



# HIPERTEXTO

Santillana

## Física

Mauricio Bautista Ballén

Francia Leonora Salazar Suárez



## HIPERTEXTO FÍSICA 1

Para educación media, es una obra colectiva, concebida, diseñada y creada por el Departamento Editorial de Santillana S.A.

### Directora de Educativas

Ana Julia Mora Torres

### Directora Editorial

Fabiola Nancy Ramírez Sarmiento

### Equipo editorial

**Isabel Hernández Ayala.** *Coordinadora de contenidos*  
**Diana Constanza Salgado Ramírez.** *Editora ejecutiva del área de matemáticas*  
Jeinsson Giovanni Gamboa Sulvara. *Editor júnior*  
Carlos David Sánchez. *Editor júnior*  
Mauricio Bautista Ballén. *Editor externo*  
Juan Gabriel Aldana Álvarez. *Asistente editorial del área de matemáticas*

### Autores

**Mauricio Bautista Ballén**  
*Licenciado en matemáticas. Universidad Pedagógica Nacional.*  
*Físico. Universidad Nacional de Colombia.*  
*Especialista en educación matemática. Universidad Pedagógica Nacional.*  
*Estudios de Maestría en docencia de la matemática. Universidad Pedagógica Nacional.*

**Francia Leonora Salazar Suárez**  
*Licenciada en física. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.*  
*Estudios de maestría en Educación con énfasis en investigación. Universidad de la Sabana.*

La persona encargada de avalar este texto desde el punto de vista de la disciplina específica y desde su pedagogía fue *Beatriz Bechara Cabrera*. Física. Universidad Nacional de Colombia. Science Instructor. Universidad de Londres.

La especialista encargada de avalar este texto desde la equidad de género y de su adecuación a la diversidad cultural fue *Doris Gilma Rincón Perilla*. Psicóloga. Corporación Universitaria Iberoamericana.

Las pruebas de campo del texto fueron realizadas por el Departamento de Investigación de Editorial Santillana, bajo la dirección de *Ximena Galvis Ortiz*.

Se han hecho todos los esfuerzos para ubicar a los propietarios de los derechos de autor. Sin embargo, si es necesario hacer alguna rectificación, la editorial está dispuesta a hacer los arreglos necesarios.

### Equipo gráfico y técnico

Iván Merchán Rodríguez. *Coordinador creativo/Diseñador del modelo gráfico y carátulas*  
Mauricio García Duque. *Coordinador de contenidos digitales*  
Martha Jeanet Pulido Delgado, Orlando Bermúdez Rodríguez. *Correctores de estilo*  
Alveiro Javier Bueno Aguirre. *Coordinador de soporte técnico*  
Luis Nelson Colmenares Barragán. *Documentalista gráfico y operador de escáner*  
Claudia Marcela Jaime Tapia, Anacelia Blanco Suárez, Lady Midlennis Sánchez Yopazá. *Documentalistas*  
Sandra Patricia Acosta Tovar, Hugo Armando Castrillón Toro, César Alfonso Murillo Díaz. *Diagramadores*  
Diomedes Guilombo Ramírez, Francisco Sánchez, Danilo Ramírez Parra, Jhon Jairo Barinas. *Ilustradores*  
Gustavo Rodríguez, Juan Giraldo, Claudia Marcela Jaime Tapia. *Fotógrafos*  
Getty images, Repositorio Santillana, Corel Professional Photos, Images provided by Photodisc, Inc., Corbis Images, Archivo Santillana, Furita S.L., Novosti, Agencia García Pelayo, S.L., Thinkstock. *Fotografía*  
Francisco Rey González. *Director de producción*

© 2011 EDITORIAL SANTILLANA S.A.

Calle 80 No. 9-69  
Bogotá, Colombia.

ISBN 978-958-24-1598-3 Obra completa  
ISBN 978-958-24-1599-0 Edición para el estudiante  
ISBN 978-958-24-1600-3 Edición para el docente

Este libro está elaborado de acuerdo con las normas ICONTEC NTC-4724 y NTC-4725 para textos escolares.

Depósito legal en trámite.

Impreso en Colombia por

Prohibida la reproducción total o parcial, el registro o la transmisión por cualquier medio de recuperación de información, sin permiso previo por escrito de la Editorial.



## ¿Cómo está organizado tu hipertexto?

Tu *Hipertexto Física 1* está compuesto por ocho unidades y los contenidos están organizados de acuerdo con los componentes de Física.

### ❖ Páginas iniciales

Al comienzo de cada unidad encontrarás una doble página de apertura con los temas que vas a trabajar, una lectura relacionada con los contenidos y algunas preguntas sobre ella.

Presenta los temas que vas a trabajar en la unidad.



#### Para pensar...

Texto breve de divulgación científica que se relaciona con el tema de la unidad y recoge algunos de los aspectos más importantes que vas a estudiar.

#### Para responder...

Las preguntas de esta sección te permitirán fortalecer tu capacidad de interpretar textos relacionados con Física.

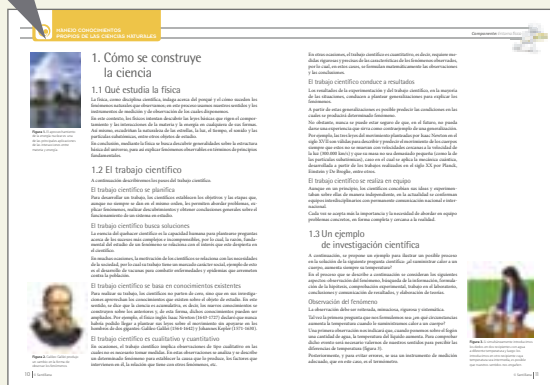
### ❖ Páginas de contenido

En las páginas de contenido encontrarás las ideas fundamentales del tema con ejemplos resueltos, que explican el procedimiento que se debe realizar paso a paso.

ME APROXIMO AL CONOCIMIENTO COMO CIENTÍFICO NATURAL

Te indica el tipo de estándar o estándares que vas a trabajar en la unidad.

ME APROXIMO AL CONOCIMIENTO COMO CIENTÍFICO NATURAL



En las páginas de contenido también vas a encontrar estas señales:

**EJERCICIO**  
Son preguntas acerca de la teoría o ejercicios que surgen a partir de ella.

**HERRAMIENTA MATEMÁTICA**  
Son apuntes matemáticos que te ayudarán a comprender mejor los contenidos.



**Además tu hipertexto contiene:**

Actividades con ejercicios enfocados a desarrollar competencias.

**Actividades**

1. Enuncia las siguientes magnitudes físicas y sus unidades de medida en el Sistema Internacional (SI). Clasifícalas como escalares o vectoriales. ¿Qué unidades de medida tienen? ¿Qué unidades de medida tienen en el SI?

2. Un automóvil que circula a 100 km/h, ¿cuánto tarda en recorrer 100 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 200 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 300 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 400 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 500 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 600 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 700 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 800 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 900 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 1000 km?

3. Un avión que vuela a 1000 km/h, ¿cuánto tarda en recorrer 1000 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 2000 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 3000 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 4000 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 5000 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 6000 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 7000 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 8000 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 9000 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 10000 km?

4. Un coche que circula a 100 km/h, ¿cuánto tarda en recorrer 100 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 200 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 300 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 400 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 500 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 600 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 700 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 800 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 900 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 1000 km?

5. Un coche que circula a 100 km/h, ¿cuánto tarda en recorrer 100 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 200 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 300 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 400 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 500 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 600 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 700 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 800 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 900 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 1000 km?

**Actividades**

1. Enuncia las siguientes magnitudes físicas y sus unidades de medida en el Sistema Internacional (SI). Clasifícalas como escalares o vectoriales. ¿Qué unidades de medida tienen? ¿Qué unidades de medida tienen en el SI?

2. Un automóvil que circula a 100 km/h, ¿cuánto tarda en recorrer 100 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 200 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 300 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 400 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 500 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 600 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 700 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 800 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 900 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 1000 km?

3. Un avión que vuela a 1000 km/h, ¿cuánto tarda en recorrer 1000 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 2000 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 3000 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 4000 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 5000 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 6000 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 7000 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 8000 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 9000 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 10000 km?

