntos de apoyo nos parece, entonces, una ayuda potente para estos niños, como una forma de aprender a relacionarse con el conocimiento matemático.

Estas reflexiones unidas al análisis de las figuras a copiar y a la preocupación de los docentes por el

aprendizaje de todos los niños, nos llevaron a tomar como una actividad de la capacitación la posibilidad de diseñar, a partir de una propuesta, otras que tuvieran diferente nivel de dificultad y que permitieran a niños abordar el problema con distintos recursos.

A partir de analizar la primera de las figuras presentadas, varios docentes propusieron otras como las siguientes. Entre ellas también hay diversos niveles de complejidad. Dejamos a cargo del lector el análisis de las mismas.

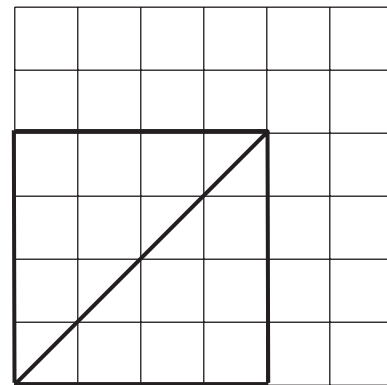
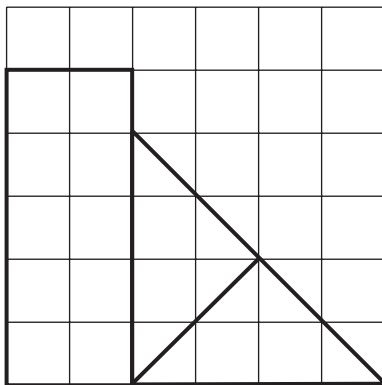
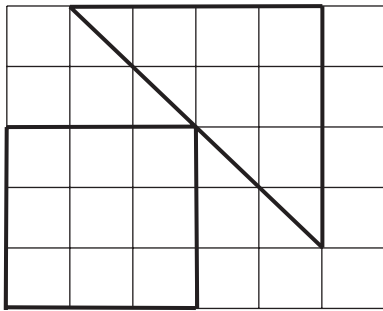


Figura N° 5.

El trabajo desarrollado en la capacitación alrededor de las actividades de copia permitió identificar algunos aspectos de las mismas que resultan interesantes para analizar antes de ponerlas en marcha con los

niños. Tener en cuenta estas características puede contribuir a esclarecer qué conocimiento matemático es requisito para abordarlas, cuál es "puesto en movimiento" en la situación, qué posibles procedimientos

podrían desplegar los niños, cuáles de ellos convendría jerarquizar, qué sería necesario identificar como conclusión en la clase, etc.

Algunos de ellos son:

- El tipo de papel;
- la presencia o no de la figura original;
- los instrumentos que se habilitan para la copia;
- las características del modelo.

Ya hemos mencionado, al analizar las actividades, las diferencias entre utilizar papel liso o cuadriculado y aquellas que le imprime a la situación el hecho de que el original esté o no permanentemente a la vista.

Analicemos, entonces, el rol de los instrumentos con los que se permite copiar y las características de la figura modelo.

Imaginemos que en el marco de una secuencia donde los niños de 4° año están trabajando con paralelas y perpendiculares, deben resolver una situación como la siguiente:

El docente entrega un cuadrado de 10 cm de lado en una hoja lisa y a un grupo de alumnos le da la siguiente consigna:

- a)** Copien el siguiente cuadrado en hoja lisa utilizando regla y escuadra graduada.

Mientras, al otro grupo —que posee el mismo original— le propone que:

- b)** Copien el siguiente cuadrado en hoja lisa utilizando solamente la escuadra graduada.

En el primero de los casos posiblemente los niños se apoyen en la posibilidad de trazar paralelas que brindan la regla y la escuadra, mientras que en el segundo deberán apelar al ángulo recto de la escuadra apoyándola en cada uno de los lados del cuadrado para construirlo. En definitiva, mientras que los instrumentos en el caso a) permiten poner en evidencia el paralelismo, en el caso b) orientan la atención hacia los ángulos rectos.

¿Qué diferencias se incorporarían a la situación si la consigna fuera esta?:

Copien el siguiente cuadrado utilizando solamente compás y regla no graduada.

Invitamos al lector a realizar efectivamente las copias para profundizar el análisis.

Por último, la decisión que se tome en relación a qué figura se presenta como modelo abre el juego hacia ciertas discusiones, precisamente aquellas vinculadas a las características de esa figura. Estas propiedades no aparecen como evidentes en los primeros intentos de copia y será a partir de la "resistencia de la figura a ser atrapada" en la nueva versión y de las discusiones en los momentos de análisis colectivo, cómo algunos aspectos dejarán de ser transparentes para convertirse en características observables que forman parte del modelo y que deben respetarse en la reproducción.

Proponemos al lector analizar qué cuestiones podrían discutirse a propósito de la siguiente figura, si el original se presentara en papel liso, la copia debería realizarse en ese mismo tipo de papel y los instrumentos habilitados fueran la regla y la escuadra graduadas.

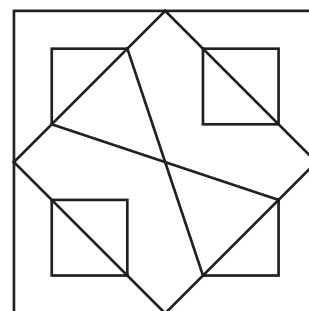


Figura N° 6.

Actividades de dictado de figuras en la clase de Geometría

Las actividades de copiado de figuras como las presentadas en las propuestas 1 y 2, permiten que los niños avancen en el análisis de algunas de sus características. Sin embargo, no exigen por sí mismas un alto grado de explicitación de las propiedades.

Dictar instrucciones para que una determinada construcción con figuras geométricas sea identificada, confeccionar una a partir de ciertas indicaciones, individualizar la que ha sido descrita de entre varias o decidir qué informaciones son suficientes para identificar una figura, pueden ser

situaciones que permitan a los alumnos explicitar los atributos y elementos de las mismas, conocimientos que, hasta el momento, podían haber sido utilizados de modo implícito.

PROPUESTA 3: Dictado de figuras

Las actividades que se proponen a continuación están destinadas a los alumnos del primer ciclo y tienen como objetivo que éstos identifiquen y describan una figura a partir de las propiedades geométricas que la caracterizan.

ACTIVIDAD 1²:

Decidir si un conjunto de indicaciones permite identificar una configuración compuesta por diversas figuras geométricas.

Es posible proponerles a los niños de 1º o 2º año una actividad como la siguiente. La clase se divide en grupos. A cada uno de ellos se le entrega un dibujo similar al que muestra la figura de la derecha acompañado de un listado de indicaciones.

- El triángulo rojo está arriba del círculo amarillo.
- El círculo amarillo está a la derecha del rectángulo verde.
- El cuadrado rojo está arriba y a la derecha del rectángulo verde.
- El cuadrado amarillo está entre el círculo amarillo y el azul.

¿Qué otras pistas que sirvan pueden dictarse?

Los grupos deben discutir y analizar si cada una de las indicaciones que se dictaron para construir esta figura son verdaderas o no y proponer otras nuevas. Es necesario tener presente que esta actividad no se agota en la verificación de las pistas ofrecidas o en la formulación de otras nuevas. Es necesario que el docente promueva, en otro momento de la clase, una discusión con todos los alumnos, no sólo sobre qué características deben tener las pistas para que sean una indicación efectiva, sino también qué tipo de pistas no ayudan demasiado.