4. Un coche que circula a 100 km/h, ¿cuánto tarda en recorrer 100 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 200 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 300 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 400 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 500 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 600 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 700 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 800 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 900 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 1000 km?

5. Un coche que circula a 100 km/h, ¿cuánto tarda en recorrer 100 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 200 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 300 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 400 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 500 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 600 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 700 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 800 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 900 km? ¿Cuánto tarda en recorrer 1000 km?

Aquí afianzarás tus conocimientos a partir de la realización de actividades, utilizando el método "Comprender para aprender".

**Secciones especiales**

En tu Hipertexto Física 1, también encontrarás algunas secciones especiales que puedes identificar así:

**Ciencia + tecnología:** esta sección te informa sobre algunos elementos, procesos y avances tecnológicos, su funcionamiento y la manera como estos influyen en la sociedad.

**Ciencia + Tecnología**

**Puente del Estrecho de Bering**

Este puente de 110 kilómetros de longitud, que conecta Alaska y Siberia, es el más largo del mundo. Su construcción comenzó en 2011 y se espera que esté terminado en 2023. El puente tendrá una longitud total de 110 kilómetros, de los cuales 85 kilómetros serán de tierra firme y 25 kilómetros serán puentes suspendidos. El puente tendrá una anchura de 24 metros y una altura de 150 metros. El puente tendrá una longitud total de 110 kilómetros, de los cuales 85 kilómetros serán de tierra firme y 25 kilómetros serán puentes suspendidos. El puente tendrá una anchura de 24 metros y una altura de 150 metros.

**Ciencia + Tecnología**

**La extracción de petróleo**

La extracción de petróleo es un proceso que implica la explotación de yacimientos de petróleo en el subsuelo. Este proceso se realiza mediante la perforación de pozos y la extracción del petróleo mediante bombas. El petróleo extraído se transporta a través de tuberías y se refina en refinerías para producir combustibles y otros productos derivados del petróleo. La extracción de petróleo es un proceso que implica la explotación de yacimientos de petróleo en el subsuelo. Este proceso se realiza mediante la perforación de pozos y la extracción del petróleo mediante bombas. El petróleo extraído se transporta a través de tuberías y se refina en refinerías para producir combustibles y otros productos derivados del petróleo.

**Prácticas de laboratorio:** a través de estas prácticas podrás comprobar algunos fenómenos científicos y aplicar conceptos tratados en cada unidad, para aproximarte al conocimiento como científico natural.

**FÍSICA**

**Movimiento rectilíneo uniforme**

El movimiento rectilíneo uniforme (MRU) es un tipo de movimiento en el que un objeto se mueve en línea recta con una velocidad constante. Este movimiento se caracteriza por tener una aceleración nula. El MRU es un tipo de movimiento en el que un objeto se mueve en línea recta con una velocidad constante. Este movimiento se caracteriza por tener una aceleración nula.

**Objetivos:**

- 1. Comprender el concepto de movimiento rectilíneo uniforme.
- 2. Identificar las características del MRU.
- 3. Aplicar los conceptos de velocidad y tiempo.

**Procedimiento:**

1. Se realiza el experimento con el carrito en la pista.
2. Se mide el tiempo que tarda el carrito en recorrer una distancia determinada.
3. Se repite el experimento varias veces para obtener datos más precisos.
4. Se calcula la velocidad promedio del carrito.
5. Se grafica la distancia recorrida en función del tiempo.

**Conclusiones:**

El movimiento rectilíneo uniforme es un tipo de movimiento en el que un objeto se mueve en línea recta con una velocidad constante. Este movimiento se caracteriza por tener una aceleración nula.

## Unidad 1. Introducción a la física

8

|  |    |                                     |    |
|--|----|-------------------------------------|----|
| <b>Tema 1. Cómo se construye la ciencia</b>        | 10 | 2.5 Manejo de errores               |    |
| 1.1 Qué estudia la física                          |    | <b>Tema 3. Funciones y gráficas</b> | 23 |
| 1.2 El trabajo científico                          |    | 3.1 Sistemas de coordenadas         |    |
| 1.3 Un ejemplo de investigación científica         |    | 3.2 Las variables en un experimento |    |
| <b>Tema 2. Magnitudes físicas</b>                  | 14 | 3.3 La construcción de gráficas     |    |
| 2.1 Sistemas físicos                               |    | ■ <b>Actividades</b>                | 28 |
| 2.2 Sistema internacional de unidades              |    | ■ <b>Práctica de laboratorio</b>    | 34 |
| 2.3 Cómo expresar los resultados de las mediciones |    | ■ <b>Ciencia + tecnología</b>       |    |
| 2.4 Cómo interpretar las unidades de medida        |    | Nanotecnología                      | 36 |

## Unidad 2. El movimiento en una dirección

38

|  |    |  |    |
|--|----|--|----|
| <b>Tema 1. El movimiento rectilíneo</b>            | 40 | 2.2 La caída de los cuerpos                      |    |
| 1.1 El movimiento                                  |    | 2.3 Las ecuaciones del movimiento de caída libre |    |
| 1.2 El movimiento rectilíneo uniforme              |    | ■ <b>Actividades</b>                             | 58 |
| 1.3 El movimiento rectilíneo uniformemente variado |    | ■ <b>Práctica de laboratorio</b>                 | 64 |
| <b>Tema 2. Caída libre</b>                         | 55 | ■ <b>Ciencia + tecnología</b>                    |    |
| 2.1 Cómo caen los cuerpos                          |    | El primer vehículo robótico                      | 66 |

## Unidad 3. Movimiento en el plano

68

|                                       |    |  |    |
|---------------------------------------|----|--|----|
| <b>Tema 1. Magnitudes vectoriales</b> | 70 | 1.7 Suma analítica de vectores           |    |
| 1.1 Los vectores                      |    | <b>Tema 2. Movimiento de proyectiles</b> | 78 |
| 1.2 El vector desplazamiento          |    | 2.1 El principio de inercia              |    |
| 1.3 El vector velocidad               |    | 2.2 Lanzamiento horizontal               |    |
| 1.4 Suma gráfica de vectores          |    | 2.3 Movimiento de proyectiles            |    |
| 1.5 Composición de movimientos        |    | ■ <b>Actividades</b>                     | 86 |
| 1.6 Componentes de un vector          |    | ■ <b>Práctica de laboratorio</b>         | 92 |

## Unidad 4. Las leyes de la dinámica

94

|   |     |  |     |
|---|-----|--|-----|
| <b>Tema 1. La fuerza - Primera ley de Newton</b>                      | 96  | <b>Tema 3. Acción y reacción - Tercera ley de Newton</b> | 115 |
| 1.1 Características de las fuerzas                                    |     | 3.1 La tercera ley de Newton                             |     |
| 1.2 Fuerzas fundamentales   |     | 3.2 La cantidad de movimiento lineal                     |     |
| 1.3 Medición de las fuerzas - Ley de Hooke                            |     | 3.3 Impulso mecánico                                     |     |
| 1.4 La primera ley de Newton  |     | 3.4 La conservación de la cantidad de movimiento         |     |
| 1.5 Algunas fuerzas comunes   |     | 3.5 Los sistemas de propulsión                           |     |
| <b>Tema 2. Ley fundamental de la dinámica - Segunda ley de Newton</b> | 107 | 3.6 Colisiones   |     |
| 2.1 La segunda ley de Newton  |     | ■ <b>Actividades</b>                                     | 124 |
| 2.2 El peso de los cuerpos  |     | ■ <b>Práctica de laboratorio</b>                         | 132 |
| 2.3 La fuerza de rozamiento   |     | ■ <b>Ciencia + tecnología</b>                            |     |
| 2.4 El plano inclinado  |     | El puente del estrecho de Bering                         | 134 |