Es de esperar, entonces, que formulen propuestas del tipo:

- Es importante decir la posición de las fichas.
- Hay que aclarar de qué ficha se trata.
- Los mensajes que no te dicen qué triángulo o qué cuadrado es, no te ayudan porque no sabés de cuál se trata.

Luego de esta actividad resulta interesante proponer algunos problemas que permitan sistematizar el trabajo realizado. Algunos de ellos podrían tener estas características:

- Dados dos dibujos diferentes como los de la actividad anterior que comparten algunas características y un conjunto de pistas, los niños deben decidir a cuál de ellos se está haciendo referencia con esas informaciones.
- A la inversa, dadas dos listas con informaciones, los niños deben decidir cuál de ellas permite identificar un dibujo como el de la actividad anterior.
- Dado un conjunto de pistas y un dibujo como el de la actividad anterior, los niños deben decidir si esas informaciones son correctas o no para describir ese dibujo.
- Dado un dibujo como el de la actividad anterior y un conjunto de pistas,

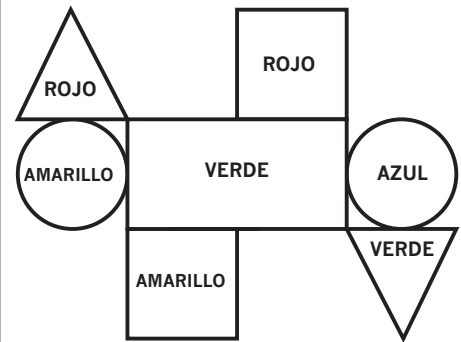


Figura Nº 7: figura armada

² Elaborado a partir de una actividad del libro *Hacer Matemática I*. Parra C. y Saiz I. (1998) Ed. Estrada.

los niños deben indicar cuáles de las que se ofrecen son incorrectas.

- Dado un dibujo similar al de la actividad anterior y un conjunto de pistas —que está incompleto— los niños deben agregar la/s pista/s que faltan para poder describirlo correctamente.
- Dado un dibujo como el de la actividad anterior, los niños deben elaborar las pistas necesarias para describirlo correctamente.

ACTIVIDAD 2:

Identificar una configuración de entre varias a partir de una descripción.

MATERIALES: Un juego de tarjetas como las que muestra la ilustración, cada dos alumnos.

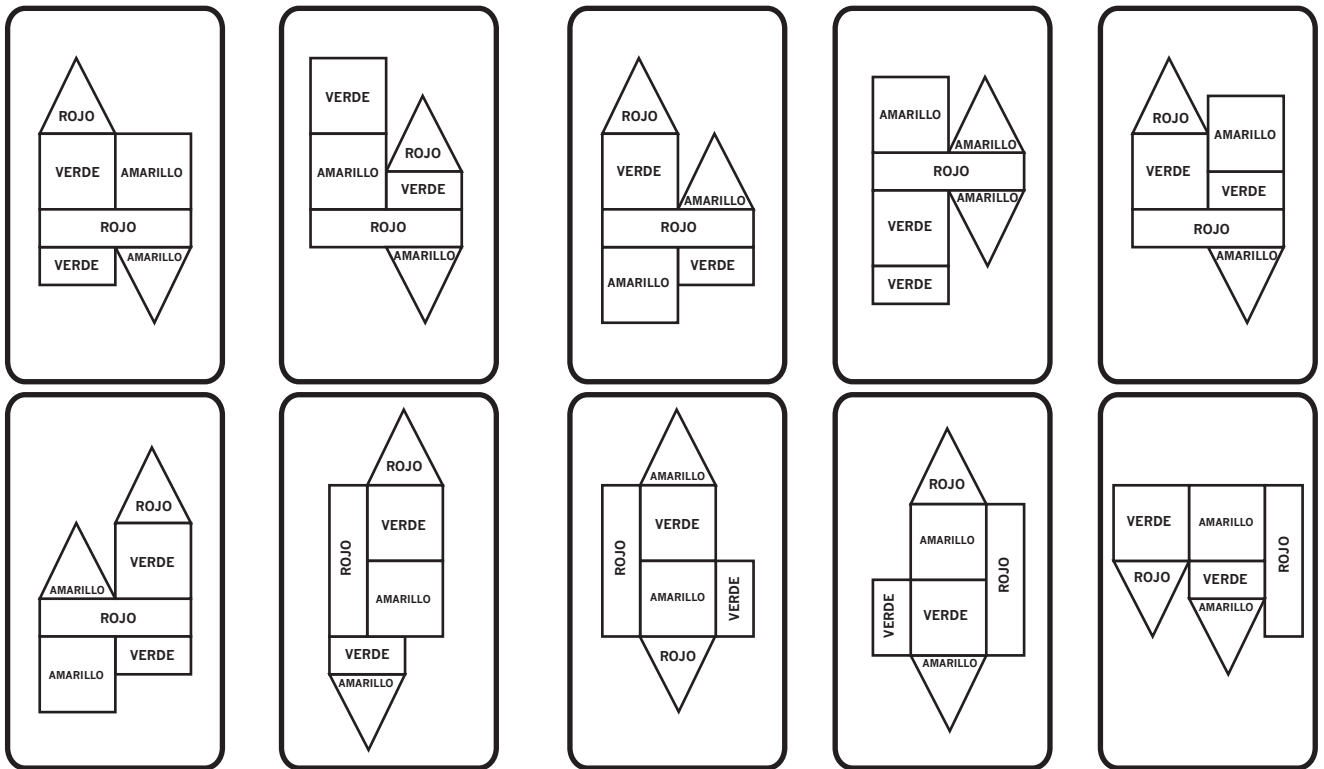


Figura N° 8: tarjetas

La clase se divide en grupos de a cuatro, en cada uno se forman dos parejas. A cada pareja se le entrega un juego de tarjetas. Se hace notar a los niños que las parejas de cada equipo tienen el mismo juego de tarjetas.

El maestro da la siguiente consigna: cada pareja va a elegir una tarjeta sin decirle cuál a los otros dos compañeros. Luego le van a escribir un mensaje para que ellos se puedan dar cuenta de qué tarjeta eligieron. En el mensaje no puede haber dibujos. Si cuando la otra pareja recibe el mensaje hay algo que no entienden pueden escribir preguntas y enviarlo de vuelta para recibir las aclaraciones.

Cuando creen que están seguros de qué tarjeta se trata, las dos parejas se reúnen y se muestran las tarjetas, si ambas coinciden ganan un punto y si no, pierden esa ronda. La pareja que descubra más tarjetas, gana.

Elaborar los mensajes obliga a brindar informaciones relativas a las formas de las figuras y a su ubicación espacial.

Como las dos parejas juegan en colaboración será necesario que los mensajes se redacten de modo tal que puedan ser interpretados por sus compañeros. Nombrar las figuras y algunas de sus propiedades se vuelve un recurso necesario, por ejemplo: "el triángulo rojo está al lado del cuadrado amarillo, el triángulo rojo y el cuadrado amarillo están tocando el lado más largo del rectángulo rojo, el lado más largo del rectángulo verde está tocando uno de los lados más cortos del rectángulo rojo..."

Probablemente, en la primera ronda algunos grupos no puedan descubrir la tarjeta elegida. Es conveniente, entonces, que el docente promueva un momento de discusión sobre las características de los mensajes.

Al tener las dos parejas las mismas tarjetas presentes, la actividad del dúo receptor se ve simplificada: algunas pistas, aunque no permitan saber exactamente de qué tarjeta se trata, posibilitarán descartar algunas construcciones.

Este será un aspecto interesante a ser analizado: qué pistas de las ofrecidas por la pareja emisora son útiles y por qué lo son y cuáles no.