## UNIDAD 5. El movimiento de rotación

136

|  |     |  |     |
|--|-----|--|-----|
| <b>Tema 1. El movimiento circular</b>      | 138 | 2.3 La gravitación universal                       |     |
| 1.1 La velocidad en el movimiento circular |     | <b>Tema 3. Rotación de sólidos</b>                 | 160 |
| 1.2 Movimiento circular uniforme           |     | 3.1 Cuerpos rígidos                                |     |
| 1.3 Aceleración centrípeta                 |     | 3.2 Torque o momento de una fuerza                 |     |
| 1.4 Fuerza centrípeta                      |     | 3.3 Condiciones de equilibrio para cuerpos rígidos |     |
| 1.5 Fuerza centrífuga                      |     | 3.4 La cantidad de movimiento angular              |     |
| 1.6 Gravedad simulada                      |     | ■ <b>Actividades</b>                               | 168 |
| 1.7 Movimiento circular variado            |     | ■ <b>Práctica de laboratorio</b>                   | 176 |
| <b>Tema 2. La mecánica celeste</b>         | 149 | ■ <b>Ciencia + tecnología</b>                      |     |
| 2.1 Desarrollo de la astronomía            |     | El gran colisionador de hadrones                   | 178 |
| 2.2 Leyes de Kepler                        |     |  |     |

## Unidad 6. La energía

180

|  |     |  |     |
|--|-----|--|-----|
| <b>Tema 1. Trabajo, potencia y energía</b>   | 182 | 2.3 Energía potencial elástica                 |     |
| 1.1 Trabajo                                  |     | 2.4 Energía en las colisiones                  |     |
| 1.2 Energía                                  |     | 2.5 La conservación de la energía              |     |
| 1.3 Potencia                                 |     | 2.6 El principio de conservación de la energía |     |
| <b>Tema 2. La conservación de la energía</b> | 195 | ■ <b>Actividades</b>                           | 202 |
| 2.1 La conservación de la energía            |     | ■ <b>Práctica de laboratorio</b>               | 208 |
| 2.2 Las fuerzas no conservativas             |     |  |     |

## Unidad 7. Mecánica de fluidos

210

|                                      |     |  |     |
|--------------------------------------|-----|--|-----|
| <b>Tema 1. Fluidos en reposo</b>     | 212 | 2.2 Ecuación de continuidad                  |     |
| 1.1 La densidad                      |     | 2.3 Ecuación de Bernoulli                    |     |
| 1.2 La presión                       |     | 2.4 Aplicaciones de la ecuación de Bernoulli |     |
| 1.3 La presión en los líquidos       |     | 2.5 Flujo sanguíneo                          |     |
| 1.4 El principio de Pascal           |     | 2.6 Viscosidad                               |     |
| 1.5 El principio de Arquímedes       |     | ■ <b>Actividades</b>                         | 232 |
| 1.6 La presión en los gases          |     | ■ <b>Práctica de laboratorio</b>             | 238 |
| 1.7 Tensión superficial              |     | ■ <b>Ciencia + tecnología</b>                |     |
| <b>Tema 2. Fluidos en movimiento</b> | 224 | Extracción de petróleo                       | 240 |
| 2.1 El movimiento de los fluidos     |     |  |     |

## Unidad 8. Termodinámica

242

|  |     |  |     |
|--|-----|--|-----|
| <b>Tema 1. Calor y temperatura</b>         | 244 | <b>Tema 3. Las leyes de la termodinámica</b> | 264 |
| 1.1 Los conceptos de calor y temperatura   |     | 3.1 La primera ley de la termodinámica       |     |
| 1.2 Calor y la variación de la temperatura |     | 3.2 Trabajo en los gases                     |     |
| 1.3 El equilibrio térmico                  |     | 3.3 Procesos termodinámicos                  |     |
| 1.4 La transmisión del calor               |     | 3.4 Proceso isotérmico                       |     |
| 1.5 La dilatación                          |     | 3.5 Las máquinas térmicas                    |     |
| <b>Tema 2. Las fases de la materia</b>     | 256 | 3.6 La entropía                              |     |
| 2.1 Punto de fusión y punto de ebullición  |     | ■ <b>Actividades</b>                         | 274 |
| 2.2 Cambios de fase                        |     | ■ <b>Práctica de laboratorio</b>             | 282 |
| 2.3 Los gases                              |     | ■ <b>Ciencia + tecnología</b>                |     |
|  |     | Superconductividad                           | 284 |

## Anexos

|                       |     |
|-----------------------|-----|
| ■ <b>Glosario</b>     | 286 |
| ■ <b>Bibliografía</b> | 287 |



# 1

## Introducción a la física

### Temas de la unidad

1. Cómo se construye la ciencia
2. Magnitudes físicas
3. Funciones y gráficas



### ? Para pensar...

En todo trabajo científico, los conceptos propios de la ciencia, los métodos utilizados para la construcción del conocimiento, las aplicaciones que tienen los descubrimientos y la forma como se comunican los resultados a la comunidad, cumplen un papel muy importante.

En las ciencias las mediciones son de especial importancia, ya que permiten tomar datos, cuantificar situaciones y hacer generalizaciones a partir de resultados experimentales; para representar dichas mediciones se requieren unidades de medida como el metro, el kilogramo y el segundo, entre otras.

Los datos obtenidos a partir de la aplicación de los conceptos o de los métodos experimentales permiten el análisis de variables, para lo cual las matemáticas son el lenguaje conveniente hacia una apropiada comprensión.

A lo largo de esta unidad describiremos el trabajo en ciencias y estudiaremos algunos elementos fundamentales, que debemos tener en cuenta para expresar, representar y relacionar las medidas.

### • Para responder...

- Considera la validez de la expresión “cuando la edad aumenta, la estatura aumenta”.
- Describe un experimento que hayas realizado indicando los pasos que seguiste.
- Construye una lista de unidades de medida que utilices en la vida cotidiana.





**Figura 1.** El aprovechamiento de la energía nuclear es una de las principales aplicaciones de las interacciones entre materia y energía.

# 1. Cómo se construye la ciencia

## 1.1 Qué estudia la física

La física, como disciplina científica, indaga acerca del porqué y el cómo suceden los fenómenos naturales que observamos; en este proceso usamos nuestros sentidos y los instrumentos de medición y de observación de los cuales disponemos.

En este contexto, los físicos intentan descubrir las leyes básicas que rigen el comportamiento y las interacciones de la materia y la energía en cualquiera de sus formas. Así mismo, escudriñan la naturaleza de las estrellas, la luz, el tiempo, el sonido y las partículas subatómicas, entre otros objetos de estudio.

En conclusión, mediante la física se busca descubrir generalidades sobre la estructura básica del universo, para así explicar fenómenos observables en términos de principios fundamentales.

## 1.2 El trabajo científico

A continuación describiremos los pasos del trabajo científico.

### El trabajo científico se planifica

Para desarrollar un trabajo, los científicos establecen los objetivos y las etapas que, aunque no siempre se dan en el mismo orden, les permiten abordar problemas, explicar fenómenos, realizar descubrimientos y obtener conclusiones generales sobre el funcionamiento de un sistema en estudio.

### El trabajo científico busca soluciones

La esencia del quehacer científico es la capacidad humana para plantearse preguntas acerca de los sucesos más complejos e incomprensibles, por lo cual, la razón, fundamental del estudio de un fenómeno se relaciona con el interés que este despierta en el científico.

En muchas ocasiones, la motivación de los científicos se relaciona con las necesidades de la sociedad, por lo cual su trabajo tiene un marcado carácter social, ejemplo de esto es el desarrollo de vacunas para combatir enfermedades y epidemias que arremeten contra la población.

### El trabajo científico se basa en conocimientos existentes

Para realizar su trabajo, los científicos no parten de cero, sino que en sus investigaciones aprovechan los conocimientos que existen sobre el objeto de estudio. En este sentido, se dice que la ciencia es acumulativa, es decir, los nuevos conocimientos se construyen sobre los anteriores y, de esta forma, dichos conocimientos pueden ser ampliados. Por ejemplo, el físico inglés Isaac Newton (1643-1727) declaró que nunca habría podido llegar a plantear sus leyes sobre el movimiento sin apoyarse en los hombros de dos gigantes: Galileo Galilei (1564-1642) y Johannes Kepler (1571-1630).

### El trabajo científico es cualitativo y cuantitativo

En ocasiones, el trabajo científico implica observaciones de tipo cualitativo en las cuales no es necesario tomar medidas. En estas observaciones se analiza y se describe un determinado fenómeno para establecer la causa que lo produce, los factores que intervienen en él, la relación que tiene con otros fenómenos, etc.



**Figura 2.** Galileo Galilei produjo un cambio en la forma de observar los fenómenos.



En otras ocasiones, el trabajo científico es cuantitativo, es decir, requiere medidas rigurosas y precisas de las características de los fenómenos observados, por lo cual, en estos casos, se formulan matemáticamente las observaciones y las conclusiones.