Usualmente, los niños envían mensajes en los que sólo se tiene en cuenta alguna característica, por ejemplo, si las figuras son de colores, podrá aparecer "el cuadrado verde está arriba del cuadrado amarillo y el triángulo amarillo está tocando un lado largo del rectángulo rojo".

Como podrá observarse en el diseño de las tarjetas, estas caracterizaciones no alcanzan para definir una única configuración. Las tarjetas comparten características y eso "obliga" a poner en juego una red más amplia de relaciones espaciales y a precisar mejor algunas características de las figuras.

Es importante notar que, por ejemplo, al ser los triángulos equiláteros, no resulta necesario identificar cuál de sus lados está tocando otra figura. En cambio si las tarjetas incluyeran triángulos isósceles, los mensajes deberían tener en cuenta este aspecto. Como puede verse, esta condición de la actividad permitiría llamar la atención, entonces, sobre las características de los lados, aun en el caso en que los niños no tengan disponible para los triángulos la clasificación según este atributo. Nuevamente aquí, como en las actividades de copia, las características de las figuras que se ponen en juego habilitan algunas discusiones y permiten omitir otras.

En esta actividad las relaciones a explicitar entre los elementos de las figuras, necesarias para identificar una tarjeta, se ven reducidas por el hecho de que ambas parejas tienen las mismas a la vista. Sin embargo, el problema resulta pertinente, ya que permite a los alumnos introducirse en la situación y explorar las dificultades que deben enfrentar, al mismo tiempo que significa un avance respecto del nivel de explicitación requerido en las situaciones de copia.

Es posible continuar el trabajo de la siguiente manera:

ACTIVIDAD 3:

- Elaborar una configuración a partir de determinadas indicaciones.
- Confeccionar un mensaje para que un grupo arme una configuración que no puede ver.

MATERIALES:

- ☒ Un juego de tarjetas, como las de la derecha, para repartir una a cada pareja.
- ☒ Un conjunto de fichas de cartulina como las que muestra la ilustración de la página siguiente.

La clase se divide nuevamente en grupos de cuatro alumnos. A las parejas de cada grupo se les entrega una tarjeta diferente con una construcción como muestra la figura. La otra pareja de ese grupo no ve la tarjeta.

El docente da la siguiente consigna: "cada pareja le va a enviar por escrito un mensaje a sus otros dos compañeros para que, utilizando las fichas, puedan armar una construcción como la que está en su tarjeta. Si cuando el mensaje es recibido hay algo que no se entiende, pueden escribir preguntas y enviarlo de vuelta para recibir las aclaraciones".

Las características de las figuras que se ponen en juego, habilitan algunas discusiones y permiten omitir otras.

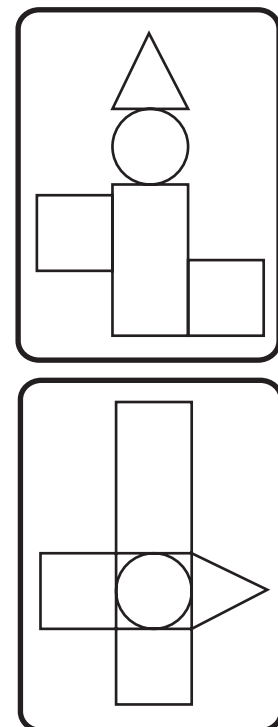


Figura N° 9.1: tarjetas

En esta propuesta se incluyeron fichas que efectivamente sirven para la construcción, pero podrían agregarse otras que no resulten necesarias. También en este caso, el conjunto de fichas que se entrega a los alumnos es una de las características que pueden manejarse en la situación.

Otra versión de la misma actividad puede ser permitir que los niños inventen una configuración y envíen el mensaje.

La diferencia entre ambas situaciones se basa en que, en el primer caso, el docente al proponer una configuración determinada, tiene un relativo control sobre las cuestiones que van a discutirse, mientras que en el segundo caso habrá una gran diversidad de producciones y en la puesta en común donde se discutan los mensajes, los niños tendrán que estar analizando preguntas de configuraciones que no realizaron.

Bajo un mismo problema para toda la clase, las tareas y las dificultades son diferentes en función del rol que deba cumplirse. Así, para los emisores, la redacción del mensaje implica tomar decisiones respecto de qué informaciones son necesarias para la construcción y los enfrenta con la necesidad de plantearlas de modo tal que sus compañeros puedan comprenderlas.

A su vez, los receptores deberán interpretar los datos que reciben. Esta interpretación les propone un desafío diferente ya que no tendrán que establecer relaciones, sino que deberán identificar las establecidas por sus compañeros.

Así, tanto para unos como para otros, resulta necesario a través de las sucesivas versiones de mensajes y con la ayuda del docente, establecer un vocabulario compartido, específico y preciso; avanzar en la explicitación de las propiedades y establecer ciertos acuerdos sobre el tipo de información que debe tener una pista.

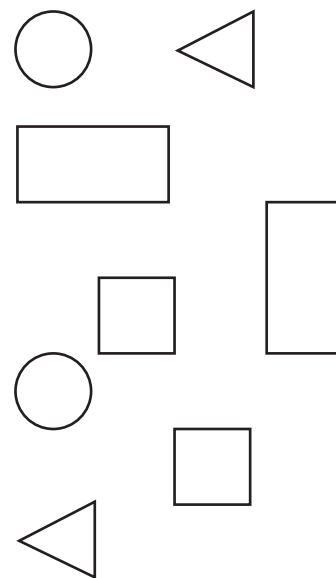


Figura N° 9.2: fichas

Las actividades de dictado de figuras analizadas en la capacitación

Al analizar estas y otras actividades de dictado, una preocupación recurrente en los docentes son los errores que aparecen en los primeros mensajes que los alumnos envían.

Existe cierta "incomodidad" en desarrollar en el aula este tipo de situaciones que no parece explicarse solamente porque los niños se equivoquen. Al fin y al cabo, los niños se equivocan muchas veces durante las clases.

Fueron los mismos maestros los que ayudaron a los capacitadores a entender que desde la perspectiva de quienes se están acercando a nuevas conceptualizaciones didácticas, no es sencillo aceptar que a partir de un problema planteado a los niños, sus respuestas no serán del todo efectivas, correctas o completas y algunas veces hasta serán desacertadas. Y menos sencillo aún resulta admitir que es posible gestionar la clase de modo tal que esas mismas respuestas puedan convertirse en el motor de avance de los conocimientos que las provocan.

En definitiva, lo que subyace a esta "molestia" respecto de las actividades es

que los docentes asocian lo desajustado de los mensajes a su tarea de enseñanza. Esto es, creen ver en los errores de los niños una consecuencia directa de sus prácticas como maestros y evalúan, entonces, a su propio accionar como insatisfactorio o poco efectivo.

Desde el punto de vista de los maestros, estas consideraciones son particularmente abrumadoras a la luz de una herencia de prácticas de enseñanza donde el error debía ser eliminado, o al menos evitado. "El error se fija" es una frase que todos hemos escuchado en nuestra historia docente.

Ahora bien, atribuir a las prácticas de enseñanza el "error" de los niños, es una premisa que se apoya en un conjunto de supuestos y que suelen derivar en una serie de decisiones didácticas. Resulta interesante analizar unos y otras a lo largo de la capacitación. Identifiquemos algunos de los que surgen en la reflexión con los maestros.

El primero es el referido a qué es "buena enseñanza". Pareciera ser que una buena enseñanza permitiría que los niños aprendan sin equivocarse o

que estén en condiciones de encontrar desde el comienzo la mejor respuesta posible a la situación que se les propone. Dicho de otra manera, que puedan "atrapar desde el vamos" todas las relaciones que definen al objeto matemático que el problema moviliza.

Estas conceptualizaciones son solidarias con el supuesto según el cual enseñar es mostrar cómo debe resolverse la situación. "Las relaciones pueden atraparse 'de entrada' porque la enseñanza las comunica". Entonces, si los niños se equivocan, lo que conviene hacer —y esta es una consecuencia didáctica— es descomponer lo que se está mostrando en pasos más pequeños para que sea más fácil. De este modo, al reducir el margen de decisiones que los niños deben tomar, evidentemente, se equivocarían mucho menos.

Revisar estas ideas nos permite explicitar que el enfoque que enmarca las actividades propuestas no está invitando a encontrar mejores formas de comunicar en el sentido de informarles a los niños lo que queremos que aprendan. No es un problema de comunicación, es un problema de

construcción de ciertos conocimientos a partir de tener que buscar mejores recursos para alcanzar la solución de un problema en donde éstos aparecen como insuficientes o insatisfactorios.

Otro supuesto es que las actividades "no salen bien" porque los alumnos se equivocan. Es decir, como las primeras versiones de mensajes presentan errores o están incompletos, las actividades parecen en todo caso atractivas pero tienen problemas de implementación o encierran alguna falla de diseño porque los niños no aciertan a escribir mensajes efectivos.

El "fracaso" de los primeros mensajes no es un defecto de la situación, es justamente, una condición necesaria. Es a partir de constatar que con las informaciones que el propio grupo envía no es posible identificar una configuración o construir una figura —en general, no es posible resolver el problema— y a partir de reflexionar sobre esos mensajes, como los mismos podrán ajustarse y permitirán a los niños identificar, por ejemplo, qué aspectos de las figuras deben tener en cuenta para señalarla.

Otra conjetura posible de desentrañar es aquella según la cual los errores reflejan una carencia de conocimiento. En muchas ocasiones, sin embargo, los errores de los niños no son una ausencia, son conocimientos que no se ajustan a la versión erudita que como docentes genuinamente aspiramos que se apropien. Es decir, lejos de mostrar algunas veces que los niños no saben, ciertos errores pueden ser interpretados como producto de concepciones y lógicas que aparecen desajustadas para el problema que se está planteando, pero que tienen cierta cohesión interna. El problema para el docente, entonces, es poder interpretar bajo qué lógica los niños han elaborado esa producción y proponer una situación que la desafíe.

Un ejemplo con el que todos nos hemos encontrado es la situación en la que, al presentarle a los niños un cuadrado cuyos lados son paralelos al margen de la hoja o a los lados del pizarrón, toda la clase admite que es un cuadrado. Pero si la misma figura se presenta rotada, esto es con los lados oblicuos a los márgenes, gran parte de los niños suele afirmar que se trata de un rombo³.

A fuerza de haberles presentado los cuadrados en la misma posición y en similar tamaño a lo largo de la escolaridad, los niños han asimilado que, por ejemplo, la posición es un atributo de esta figura. Visto desde esta lógica, entonces, resulta razonable responder que si está rotado no se trata de un cuadrado. No es una ausencia de conocimiento, es un conocimiento que ha funcionado en ciertas ocasiones y que ahora se presenta desajustado para el problema que se plantea.

Sin duda, el análisis sobre los supuestos referidos a los errores, la enseñanza y el aprendizaje puede continuarse y profundizarse. Creemos que tratar de identificar cuáles acompañan la "lectura" de lo que sucede con las actividades y en las clases es un ejercicio que vale la pena. Dejamos abierta, entonces, esta discusión e invitamos al lector a avanzar sobre las mismas.

Las actividades con cuerpos en la clase de Geometría

Generalmente, las actividades con cuerpos geométricos en las que los niños deben comparar unos con otros o avanzar hacia algún tipo de clasificación se presentan a los alumnos con consignas del tipo: "Pongan juntos los objetos que se parecen".

Este tipo de propuestas tiende a generar más dificultades que progresos, ya que los niños, al no conocer los atributos geométricos que estamos interesados que aprendan, utili-

zan criterios de clasificación que no tienen ninguna relación con propiedades geométricas: los que son altos, los que son chatos, los que me gustan...

El fracaso de esta situación no debería sorprender: ¿por qué razón utilizarían los niños como criterio de clasificación un conjunto de propiedades que no conocen?

Finalmente, como estos agrupamien-

tos se realizan por características que están muy alejadas de las propiedades geométricas que definen un cuerpo, se termina "forzando" la clasificación, proponiéndoles directamente algún criterio, que frecuentemente es los que ruedan y los que no ruedan.

Bajo este tipo de prácticas —que suelen caracterizar el trabajo en Geometría— pareciera descansar el supuesto de que es suficiente con mostrar a los niños el objeto y que las

³ No estamos teniendo en cuenta que los cuadrados son rombos. La discusión no está centrada aquí sobre la inclusión de una clase de cuadriláteros en otra, sino en que a partir de la posición una figura específica ha dejado de ser tal para convertirse en otra.

propiedades que lo definen pueden ser vistas directamente por los alumnos ya que resultan evidentes.

Al mismo tiempo y apoyado en esta

idea, generalmente en el trabajo con clasificaciones, éstas son un presupuesto de partida y nunca un punto de llegada al que se arriba luego de un trabajo de exploración y análisis de los cuerpos.

La siguiente propuesta apunta a trabajar en el camino inverso.

PROPUESTA 4: Identificando cuerpos

Las actividades que se proponen a continuación tienen como objetivo que los alumnos progresen en sus posibilidades de caracterizar e identificar un cuerpo a partir de algunos de sus atributos.

ACTIVIDAD 1:

La clase se divide en grupos. El docente entrega a cada uno de ellos un juego de cuerpos geométricos y hace notar que todos tienen los mismos. Los cuerpos son: una esfera, un cilindro, un cubo, un prisma recto de base triangular, una pirámide de base cuadrada, un cono, un prisma recto de base cuadrada.

El maestro plantea a los alumnos lo siguiente: “yo voy a elegir uno de los cuerpos que ustedes tienen en cada grupo, pero no les voy a decir cuál elegí. Ustedes me van a tener que hacer preguntas a las que yo sólo voy a poder responder con sí o no. Cuando creen estar seguros de qué cuerpo se trata pueden arriesgar y decir cuál es. Si aciertan ganan un punto, pero si arriesgan y pierden dejan de jugar durante esa ronda”.

Cada grupo elige un secretario. Será él quien enuncie las preguntas, pero antes de hacerlo el equipo debe ponerse de acuerdo respecto de qué es lo que van a preguntar.

El docente escribe en el pizarrón las preguntas que le formulan y las respuestas que él ofrece.

Suele suceder que en el comienzo del juego, los alumnos planteen preguntas que no se apoyan en alguna característica geométrica de los cuerpos. Así, por ejemplo, proponen: “¿es chato? ¿es alargado? ¿es finito?”, etc.

Este tipo de preguntas debe ser desestimado indicando que para algunos puede ser chato y para otros no, invitándolos a intentarlo nuevamente de modo tal que sea posible estar de acuerdo en la respuesta.

Otra cuestión importante es que, a medida que se desarrolla el juego, se vuelve necesaria la utilización de un vocabulario preciso para poder indicar aquellos atributos a los que se quiere hacer referencia. Los niños demandan un término para referirse a determinada propiedad y el momento de formulación de preguntas es propicio para que el docente proponga ciertos acuerdos al respecto.

Las preguntas que los niños realizaron hasta encontrar qué cuerpo era el elegido y las respuestas ofrecidas, serán el material a ser analizado por la clase.