## El trabajo científico conduce a resultados

Los resultados de la experimentación y del trabajo científico, en la mayoría de las situaciones, conducen a plantear generalizaciones para explicar los fenómenos.

A partir de estas generalizaciones es posible predecir las condiciones en las cuales se producirá determinado fenómeno.

No obstante, nunca se puede estar seguro de que, en el futuro, no pueda darse una experiencia que sirva como contraejemplo de una generalización.

Por ejemplo, las tres leyes del movimiento planteadas por Isaac Newton en el siglo XVII son válidas para describir y predecir el movimiento de los cuerpos siempre que estos no se muevan con velocidades cercanas a la velocidad de la luz (300.000 km/s) y que su masa no sea demasiado pequeña (como la de las partículas subatómicas), caso en el cual se aplica la mecánica cuántica, desarrollada a partir de los trabajos realizados en el siglo XX por Planck, Einstein y De Broglie, entre otros.

## El trabajo científico se realiza en equipo

Aunque en un principio, los científicos concebían sus ideas y experimentaban sobre ellas de manera independiente, en la actualidad se conforman equipos interdisciplinarios con permanente comunicación nacional e internacional.

Cada vez se acepta más la importancia y la necesidad de abordar en equipo problemas concretos, en forma completa y cercana a la realidad.

## 1.3 Un ejemplo de investigación científica

A continuación, se propone un ejemplo para ilustrar un posible proceso en la solución de la siguiente pregunta científica: ¿al suministrar calor a un cuerpo, aumenta siempre su temperatura?

En el proceso que se describe a continuación se consideran los siguientes aspectos: observación del fenómeno, búsqueda de la información, formulación de la hipótesis, comprobación experimental, trabajo en el laboratorio, conclusiones y comunicación de resultados, y elaboración de teorías.

### Observación del fenómeno

La observación debe ser reiterada, minuciosa, rigurosa y sistemática.

Tal vez la primera pregunta que nos formulemos sea: ¿en qué circunstancias aumenta la temperatura cuando le suministramos calor a un cuerpo?

Una primera observación nos indicará que, cuando ponemos sobre el fogón una cantidad de agua, la temperatura del líquido aumenta. Para comprobar dicho evento será necesario valernos de nuestros sentidos para percibir las diferencias de temperatura (figura 3).

Posteriormente, y para evitar errores, se usa un instrumento de medición adecuado, que en este caso, es el termómetro.



**Figura 3.** Si simultáneamente introducimos los dedos en dos recipientes con agua a diferente temperatura y luego los introducimos en otro recipiente cuya temperatura sea intermedia, es posible que nuestros sentidos nos engañen.



**Figura 4.** Un metal puede cambiar de fase cuando se somete al calor.

## Búsqueda de información

Además de la observación es necesario consultar información acerca de la pregunta planteada en fuentes de referencia como libros, enciclopedias o revistas científicas. En este tipo de fuentes se encuentra el conocimiento científico acumulado a través de la historia. Internet resulta una herramienta útil, pero es importante verificar la credibilidad de la información obtenida.

En el caso del ejemplo, la consulta que hemos considerado mostrará que los conceptos de calor y temperatura son diferentes y que, en algunos casos, la temperatura de las sustancias aumenta cuando se les suministra calor. Sin embargo, encontramos que en algunas situaciones particulares, al suministrar calor a una sustancia, la temperatura no aumenta.

Un caso en el que se verifica esta afirmación se presenta cuando la sustancia experimenta cambio de fase, es decir, cuando cambia de la fase líquida a la gaseosa o de la fase sólida a la líquida.

## Formulación de hipótesis

A partir de la observación y de la documentación, se plantea una posible explicación del fenómeno, tratando de responder preguntas como:

¿Siempre que se suministra calor a una sustancia, aumenta su temperatura? ¿En qué condiciones se suministra calor y no aumenta la temperatura?

La explicación, propuesta como hipótesis, debe ser coherente con las observaciones y teorías científicas aceptadas hasta el momento.

A partir de la hipótesis planteada, es posible especular acerca de qué pasaría si se cambia algo o qué pasaría si las condiciones fueran diferentes. En otras palabras, hacemos suposiciones y predicciones, que luego deberán ponerse a prueba a través de una serie de experimentos.

Volviendo al ejemplo, se sabe que los conceptos de calor y temperatura se relacionan, de manera que una posible causa del aumento de temperatura en una sustancia es el suministro de calor.

Podemos formular una explicación, a manera de hipótesis, en los siguientes términos:

*La temperatura de una sustancia no varía durante el tiempo en el cual la sustancia cambia de fase.*

## Comprobación experimental

Se deben confirmar las hipótesis con experimentos que reproduzcan las condiciones bajo las cuales ocurre el fenómeno estudiado. El fenómeno tendrá validez si tiene lugar en tales condiciones y se cumplen las suposiciones y predicciones que se hicieron con base en la hipótesis.

Para el caso tratado, es posible poner un recipiente con hielo sobre el fogón de una estufa para suministrarle calor. Mientras exista únicamente hielo dentro del recipiente, la temperatura permanecerá constante.

## Trabajo en el laboratorio

En el laboratorio, se crean condiciones para reproducir el fenómeno estudiado; allí es posible cuantificar las variables, tomar datos y repetir las medidas tomadas por diferentes personas.





Para nuestro problema de investigación, en el laboratorio se puede realizar el siguiente experimento:

- Se pone una cantidad de hielo dentro de un recipiente.
- Luego, se le suministra calor por medio de un mechero y se registra la temperatura cada dos minutos.
- Con los datos obtenidos, se construye una tabla de valores y se analizan los registros.

Se podrá observar que, mientras exista hielo en el recipiente, la temperatura no variará.

- El paso siguiente sería explicar lo observado en los siguientes términos: cuando las sustancias experimentan un cambio de fase mediante suministro de calor, la temperatura no varía.

En realidad, el calor absorbido por la sustancia durante el cambio de fase se manifiesta en energía que aumenta la velocidad promedio de las moléculas.

## Conclusiones y comunicación de resultados

Las conclusiones que se obtienen después del trabajo experimental pueden ser de dos tipos: empíricas o deductivas. En el primer caso, las conclusiones se basan en la experimentación, mientras que en el caso de las deductivas, se parte de premisas que han sido comprobadas anteriormente, para deducir otras de manera lógica. Toda conclusión debe ser divulgada a la comunidad.

## Elaboración de teorías

En palabras del filósofo alemán Goethe:

*Toda contemplación se convierte en observación, toda observación conduce a una conjetura, toda conjetura conduce al establecimiento de un enlace importante y se puede decir que cada vez que nosotros examinamos con atención el mundo, postulamos una teoría.*

Las palabras anteriores, que pueden considerarse como una guía del trabajo científico, sitúan la observación como una contemplación que genera conocimiento sobre un fenómeno. A partir de la misma, surgen hipótesis y suposiciones que conducen a una primera aproximación del conocimiento.

Las leyes son hipótesis comprobadas que permiten explicar algunos fenómenos y hacer predicciones acerca de los mismos. Deben ser generales y, con frecuencia, requieren el uso de las matemáticas.

Las teorías son sistemas de leyes que, relacionadas entre sí en forma coherente, permiten explicar fenómenos. Las teorías científicas, como lo hemos indicado, tienen validez hasta que se muestran limitaciones para explicar determinados fenómenos o hasta que un nuevo descubrimiento las contradice.

De acuerdo con las limitaciones de una teoría, se puede establecer el campo de aplicación, es decir, se indican los problemas en los que dicha teoría es o no suficiente.

La pregunta planteada con respecto al aumento de la temperatura quedó resuelta al comprobar la hipótesis formulada que establece que, durante los cambios de fase, el suministro de calor no produce cambios de temperatura.



Figura 5. Montaje de laboratorio para la medida de la temperatura del agua expuesta al calor.