Este análisis —que constituye la etapa más importante del trabajo— estará orientado por el docente tanto a investigar cuáles fueron las preguntas que ofrecieron buenas pistas para acercarse al cuerpo seleccionado, como a determinar qué cuerpos quedaban descartados y cuáles respondían a las características propuestas a partir de la información dada.

En las primeras rondas suele ocurrir que los alumnos realizan algunas preguntas que resultan redundantes. Así, si un grupo preguntó si tenía seis caras y la respuesta fue sí, es posible que otro pregunte si el cuerpo tiene cuatro caras. Pareciera que los niños no pueden en las primeras etapas apoyarse del todo en la información que brindan las preguntas de otro grupo o que necesitan asegurarse.

Esta situación podrá tomarse para analizar con ellos en alguna de las sucesivas rondas del juego. Es interesante notar que una vez que los grupos descubren que pueden obtener información de las preguntas de sus compañeros,

A medida que se desarrolla el juego, se vuelve necesaria la utilización de un vocabulario preciso para poder indicar aquellos atributos a los que se quiere hacer referencia. Los niños demandan un término para referirse a determinada propiedad y el momento de formulación de preguntas es propicio para que el docente proponga ciertos acuerdos al respecto.

rehusan ser los primeros en preguntar y, además, van descartando de los cuerpos que tienen en su equipo, aquellos que quedan eliminados.

Uno de los aspectos del problema que el docente puede controlar es el universo de cuerpos que pone en juego. En la medida en que los varíe, podrá promover que los alumnos formulen otras preguntas involucrando distintas características. Del mismo modo, si ninguno de ellos tiene al menos un atributo en común, con una sola pregunta los alumnos podrán saber de cuál se trata. Esto es lo que podría ocurrir si el grupo, por ejemplo, estuviera formado por una esfera, una pirámide de base triangular, un cubo y un cono. Por lo tanto, será necesario que el docente analice de antemano cuáles son los cuerpos que ofrecerá para la actividad y qué preguntas admiten.

Al mismo tiempo, si se desea arribar a alguna clasificación, la selección de cuerpos debe estar orientada por el conjunto de relaciones que se espera que los alumnos construyan. Por ejemplo, si el docente habilita para el juego: un prisma de base cuadrada, un cubo, una pirámide de base cuadrada, un cilindro y un cono, una clasificación posible puede ser: los que tienen bases redondas y los que tienen bases cuadradas.

Las sucesivas puestas en común permitirán analizar algún aspecto en particular, teniendo en claro que no podrán abordarse todas las cuestiones en forma conjunta en una única partida. Algunos de los aspectos para retomar en los momentos de análisis colectivo podrían ser:

- Si determinada pregunta aporta o no información teniendo en cuenta las preguntas y las respuestas anteriores. Por ejemplo: si ya se preguntó si era poliedro y la respuesta fue no, analizar qué agrega preguntar si todas sus caras están formadas por cuadrados.
- Cuál o cuáles de las preguntas permiten avanzar en la identificación del cuerpo elegido. En otras palabras, identificar qué preguntas "ayudan" a descubrir de qué cuerpo se trata. Por ejemplo si el universo de cuerpos está compuesto sólo por poliedros, analizar qué información aporta la pregunta "¿tiene vértices?"
- Determinar si con las preguntas y las respuestas que se habían formulado se podía estar seguro de qué cuerpo se trataba, ya que puede ocurrir que los niños arriesguen y acierten, aun en el caso en que no sea posible establecer cuál era el cuerpo con la información obtenida hasta el momento.

Aquí también será importante establecer acuerdos para volver a utilizar en las nuevas rondas. Éstos pueden ser de distinto tipo: en algunas ocasiones lo importante será instalar un vocabulario común, en otras identificar que las preguntas de otros grupos ofrecen información que puede ser utilizada, que ciertas preguntas no aportan datos útiles, etc.

ACTIVIDAD 2⁴:

A partir del análisis de las preguntas y las respuestas y antes de plantear una nueva vuelta del juego, el docente puede proponer una actividad que consiste en elaborar preguntas que apunten a establecer si se trata de determinado cuerpo. Es decir, elaborar un conjunto de preguntas que hacen referencia a las propiedades de algunos cuerpos. La idea es que esta colección de preguntas esté disponible y pueda ser utilizada en nuevas partidas.

Cada pregunta que se formula se apoya en alguno o en varios atributos de ese cuerpo. En este sentido, si ponemos esta actividad en relación con las de copia que hemos presentado al comienzo de este material, es posible notar que aquí la explicitación de las propiedades es mucho mayor.

Ahora bien, el hecho de elaborar preguntas para que puedan ser usadas en otras partidas persigue más de un objetivo. Que una pregunta "sirva" para un cuerpo depende de varias cuestiones, entre otras, de las propias características de ese cuerpo y también de las propiedades que diferencian a éste de los

Cada pregunta que se formula se apoya en alguno o en varios atributos de ese cuerpo. En este sentido, si ponemos esta actividad en relación con las de copia que hemos presentado al comienzo de este material, es posible notar que aquí la explicitación de las propiedades es mucho mayor.

⁴ Esta actividad fue propuesta a partir de las elaboradas por Broitman, C. e Itzcovich, H. (2002) a propósito de un juego de adivinación sobre figuras geométricas.

demás. En definitiva, las preguntas no sólo permiten explicitar qué cualidades tiene determinado cuerpo, sino que también permiten —en el momento del juego— poner bajo la lupa qué diferencias y similitudes tienen los cuerpos con los que se está trabajando.

ACTIVIDAD 3:

Para que los niños puedan utilizar aquello que han aprendido en las actividades anteriores, es importante que tengan nuevas oportunidades de utilizarlo. Para ello el docente puede proponer que todos los grupos jueguen contra él, o plantear que la clase se divida en una cantidad par de grupos y que cada uno de ellos juegue contra otro.

ACTIVIDAD 4:

Estas propuestas no se agotan en repetir diferentes modalidades de juego, es necesario cierto trabajo posterior que permita sistematizar los conocimientos que han sido adquiridos.

Para ello, es posible proponer a los niños una serie de problemas que deben resolverse en la carpeta o en el cuaderno y que hacen referencia a un supuesto juego que en realidad no ha ocurrido.

Los siguientes son sólo algunos ejemplos posibles:

- Dado un universo de cuerpos que aparece dibujado en una fotocopia para los niños y una serie de preguntas y respuestas, los niños deben determinar cuál es el elegido.
- Dado un universo de cuerpos que aparece dibujado en una fotocopia en la que se señala cuál ha sido elegido y donde aparecen una serie de preguntas y respuestas, los niños deben establecer si con esa información es posible estar seguro de que se trata únicamente del indicado.
- Dado un universo de cuerpos que aparece dibujado en una fotocopia en la que se señala cuál ha sido elegido, los niños deben elaborar la menor cantidad posible de preguntas y respuestas para que sea posible identificar al cuerpo que ha sido indicado.
- Dado un universo de cuerpos que aparece dibujado en una fotocopia en la que se señala cuál ha sido el elegido y una serie de preguntas y respuestas que se indica como incompleta, los niños deben escribir la pregunta que falta para que pueda identificarse el cuerpo.

Ya sea en las instancias del juego o en los momentos de resolver los problemas que esta última actividad plantea, las preguntas implican siempre cierta exploración y apelan a alguna característica que puede tomarse como criterio de clasificación y que avanza bastante más allá de la posibilidad o no que tienen los cuerpos de rodar.