**Figura 6.** El sistema Tierra-Luna es un ejemplo de sistema físico.

## 2. Magnitudes físicas

### 2.1 Sistemas físicos

Nuestra realidad objetiva es muy compleja y presenta una gran cantidad de propiedades para ser estudiadas; por ejemplo, si observamos una piedra, notamos que su conformación no es sencilla, ya que presenta un gran número de elementos químicos en su composición interna, seguramente con imperfecciones en su estructura cristalina; sin embargo, cuando se usa en el estudio de la caída de los cuerpos, estas propiedades son despreciables en relación con la posición de la piedra en cada instante de tiempo.

Para que el estudio de un sistema físico resulte útil para la interpretación de la realidad, se hace una observación de él. En esta interpretación se usan sólo las propiedades relevantes de los objetos que están relacionadas con el fenómeno físico que se va a estudiar. Como conclusión, podemos decir que el estudio de un sistema físico nos ayuda a comprender la realidad y en ese sentido, es una aproximación a ella.

Son ejemplos de sistemas físicos una estrella, un haz luminoso, un átomo de un elemento, un resorte, el sistema Tierra-Luna o un circuito eléctrico, entre otros. Así, por ejemplo, si consideramos el sistema físico formado por un recipiente que contiene agua, la influencia de la temperatura del medio que lo rodea puede provocar que el agua hierva o que, por el contrario, se congele.

### 2.2 Magnitudes físicas

Para la descripción del sistema físico es imprescindible la medición, ya que permite establecer relaciones cuantitativas entre las diversas variables que intervienen en su comportamiento.

Las propiedades que caracterizan a los cuerpos o a los fenómenos naturales y que son susceptibles de ser medidas, reciben el nombre de magnitudes físicas. Así, la longitud, la masa, la velocidad, el tiempo y la temperatura, entre otras, son ejemplos de magnitudes físicas.

Otras propiedades, como el olor, el sabor, la bondad, la belleza, no son magnitudes físicas, ya que no se pueden medir.

Existen magnitudes físicas que son independientes de las demás y reciben el nombre de magnitudes fundamentales; entre ellas mencionamos la longitud, la masa y el tiempo.

Algunas magnitudes se definen a partir de las magnitudes fundamentales y reciben el nombre de magnitudes derivadas. Por ejemplo, la medida de la velocidad de un objeto se obtiene a partir de la longitud y el tiempo, por lo tanto, la velocidad es una magnitud derivada.

#### 2.2.1 Medición de las magnitudes físicas

Al medir, se compara una magnitud física con una cantidad conocida que se toma como patrón. Este patrón se denomina unidad.

Resulta habitual que las magnitudes físicas se midan utilizando instrumentos calibrados; así, la masa de un cuerpo se puede medir en una balanza de platillos, comparándola con la de otros cuerpos de masa conocida (figura 7).



**Figura 7.** Balanza de platillos, mide la masa comparándola con la de otros cuerpos de masa conocida.



## EJERCICIO

La capacidad del disco duro de un computador se expresa en gigabytes (GB), sin embargo, hoy se consiguen discos de 1 terabyte o más (TB). ¿A cuántos GB equivale un TB?

El resultado de la medición de una magnitud se expresa mediante un número y una unidad. Por ejemplo, si se mide la altura ( $l$ ) de una persona y se toma como unidad el metro (m), el resultado debe expresarse de esta manera:  $l = 1,80 \text{ m}$ , donde el número 1,80 indica cuántas unidades (metros en este caso) están contenidas en la magnitud medida (la altura de la persona). Decir únicamente que la altura de la persona es 1,80 no tendría significado, ya que podría tratarse de 1,80 centímetros, 1,80 milímetros, etc.

## 2.2.2 Sistema internacional de unidades

Las mediciones confiables y exactas exigen unidades inalterables que los observadores puedan reproducir en distintos lugares. Por tal razón, en virtud de un acuerdo firmado en 1960, se estableció que en la mayor parte del mundo se utilizaría un sistema de unidades para científicos e ingenieros, denominado Sistema Internacional de Unidades (SI). Estos acuerdos son resultado del trabajo de la llamada Conferencia General de Pesos y Medidas, organización internacional con representación en la mayoría de países.

En la tabla 1.1 se muestran las unidades básicas del SI y nos referiremos a cada una de ellas a medida que avancemos en nuestro estudio de la física.

Tabla 1.1

| Magnitud                | Unidad    | Símbolo |
|-------------------------|-----------|---------|
| Longitud                | metro     | m       |
| Masa                    | kilogramo | kg      |
| Tiempo                  | segundo   | s       |
| Intensidad de corriente | amperio   | A       |
| Temperatura             | kelvin    | K       |
| Cantidad de sustancia   | mol       | mol     |
| Intensidad luminosa     | candela   | cd      |

En la tabla 1.2, se indican algunos prefijos utilizados para las unidades del Sistema Internacional y el factor por el que se debe multiplicar cuando se utiliza cada uno de ellos. Por ejemplo, 3 kg equivalen a  $3 \cdot 10^3 \text{ g}$ , lo que es igual a 3.000 g. También,  $5 \mu\text{m}$  equivalen a  $5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ , es decir, 0,000005 m.

Tabla 1.2

| Múltiplos |         |           | Submúltiplos |         |            |
|-----------|---------|-----------|--------------|---------|------------|
| Prefijo   | Símbolo | Factor    | Prefijo      | Símbolo | Factor     |
| exa       | E       | $10^{18}$ | deci         | d       | $10^{-1}$  |
| peta      | P       | $10^{15}$ | centi        | c       | $10^{-2}$  |
| tera      | T       | $10^{12}$ | mili         | m       | $10^{-3}$  |
| giga      | G       | $10^9$    | micro        | $\mu$   | $10^{-6}$  |
| mega      | M       | $10^6$    | nano         | n       | $10^{-9}$  |
| kilo      | k       | $10^3$    | pico         | p       | $10^{-12}$ |
| hecto     | h       | $10^2$    | femto        | f       | $10^{-15}$ |
| deca      | D       | 10        | atto         | a       | $10^{-18}$ |

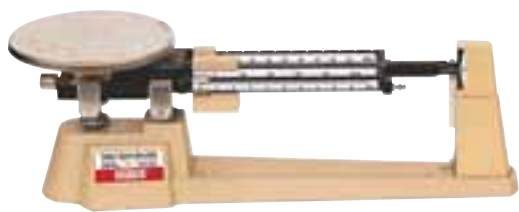


Figura 8. La masa de los objetos se mide con la balanza.

A continuación, nos referimos a tres magnitudes fundamentales: la longitud, la masa y el tiempo.

Es importante tener presente que las unidades de las magnitudes fundamentales han sido escogidas de manera arbitraria por la comunidad científica, teniendo en cuenta algunas condiciones de comodidad, reproducibilidad, accesibilidad y universalidad.

## La longitud

La unidad básica de longitud en el Sistema Internacional es el metro (m). Durante mucho tiempo se tomó como definición internacional de metro la distancia existente entre dos marcas hechas en una barra de platino e iridio (distancia denominada metro patrón) que se conserva en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas de Sèvres (París). Definir de esta manera el metro no es preciso, ya que cualquier material, aun el platino y el iridio, está sometido a dilataciones y contracciones por efecto de la temperatura.

A partir de 1982, las unidades fundamentales del Sistema Internacional se definen en función de constantes totalmente invariables. En particular, el metro se define así:

### Definición

*Un metro es la distancia que recorre la luz en el vacío en un tiempo de  $1/299.972,458$  de segundo.*

Aunque el metro es la unidad básica de longitud en el Sistema Internacional, se utilizan los múltiplos y los submúltiplos del metro para expresar algunas distancias. En ocasiones, si las distancias son muy grandes se emplea el año luz, el cual es equivalente a la distancia que recorre la luz en un año.

## La masa

La unidad básica de masa en el Sistema Internacional es el kilogramo (kg). El kilogramo fue definido desde 1889 como la masa de un bloque de platino e iridio, denominado kilogramo patrón, que se conserva en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas de Sèvres.

Aunque la unidad en el Sistema Internacional es el kilogramo, la masa se expresa con otras unidades, como los múltiplos y submúltiplos del gramo. Por ejemplo, la cantidad de alguna sustancia contenida en un medicamento se expresa en miligramos (mg).

## El tiempo

La unidad de tiempo en el Sistema Internacional es el segundo (s).