Es en este sentido que al comienzo de esta propuesta afirmamos que la clasificación no es un presupuesto de partida, sino un punto de llegada. Si los niños manejaran la clasificación con soltura, podrían tener disponible la mejor estrategia posible para ganar el juego, con lo cual éste perdería su interés. Por otro lado, también resulta interesante el hecho de que las preguntas sostienen criterios diversos de clasificación que no se ajustan únicamente al clásico poliedros - no poliedros, sino que apelan a otras características igualmente válidas, por ejemplo, los que tienen base redonda, los que todas sus caras excepto una se unen en un vértice, los que tienen caras triangulares, etc.

Estas actividades permiten que los niños avancen en la explicitación de algunas de las propiedades, pero no completan por sí mismas el estudio de los cuerpos geométricos. Será necesario desarrollar otras en el mismo ciclo lectivo o en años posteriores vinculadas al trabajo con desplegados, a establecer

La clasificación no es un presupuesto de partida, sino un punto de llegada. Si los niños manejaran la clasificación con soltura, podrían tener disponible la mejor estrategia posible para ganar el juego.

relaciones entre las caras de los cuerpos y las figuras geométricas, entre aristas y vértices, etc⁵.

Las actividades con cuerpos analizadas en la capacitación

Algunos docentes, aprovechando que sus alumnos han trabajado con cuerpos durante el año anterior o en bimestres anteriores llevan a cabo esta última actividad en sus aulas. Muchos resultan sorprendidos por el hecho de que los niños no recuerdan algunos o varios de los conceptos que ya abordaron y, por lo tanto, no pueden utilizarlos a la hora de idear preguntas para identificar el cuerpo elegido.

El olvido de los niños suele ser una realidad compartida, una preocupación de todos. El hecho de que los alumnos no recuerden, que los grados pierdan aquello que se les ha enseñado, que cada grupo desmienta ante un nuevo maestro que nunca ha visto este u otro tema, es un tipo de descripción que deja todo el problema del lado de los niños y al mismo tiempo es una característica tan generalizada en los relatos que resulta difícil sostener como único argumento la falta de memoria, el desinterés o las pocas ganas de aprender. Al constatar este hecho, rápidamente los maestros comienzan a buscar otras explicaciones.

Un aspecto que en diversas instancias de capacitación permitió progresar sobre esta cuestión es analizar el funcionamiento de la relación entre el tiempo y los contenidos en la escuela. Con esto no estamos haciendo referencia al uso del tiempo en la sala de clases, a la cantidad de tiempo que se le dedica a la enseñanza de la Geometría, ni a la distribución de los contenidos a lo largo del año⁶, sino al hecho de que el tiempo en la escuela por lo general acostumbra avanzar de un modo lineal.

Los contenidos suelen progresar ajustados a esta misma lógica, uno detrás de otro. Cada contenido se abre, se desarrolla y se evalúa y da paso al siguiente que repite la misma secuencia. Un contenido "habita" determinado tiempo y debe luego dejar lugar a otro. No es posible volver a un contenido o a un aspecto del mismo, porque el tiempo debe ser ocupado por uno nuevo. Los contenidos avanzan así también linealmente en una única dirección.

El problema no es evidentemente que el tiempo y los contenidos vayan hacia adelante, sino que sólo avancen en ese sentido, que exista cierta naturalización a la hora de concebir este fenómeno y que aparezca ante los ojos de todos, como la única realidad posible.

Pensar sobre estos aspectos permite poner en relación al problema del olvido de los niños con sus prácticas como alumnos. Es decir, permite convertirlo en un problema didáctico.

¿De qué modo podría la escuela elaborar dispositivos que permitan a los niños reencontrarse con sus propios aprendizajes? ¿Qué estrategias podrían establecerse para que los alumnos puedan construir un proyecto de aprendizaje donde no sólo resuelvan problemas, sino también puedan volver a pasar por el camino recorrido e identificar aquello que antes no sabían y ahora poseen? (un concepto, una relación, un procedimiento, etc.). En definitiva, ¿de qué modo es posible colaborar para que avanzar en el tiempo también signifique poder mirar hacia atrás y señalar aquello que ha cambiado?

Que el olvido de los niños sea reformulado en términos de problema didáctico significa asumir desde la enseñanza, entre otras cuestiones, la elaboración de un conjunto de estrategias específicas que permitan a los niños desandar el camino y tomar conciencia de lo que antes no sabían y ahora conocen y tienen disponible.

⁵ Para avanzar en el análisis de las actividades sobre cuerpos geométricos puede consultarse Broitman, C. e Itzcovich, H. (2003).

⁶ Cuestiones que creemos bien valen la pena analizar en la capacitación y que se enlazan con lo que estamos planteando.

Así, para algunos maestros es posible proponer a sus alumnos que transcurrida una secuencia de trabajo sobre cuerpos geométricos, busquen en sus carpetas entre todas las actividades que han resuelto, los tres problemas que les parecen más difíciles y escriban una lista de consejos para no equivocarse en caso de tener que resolverlos nuevamente. Para otros, el trabajo puede consistir en buscar aquellos problemas que han sido particularmente fáciles o difíciles y tratar de identificar qué los hace pertenecer a una u otra categoría ¿habría alguno de los difíciles que al compararlo con los fáciles se hiciera más sencillo y pudiera cambiar de grupo?

Algunos maestros plantean a los niños buscar en la carpeta, por ejemplo, los problemas donde escribieron las preguntas para adivinar el cuerpo y les piden que las comparen con las que harían ahora si la partida se presentara nuevamente. En otros casos donde es posible, las hojas de las carpetas se guardan para que puedan ser utilizadas por los niños al retomar el tema el año siguiente.

Desde las actividades más complejas a las versiones más acotadas, ninguna de ellas resulta una innovación didáctica profundamente original. Son simplemente actividades que los adultos que hemos atravesado el sistema educativo desarrollamos en nuestras prácticas como estudiantes y que nos permiten tomar conciencia y estabilizar aquello que estamos aprendiendo. Para nosotros y para los niños en los que está instalado un proyecto de aprendizaje⁷ resultan actividades más o menos espontáneas; para muchos de nuestros alumnos esto no es evidente y constituye una ayuda importante para que progresen.

En todos los casos, la reflexión con los maestros permite hacer surgir claramente dos cuestiones: a) que el uso de los cuadernos o las carpetas requiere considerarlos como materiales de lectura; esto es, materiales en los que es necesario ir registrando las conclusiones, los acuerdos, lo que está aún pendiente, etc. para que sea posible reconstruir el proceso transitado y estar en mejores condiciones de recordar. Por ejemplo: "hoy discutimos que es importante tener en cuenta las preguntas de otros grupos", o "algunos chicos dijeron que hay preguntas que a veces no ayudan mucho porque todos los cuerpos tienen esa propiedad", etc. y b) que no se trata de hacer más veces lo mismo para que los niños lo aprendan, sino que se está intentando proponer un tipo de práctica que les permita volver atrás pero desde otra posición, con otro bagaje y para hacer otra cosa⁸.

Ahora bien, este conjunto de reflexiones elaboradas junto con y a partir de las inquietudes de los docentes, no puede nunca quedar en el plano de lo individual. Esto es, no puede plantearse como un problema de enseñanza de tal o cual maestro. El problema del tiempo es un fenómeno multidimensionado, mucho más amplio de lo que hemos comentado aquí e inherente a la organización de la escuela como tal. No sostener este hecho públicamente en la capacitación resultaría tan sesgado como afirmar que el olvido recurrente es una situación que debería resolverse en el terreno exclusivo de los niños y del cual la enseñanza no tiene nada para decir.