Desde 1889 a 1967, el segundo fue definido como la fracción  $1/86.400$  del día solar medio, pero, como la duración del día experimenta variaciones, la definición actual es la siguiente:

### Definición

*Un segundo es la duración que tienen  $9.192.631.770$  períodos de una determinada radiación de cesio-133.*



Otras unidades de tiempo diferentes al segundo se utilizan de acuerdo con los períodos de tiempo que se quieran determinar. Por ejemplo, para referirse al tiempo que emplea un planeta de nuestro sistema solar en dar una vuelta alrededor del Sol, se utilizan los años o los días, pero para medir el tiempo que tarda una de las alas de un insecto en su ir y venir, se utilizan los milisegundos (ms).

Tabla 1.3

| Magnitud | Unidad  | Símbolo |
|----------|---------|---------|
| Longitud | pie     | p       |
| Tiempo   | segundo | s       |
| Masa     | slug    | slug    |

### 2.2.3 Sistema británico de unidades

Aunque a lo largo del texto utilizaremos con mayor frecuencia las unidades del Sistema Internacional, cabe mencionar que existen otros sistemas de unidades. Uno de ellos es el sistema británico de unidades, que se usa habitualmente en los Estados Unidos.

El pie (p) es la unidad de longitud en este sistema y equivale a 30,48 centímetros. Otras unidades comunes de longitud son: la pulgada (pul), que equivale a 2,54 centímetros y la milla (mi), que equivale a 1.609 kilómetros.

El slug es la unidad de masa y equivale a 14,59 kilogramos.

La unidad de tiempo en el sistema británico, al igual que en el Sistema Internacional, es el segundo. En la tabla 1.3 se presentan las unidades en el sistema británico.

## 2.3 Cómo expresar los resultados de las mediciones

### 2.3.1 Conversión de unidades

En física, es muy común expresar algunas cantidades en diferentes unidades de medida. Por ejemplo, determinar a cuántos kilómetros equivalen 1.560 metros o a cuántos segundos equivalen 20 minutos. Preguntas como estas se resuelven mediante la conversión de unidades.

Algunas de estas conversiones sólo requieren realizar un cálculo mental; en otras ocasiones se hace necesaria la utilización de los factores de conversión, los cuales facilitan la expresión de una misma cantidad física en unidades diferentes.

Los factores de conversión se utilizan cuando se establece proporcionalidad entre las unidades. Por ejemplo, un slug equivale a 14,59 kg. En consecuencia, para convertir 30 kilogramos en  $x$  slug, escribimos la proporción:

$$\frac{1 \text{ slug}}{14,59 \text{ kg}} = \frac{x}{30 \text{ kg}}$$

$$x = \frac{30 \text{ kg} \cdot 1 \text{ slug}}{14,59 \text{ kg}} \quad \text{Al despejar } x$$

$$x = 2,06 \text{ slug} \quad \text{Al calcular}$$

La misma conversión se puede realizar de la siguiente manera:

$$30 \text{ kg} \cdot \frac{1 \text{ slug}}{14,59 \text{ kg}} = 2,06 \text{ slug}$$

A la expresión  $1 \text{ slug} = 14,59 \text{ kg}$  se le denomina factor de conversión.

En un factor de conversión se establece un cociente entre la unidad de un sistema y su equivalencia en otro sistema o en otra unidad del mismo sistema.



## \* EJEMPLOS

1. En el comercio se consiguen reglas graduadas en centímetros y en pulgadas. Determinar la medida en pulgadas de una regla de 30 cm.

**Solución:**

Como 1 pulgada equivale a 2,54 cm, la conversión que se establece es:

$$30 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ pul}}{2,54 \text{ cm}} = 11,81 \text{ pul}$$

La longitud de una regla de 30 centímetros, expresada en pulgadas, es 11,81 pul.

2. La masa de una persona es 65 kg. ¿Cuál es su masa en slug?

**Solución:**

Se multiplica 65 kg por el factor de conversión 1 slug/14,59 kg:

$$65 \text{ kg} \cdot \frac{1 \text{ slug}}{14,59 \text{ kg}} = 4,46 \text{ slug}$$

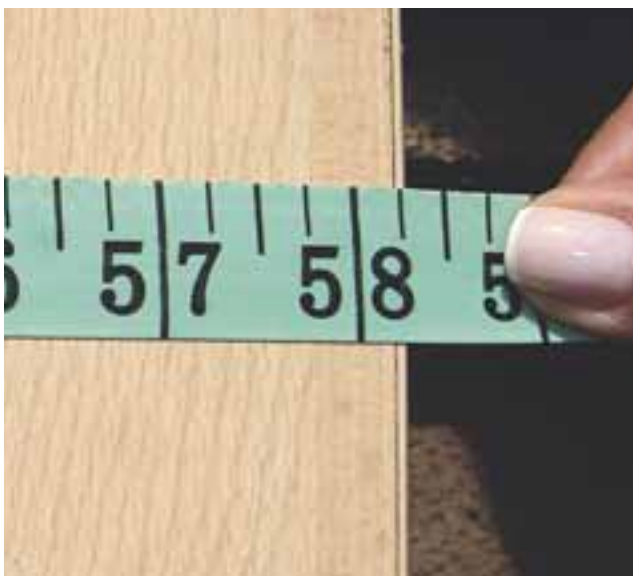
Por tanto, la masa de una persona de 65 kg es 4,46 slug.

### 2.3.2 Las cifras significativas

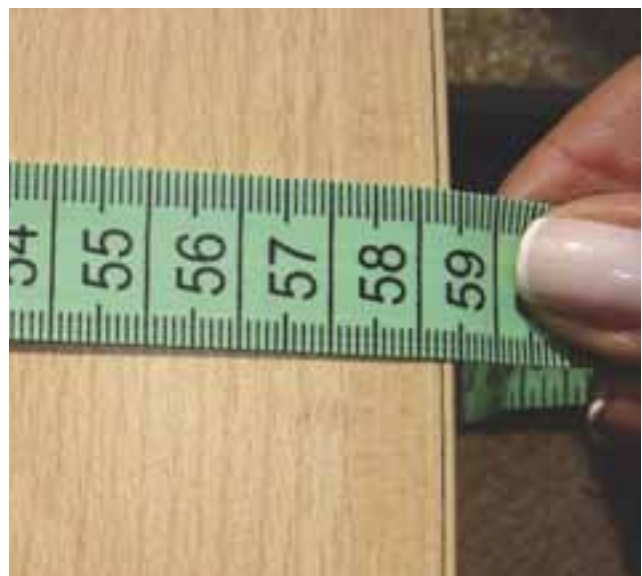
En la figura 9 se observa que, al determinar la longitud de una mesa con una cinta métrica graduada en centímetros, se puede afirmar que dicha longitud es de 58,3 cm; al hacer esta medición estamos seguros de las cifras 5 y 8, pero la cifra 3 es dudosa.

Ahora, al observar la figura 10, si la medida se realiza con una cinta métrica graduada en milímetros, se puede afirmar que la medición es, por ejemplo 583,5 mm, donde las cifras seguras son el 5, el 8 y el 3, pero la cifra dudosa es el 5.

A las cifras seguras y a la primera cifra dudosa obtenida en una medición se les denomina cifras significativas. En el primer caso, decimos que la medición tiene tres cifras significativas; mientras que en el segundo, decimos que tiene cuatro cifras significativas.



**Figura 9.** Si la medida que expresamos en este caso es 58,3 cm, el 3 es dudoso.



**Figura 10.** Si la medida que expresamos en este caso es 583,5 mm, el 5 es dudoso.





## \* EJEMPLOS

1. El radio de la base de un cilindro de aluminio mide 1,25 cm y su altura mide 4,63 cm. Cuando se pone en el platillo de una balanza, se registra una masa de 61,3 g. Determinar la densidad del aluminio si se sabe que esta se calcula como el cociente entre la masa y el volumen.

### Solución:

Para calcular el volumen de un cilindro consideramos algunos conceptos geométricos.

$$V = \pi r^2 h$$

$$V = 3,14 \cdot (1,25 \text{ cm})^2 \cdot 4,63 \text{ cm} \quad \text{Al reemplazar}$$

$$V = 22,7 \text{ cm}^3$$

Aunque el resultado obtenido con la calculadora es 22,7159375, lo redondeamos a 22,7 puesto que, tanto en el radio como en la altura, se utilizaron tres cifras significativas y el resultado no debe expresarse con un número de cifras mayor que ellas.

Ahora, la densidad se expresa mediante la expresión:

$$\text{densidad} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}}$$

$$\text{densidad} = \frac{61,3 \text{ g}}{22,7 \text{ cm}^3} = 2,70 \text{ g/cm}^3 \quad \text{Al reemplazar y calcular}$$

Por tanto, la densidad del aluminio es 2,70 gramos por centímetro cúbico.

2. El radio de una esfera de hierro mide 1,15 cm y la densidad del hierro es 7,80 g/cm<sup>3</sup>. Determinar la masa de la esfera, teniendo en cuenta el número de cifras significativas.

### Solución:

El volumen de una esfera se expresa como:

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$$

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot (1,15 \text{ cm})^3 = 6,37 \text{ cm}^3 \quad \text{Al reemplazar y calcular}$$

Ahora, la masa se expresa mediante la expresión:

$$\text{masa} = \text{densidad} \cdot \text{volumen}$$

$$\text{masa} = 7,80 \text{ g/cm}^3 \cdot 6,37 \text{ cm}^3 = 49,7 \text{ g} \quad \text{Al reemplazar y calcular}$$

La masa de la esfera es 49,7 g. Este resultado tiene tres cifras significativas.

## EJERCICIO

El largo de una placa rectangular es 3,25 cm y el ancho 1,50 cm. Calcula el área de la placa teniendo en cuenta las cifras significativas.

## 2.3.3 La notación científica

Como resultado de los cálculos científicos, a veces aparecen magnitudes físicas que toman valores muy grandes o por el contrario, surgen valores de medidas que, al ser comparadas con la unidad patrón, toman un valor muy pequeño. Para expresar el valor numérico de dichas magnitudes se utiliza la notación científica. En el manejo de la notación científica se emplean las cifras significativas y las potencias de 10.



Para escribir una cantidad utilizando la notación científica, se ubican las cifras significativas con una parte entera (comprendida entre 1 y 9) y otra parte decimal, multiplicada por la correspondiente potencia de 10. Por ejemplo, la masa de un electrón es  $9,1 \cdot 10^{-31}$  kg, mientras que la masa de la Tierra es  $6,0 \cdot 10^{24}$  kg. Por medio de la notación científica se pueden comparar los valores que toma una magnitud física en forma sencilla.

### \* EJEMPLO

**El planeta Tierra se encuentra ubicado en la galaxia conocida como la Vía Láctea. El Sol se encuentra a 30.000 años luz del centro de la Vía Láctea. Determinar esta distancia en metros.**

#### Solución:

Un año luz es la distancia que recorre la luz en un año. La luz recorre 300.000.000 metros en un segundo, es decir, recorre  $3,0 \cdot 10^8$  metros en un segundo. Como un año equivale a 31.536.000 segundos, tenemos que:

1 año luz = velocidad de la luz  $\cdot$  un año

1 año luz =  $(3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}) \cdot (31.536.000 \text{ s})$  *Al remplazar*

1 año luz =  $9,5 \cdot 10^{15} \text{ m}$  *Al calcular*

Por tanto, 30.000 años luz equivalen a  $(3 \cdot 10^4 \text{ años luz}) (9,5 \cdot 10^{15} \text{ m}) = 2,8 \cdot 10^{20} \text{ m}$

La distancia que separa el Sol del centro de la Vía Láctea es  $2,8 \cdot 10^{20} \text{ m}$ , correspondiente al número 280.000.000.000.000.000.



## 2.4 Cómo interpretar las unidades de medida

En el estudio de las ciencias es importante dar significado a las unidades. La densidad del aluminio es  $2,70 \text{ g/cm}^3$ . Este dato permite concluir que la masa de cada  $\text{cm}^3$  de aluminio es 2,70 g.

En este caso, la unidad  $\text{g/cm}^3$  se interpreta de la siguiente manera: si la densidad del aluminio es  $2,70 \text{ g/cm}^3$ , se tiene que la masa de cada  $\text{cm}^3$  de aluminio es 2,70 g.

En conclusión, podemos afirmar que la densidad es una magnitud derivada, puesto que para su definición, se utilizan las magnitudes masa y volumen, siendo el volumen una magnitud derivada de la longitud.

### \* EJEMPLO

**El sonido viaja en el aire a una velocidad de 340 m/s, ¿cómo se podría interpretar este resultado?**

#### Solución:

Si la velocidad del sonido es 340 m/s, podemos interpretar que 1 s después de generarse un sonido, este se ha propagado 340 m a partir del sitio en el cual se produjo. Por lo tanto, la velocidad es una magnitud derivada, puesto que para su definición, se consideran las magnitudes fundamentales longitud y tiempo.





## 2.5 Manejo de errores

Al realizar una medición es imposible evitar cierto grado de incertidumbre, pues es probable que en el procedimiento se generen errores experimentales, ya sean humanos, por variaciones del medio o por una calibración incorrecta de los instrumentos utilizados. Al medir se pueden presentar dos clases de errores que no son atribuidos al experimentador: sistemáticos o aleatorios.

Los errores sistemáticos se producen por limitaciones del equipo utilizado o por deficiencias en el diseño experimental. Suele suceder que se presente este tipo de errores cuando se repite el experimento exactamente de la misma manera.

Por ejemplo, la medida de una determinada intensidad de corriente es 2,5 A; si el fabricante del amperímetro advierte que toda medición tiene un error de  $\pm 0,05$  A, el resultado se debe expresar como  $2,5 \text{ A} \pm 0,05 \text{ A}$ .

Los errores aleatorios se originan por causas que no se pueden controlar en cada medida. Por ejemplo, si diferentes personas midieran el espesor de un libro con una regla graduada en milímetros, obtendrían diferentes valores, ya que la apreciación de la última cifra significativa podría ser distinta.

Nos referimos a la precisión de una medición cuando al repetirse dicha medición varias veces, existe concordancia entre los valores obtenidos. Cuando en la repetición de la medida la variación entre los valores obtenidos aumenta, a esta se le atribuye una menor precisión.

Por otra parte, mencionamos la exactitud de una medida al expresar la proximidad de esta con determinado valor de referencia, relacionando la cercanía del valor medido al valor conocido.

Por ejemplo, cuando se determina experimentalmente la densidad del aluminio, el valor obtenido tendrá mayor exactitud cuanto más se aproxime a  $2,70 \text{ g/cm}^3$ .

A partir de la diferencia entre el valor obtenido en la medición y el valor de referencia, se definen dos tipos de errores: el absoluto y el relativo.

**Error absoluto:** es el valor absoluto de la diferencia entre el valor obtenido en una medición y el valor que se toma como referencia.

$$\text{Error absoluto} = |\text{Valor obtenido} - \text{Valor de referencia}|$$

**Error relativo:** es el cociente entre el error absoluto y el valor que se toma como referencia de la medida.

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Valor obtenido} - \text{Valor de referencia}}{\text{Valor de referencia}}$$

Como hemos dicho, se obtiene una medida más precisa de una magnitud cuando se realizan varias mediciones; sin embargo, es posible que en cada medición se obtenga una diferencia con respecto al valor esperado o valor de referencia. Por esta razón, es conveniente calcular el error en que se incurre en un conjunto de varias mediciones.

La estadística nos permite calcular el valor promedio de los valores obtenidos en una serie de mediciones mediante el cálculo de la media aritmética.

### EJERCICIO

Al determinar la medida de la masa de un objeto se obtiene 308 g, sin embargo, las especificaciones originales indican que la masa es 300 g. Calcula el error absoluto y el error relativo de la medición.



Si una medida se realiza ocho veces y se obtienen los valores  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$  y  $x_8$ , el valor promedio se obtiene mediante la expresión:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8}{8}$$

Por otra parte, es importante establecer qué tanto se alejan los datos tomados con respecto al promedio. Para ello, se calcula la desviación media, la cual se determina mediante la siguiente expresión

$$DM = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

El resultado de la medición se expresa como

$$x \pm DM$$

Se acostumbra a determinar el error relativo como

$$\text{Error relativo} = \frac{DM}{\bar{x}}$$

Es usual expresar el error relativo en términos de porcentaje.