Las construcciones en la clase de Geometría

Los problemas que se plantean en esta sección no constituyen una secuencia de actividades, son ejemplos que pueden formar parte de secuencias donde los niños enfrentan estas situaciones con el objetivo de "poner en funcionamiento" algunos aspectos que otras actividades como las de copia, de dictado, etc. pueden llegar a no poner de relieve. Así, por ejemplo, copiar un rombo o enviar un mensaje para que un grupo que no puede verlo, lo construya, —bajo ciertas condiciones— no "obliga" a los niños a formular explicitaciones sobre las diagonales del mismo y seguramente sí sobre sus lados y ángulos. Las construcciones permiten "poner el foco" en otros atributos de las figuras como veremos en las situaciones que se plantean a continuación.

⁷ Perrin Glorian, M. J. (1995).

⁸ Para profundizar respecto del tránsito de los alumnos a estudiantes, es posible consultar el Documento N° 2 "La formación de los alumnos como estudiantes. Estudiar Matemática" de la Dirección General de Planeamiento, Secretaría de Educación, GCBA. del que hemos extraído algunas reflexiones que fueron abordadas en las situaciones de capacitación.

Breve análisis de los problemas de construcciones

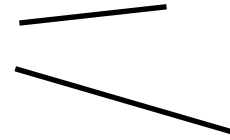
1. El siguiente segmento es la diagonal de un rectángulo. Utilizando compás, regla y escuadra no graduadas, dibujá tres rectángulos distintos que tengan por diagonal al segmento dado. ¿Es posible dibujar más rectángulos? ¿Cuántos? Y si la diagonal fuera de un cuadrado ¿Cuántos podrían dibujarse?



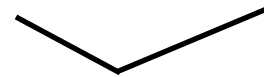
2. Este segmento es la diagonal de un rectángulo. Utilizá compás y regla no graduada para construirlo.



3. Sabiendo que los dos segmentos dibujados forman parte de un cuadrilátero, usá el compás y la regla no graduada para terminar la construcción, de modo que quede un rombo.



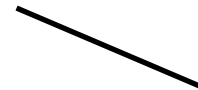
4. A partir de los siguientes segmentos terminá la construcción usando compás y regla no graduada para que resulte un paralelogramo que no sea un rombo. (¿Cómo harías la construcción usando escuadra y regla no graduadas pero sin usar compás?)



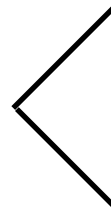
5. Utilizando sólo el compás y la escuadra no graduada construí un rectángulo sabiendo que éstos son dos de sus lados. ¿Sería posible la construcción utilizando compás y regla no graduada?



6. Se sabe que el siguiente segmento es el lado de un cuadrado. Utilizando compás y regla no graduada dibujá este segmento en tu carpeta y construí la figura.



7. En este cuadrado se borraron dos de sus lados ¿podés reconstruir la figura original? ¿Es posible estar seguro que te quedó un cuadrado sin superponerlo con un modelo ?



8. Se sabe que la siguiente es la diagonal de un paralelogramo propiamente dicho. Utilizando regla y escuadra no graduadas realizá la construcción. ¿Es posible? Si lo fuera, ¿hay una única respuesta?



9. Usando regla graduada y compás construí, si es posible, un paralelogramo que tenga:

Un lado de 3 cm

Una diagonal de 4 cm

¿Hay una única respuesta?

10. Usando regla graduada y compás construí, si es posible, un paralelogramo que tenga:

Un lado de 3 cm

Una diagonal de 4 cm

Una diagonal de 6 cm

¿Hay un solo paralelogramo que cumple estas condiciones?

¿Hay alguna diferencia entre los problemas 9 y 10? ¿Cuál?

11. Usando regla graduada y compás construí, si es posible, un paralelogramo que tenga:

Un lado de 2 cm

Una diagonal de 8 cm

Una diagonal de 2 cm

12. Usando regla graduada y compás construí, si es posible, un paralelogramo que tenga:

Un lado de 5 cm

Una diagonal de 7 cm que forma un ángulo de 60° con el lado de 5 cm

¿Cuántos paralelogramos cumplen estas condiciones?

PROPUESTA 5: Una colección de problemas de construcciones

Las actividades que se presentaron en la página anterior están destinadas a los alumnos del segundo ciclo y tienen diversos objetivos. Entre ellos, que los niños progresen en el análisis de las propiedades de las figuras que cada una de las construcciones les plantea a partir de los datos y de los instrumentos habilitados, que pongan en juego propiedades geométricas para realizar las construcciones planteadas y también que exploren la cantidad de soluciones que determinado problema admite.

Si se les propone a los niños que, utilizando regla no graduada y compás, construyan un rombo teniendo en cuenta que los segmentos son sus diagonales, la situación, a diferencia de las analizadas anteriormente, coloca en primer plano a las mismas como uno de los atributos que definen a los rombos, ya que el problema les exige analizar cuál es el punto de intersección de ambas y qué ángulo forman.

Por otro lado, las propuestas planteadas hasta aquí han girado siempre alrededor de figuras que ya estaban construidas, el problema era su reproducción tanto a través de la copia como a través de un mensaje elaborado por otros que poseen una figura que no pueden mostrar. Las actividades de construcción incorporan un aspecto diferente: en tanto la figura no está, se pone en juego el hecho de si es posible o no construirla con los datos que se poseen y, en caso de que sea posible su construcción efectiva, el problema también habilita el análisis de la cantidad de soluciones.

Tomemos para ejemplificar estos aspectos, los problemas 9, 10, 11 y 12 que aparecen en la última página de este material.

El problema 9 admite infinitas soluciones ya que la diagonal puede "apoyarse" en cualquiera de los puntos de la circunferencia (mientras no forme un ángulo nulo o llano, tal como puede verse en la figura de la derecha).

En cambio en el problema 12, al estar fijado de antemano el ángulo, sólo es posible establecer un único paralelogramo.

Para el problema 11, no es factible encontrar una solución, ya que una vez establecida la diagonal de 8 cm, el lado de 2 cm no alcanza a "cortar" a la otra diagonal en ningún punto. Puede resultar interesante investigar con los niños qué condición debe modificarse en el problema para que sea posible la construcción.

Dejamos a cargo del lector analizar si es posible construir y cuántas soluciones tiene el paralelogramo propuesto en el problema 10.

Hemos establecido hasta aquí algunas diferencias que aporta este tipo de actividad respecto de las anteriores. Ahora bien, es importante tener presente que para cada uno de los problemas que se plantean es necesario tener disponibles conocimientos distintos que permitan "entrar" en la situación. Así, por ejemplo, en el problema 6 hace falta apelar a la mediatriz de un segmento para poder construir un lado perpendicular al dado, mientras que para el problema 7, se necesita recurrir al ángulo recto de la escuadra, aunque en ambos casos se esté construyendo un cuadrado.

Este hecho se enlaza con el rol de los instrumentos en las construcciones. Podrá advertirse que éstos funcionan como una condición que forma parte del problema. Decidir cuáles se habilitan siempre está en función de las propiedades que se intentan poner de manifiesto. Para analizar esta afirmación pueden compararse los problemas 1 y 2. En ambos casos se ofrece el mismo dato: la diagonal, pero los atributos que se juegan en cada uno son distintos gracias a que los instrumentos que se pueden utilizar en ellos son diferentes.

Finalmente, el tipo de papel en el que se realizan las construcciones también es una característica del problema. Así como en las actividades propuestas para el primer ciclo planteamos que era necesario trabajar sobre papel cuadrado para que los niños tuvieran garantizados ciertos aspectos de las figu-

Las actividades de construcción incorporan un aspecto diferente: en tanto la figura no está, se pone en juego el hecho de si es posible o no construirla con los datos que se poseen y, en caso de que sea posible su construcción efectiva, el problema también habilita el análisis de la cantidad de soluciones.

ras que estaban manejando, en estas actividades resulta imprescindible realizar la construcción sobre papel liso, justamente para que no sea a través de las marcas que porta el mismo como puedan obtenerse ciertos resultados, sino apelando a las propiedades de los objetos geométricos con los que se está trabajando.

Las actividades de construcción ofrecen la posibilidad de generar problemas potentes para que los niños progresen en el análisis de las figuras geométricas. No es un objetivo de este material realizar un estudio exhaustivo de las mismas. Invitamos al lector a realizar las construcciones propuestas y a continuar con el análisis de cada uno de los problemas a partir de la lectura del capítulo 1 del Documento de trabajo N° 5 "La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo" elaborado por el equipo de Matemática de la Dirección de Currícula del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.

Las actividades de construcción ofrecen la posibilidad de generar problemas potentes para que los niños progresen en el análisis de las figuras geométricas.

Las actividades de construcción analizadas en la capacitación

De todas las actividades abordadas en las capacitaciones a propósito del trabajo geométrico, tal vez las construcciones sean las menos novedosas, ya que suelen formar parte de las propuestas de enseñanza más instaladas. Sin embargo, en distintos encuentros ocurre que los maestros al referirse a algunas de las que aquí se presentan o a otras similares, encuentran diferencias interesantes.

Una de ellas está vinculada a que, por lo general, las situaciones de construcción suelen incluir a continuación del enunciado del problema, una serie de pasos a seguir donde se explica cuál es el procedimiento a realizar. Por ejemplo, "Construir un triángulo equilátero utilizando compás y regla", a lo que acompaña la explicación de cómo se realiza la figura. Los problemas que aquí planteamos no invitan a repetir una serie de pasos que ya han sido establecidos, sino a favorecer la puesta en escena y el análisis de diversos procedimientos que permitan a los niños resolver el problema.

Otra diferencia que se establece en los encuentros es que realizar la construcción es sólo una parte del problema, la actividad encierra la necesidad de argumentar por qué es o no posible la construcción y, de serlo, cómo se puede estar seguro de la respuesta obtenida. En efecto, resulta usualmente interesante para los maestros descubrir el conjunto de relaciones a las que debe apelarse para justificar la posibilidad o la validez de las construcciones, al mismo tiempo que la medida aparece como un argumento en el que no puede apoyarse una justificación⁹.

También el trabajo vinculado a la constructibilidad de las figuras planteadas aparece como diferente, ya que en los problemas analizados en la capacitación una cuestión a resolver es la posibilidad o no de realizar la figura propuesta como así también el análisis de la cantidad de soluciones. Cuando se presentan "desde el vamos" las formas de construcción, estos aspectos desaparecen como interrogantes del problema.

Por último, otra característica interesante que es posible analizar, está vinculada a establecer cuál es el objeto de estudio en una situación de construcción más usual y cuál en las que estamos analizando. En efecto, mientras que en las primeras el contenido es la construcción en sí misma, en las segundas el contenido son las propiedades de las figuras y la construcción es una actividad —dentro de un conjunto de actividades posibles— que permite el análisis de las mismas.

En síntesis, si bien las construcciones son actividades que suelen estar de algún modo instaladas en el trabajo efectivo, en nuestra propia memoria como alumnos o imaginario de lo que una actividad de Geometría debe consistir, el análisis y la reflexión sobre las mismas permite descubrir que requieren de los docentes una particular gestión de la clase.

⁹ Tomemos por ejemplo un triángulo cuyos lados miden 9 cm, 5 cm y 4 cm. Como el lector sabe, este triángulo no existe. Pero a pesar de ello, es posible dibujarlo a partir de los errores que encierra toda medición. Lo mismo ocurre cuando se intenta justificar la suma de los ángulos interiores de los triángulos, midiendo los tres ángulos y luego sumando las tres medidas, la suma da un valor muy cercano pero no 180° por el mismo motivo. Es decir que, si las argumentaciones se apoyan en la medida hay propiedades geométricas —como las enunciadas— que "desaparecen" al mismo tiempo que queda difusa la necesidad de ciertos resultados y la posibilidad que brindan estas situaciones, de construir una racionalidad particular propia del trabajo geométrico.

Estos comentarios se apoyan en la diferenciación entre dibujo y figura que es ampliamente desplegada en el capítulo 1 del Documento de trabajo N°5 "La enseñanza de la Geometría en el segundo ciclo", GCBA, 1998, por tal motivo no resulta pertinente repetir aquí ese desarrollo. Remitimos entonces al lector a la lectura de este material.

BIBLIOGRAFÍA

- Broitman, C. e Itzcovich, H. (2002): *El estudio de las figuras y de los cuerpos geométricos*. Buenos Aires, Novedades Educativas.
- Broitman, C. e Itzcovich, H. (2003): "Geometría en los primeros años de la EGB: problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza". En: *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB*. Panizza, M. (comp.) Buenos Aires, Paidós.
- Broitman, C. (1999): *Las operaciones en el primer ciclo*. Buenos Aires, Novedades Educativas
- Castro, A. (2000): "Actividades de exploración con cuerpos geométricos. Análisis de una propuesta de trabajo para la sala de cinco". En: Malajovich, Ana (comp.): *Recorridos didácticos en la educación inicial*, Buenos Aires, Paidós.
- Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires, Dirección de Educación Primaria. Gabinete Pedagógico Curricular. Matemática. Documento N°3 (2001): *Orientaciones didácticas para la enseñanza de la geometría en EGB*.
- Gálvez, G. (1994): "La geometría, la psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la geometría en la escuela elemental". En: Parra y Saiz (comp.): *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires, Paidós.
- Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación. Prediseño Curricular para la Educación General Básica. Primer Ciclo y Segundo Ciclo. Matemática.
- Municipalidad de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaría de Educación y Cultura. Dirección de Currículum. Taller de resolución de problemas. Matemática 3º ciclo.
- Parra, C.; Sadovsky, P.; Saiz, I. (1994): *Número espacio y medida*. Selección bibliográfica. PTFD Programa de Transformación de la Formación Docente, Ministerio de Cultura y Educación.
- Parra, C.; Sadovsky, P. y Saiz, I. (1995): *Enseñanza de la Matemática. Geometría. Selección bibliográfica III*. PTFD Programa de Transformación de la Formación Docente, Ministerio de Cultura y Educación.
- Parra, C.; Sadovsky, P.; Saiz, I. (1994): *Enseñanza de la matemática. Selección bibliográfica IV*. PTFD Programa de Transformación de la Formación Docente, Ministerio de Cultura y Educación.
- Peltier, M. L. (2000): "Resolución de problemas en Geometría". En: *Revista Educación Matemática*. Vol. 12 N° 2. pp. 111 - 120.
- Perrin Glorian, M. J. (1995): "Condicionamientos de funcionamiento de los docentes en el colegio secundario: lo que nos enseña el estudio de los cursos flojos", ficha mimeografiada.
- Porras, M. y Martínez, R. (1998): "La representación ostensiva de las nociones geométricas en los textos de la escuela elemental". En: *Revista Educación Matemática*. Vol. 10 N° 3. pp. 8-24.
- Sadovsky, P.; Parra, C.; Itzcovich, H.; Broitman, C. (1998): *La enseñanza de la geometría en el segundo ciclo*, Documento de actualización curricular N° 5, Dirección de Currícula, Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.