## \* EJEMPLO

El diámetro de un disco se mide cinco veces con una regla graduada en milímetros, y se obtienen los siguientes resultados: 12,2 mm; 12,1 mm; 12,3 mm; 12,0 mm; 12,2 mm.

- Determinar el valor promedio de los datos.
- Determinar la desviación media.
- Expresar el resultado de la medición y el error relativo.

### Solución:

- El valor promedio se calcula así:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{12,2 + 12,1 + 12,3 + 12,0 + 12,2}{5}$$

$$\bar{x} = 12,2$$

*Al reemplazar, calcular y aproximar*

- La desviación media se calcula a partir de:

$$DM = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + |x_3 - \bar{x}| + |x_4 - \bar{x}| + |x_5 - \bar{x}|}{5}$$

$$DM = \frac{|12,2 - 12,2| + |12,1 - 12,2| + |12,3 - 12,2| + |12,0 - 12,2| + |12,2 - 12,2|}{5}$$

$$DM = 0,1$$

*Al reemplazar y calcular*

- La medida del diámetro se expresa como  $12,2 \pm 0,1$  y el error relativo es

$$\text{Error relativo} = \frac{DM}{\bar{x}} = \frac{0,1}{12,2} = 0,008$$

El error relativo 0,008 se expresa en términos de porcentaje como  $\frac{0,1}{12,2} \cdot 100\% = 0,8\%$

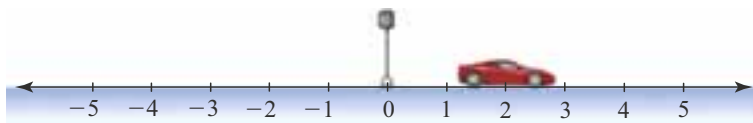


# 3. Funciones y gráficas

## 3.1 Sistemas coordenados

En la mayoría de estudios es necesario efectuar medidas relacionadas con factores que intervienen en un fenómeno. Los datos que se obtienen de mediciones, en lo posible, se presentan por medio de representaciones gráficas que pueden ser en una dimensión, en dos dimensiones o en tres dimensiones.

- En una dimensión se representan los valores de una variable sobre la recta de los números reales. Por ejemplo, la posición de un objeto que se mueve en línea recta se puede representar sobre una recta, como se muestra en la siguiente figura:



- En dos dimensiones se utiliza el plano cartesiano (figura 11), en el que a cada punto le corresponde una pareja ordenada. Este tipo de representación es muy útil para analizar los datos obtenidos en un experimento o para relacionar variables.
- En tres dimensiones se representan puntos en el espacio, lo cual se realiza por medio de un sistema de tres ejes coordenados, perpendiculares entre sí, llamados eje  $x$ , eje  $y$  y eje  $z$ . En este caso, a cada punto del espacio le corresponde una terna  $(x, y, z)$ , como se muestra en la figura 12.

Este tipo de representación es útil, por ejemplo, para describir el movimiento de un objeto que se mueve en el espacio; se utilizan los tres ejes coordenados.

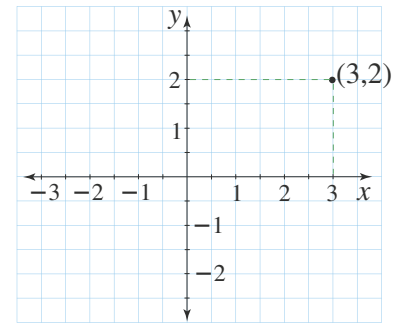


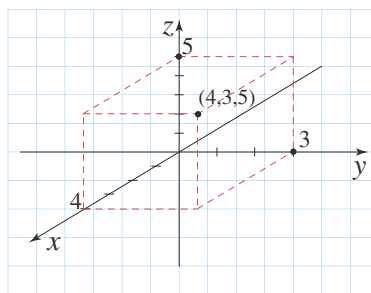
Figura 11. En el plano cartesiano a cada punto le corresponde un par ordenado.

### \* EJEMPLO

**Representar gráficamente en el espacio el punto  $(4, 3, 5)$ .**

**Solución:**

Para representar el punto  $(4, 3, 5)$  se ubica sobre el eje  $x$  el punto cuya coordenada es 4, y sobre el eje  $y$  el punto cuya coordenada es 3. Se trazan segmentos paralelos a los ejes  $x$  y  $y$ . Luego, se traza un segmento paralelo al eje  $z$  de longitud 5 unidades.



## 3.2 Las variables en un experimento

En un experimento influyen muchos factores. A estos factores se les conoce con el nombre de variables. Una vez identificadas las variables que intervienen en el transcurso de un experimento, se clasifican en variables que se mantienen constantes mientras que otras toman diferentes valores. A una variable cuyos valores dependen de los valores que toma la otra variable se le llama **variable dependiente** y a la otra variable se le llama **variable independiente**.

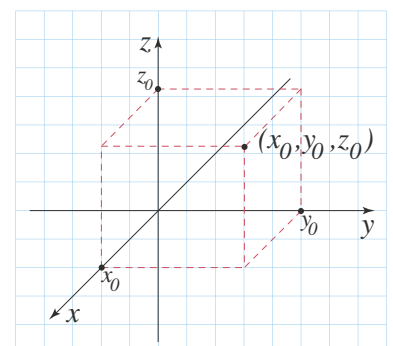
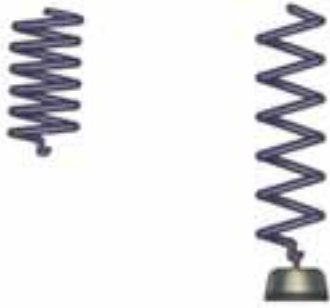


Figura 12. En la representación gráfica de tres dimensiones se representan puntos en el espacio.



**Figura 13.** Es posible encontrar la relación matemática entre la masa del objeto que se cuelga y el alargamiento producido en el resorte.

Para ilustrar la manera como se realiza un tratamiento de datos, consideremos el estudio del alargamiento de un resorte cuando se suspenden pesas en su extremo (figura 13). En este caso, la longitud de alargamiento del resorte ( $A$ ), es la variable dependiente, la masa ( $m$ ) del objeto que colgamos es la variable independiente y la elasticidad del resorte es una variable controlada que mantenemos constante, ya que se trata del mismo resorte.

En un experimento se puede tener más de una variable cuyo cambio afecta la variable dependiente. Por ejemplo, para estudiar el comportamiento del volumen de un gas, se tiene que este depende de la presión a la cual se somete y de la temperatura a la cual se encuentra. Una variación en la presión produce una variación en el volumen; así mismo, una variación en la temperatura produce una variación en el volumen.

Dadas las múltiples situaciones de la vida cotidiana en las cuales intervienen relaciones entre dos variables, resulta útil recurrir al concepto de función definido en matemáticas. Por ejemplo, para el caso del resorte, la variable alargamiento está representada en función de la variable masa, pues a cada valor de la masa que se cuelga, le corresponde un único valor del alargamiento.

Como sabemos, hay varias formas de representar funciones y es posible establecer relaciones entre las distintas formas de representación.

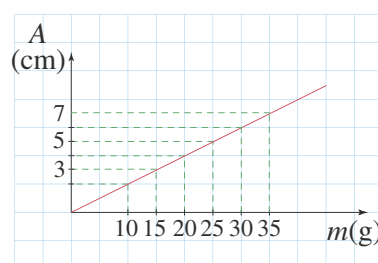
### 3.3 La construcción de gráficas

Tanto las funciones como las relaciones entre dos variables se pueden representar a partir de tablas de datos. Una tabla es un arreglo, de dos filas o dos columnas, en el cual se escriben todos o algunos valores de la variable independiente y los respectivos valores de la variable dependiente. En la siguiente tabla se presentan los valores de la masa del cuerpo colgada del resorte y su respectivo alargamiento.

|                                    |     |     |     |     |     |     |
|------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| <b>Masa del cuerpo colgado (g)</b> | 10  | 15  | 20  | 25  | 30  | 35  |
| <b>Alargamiento (cm)</b>           | 2,0 | 3,0 | 4,0 | 5,0 | 6,0 | 7,0 |

La representación gráfica de una función se construye en el plano cartesiano. Sobre el eje  $x$  se ubica el rango entre el cual están los valores dados a la variable que se considera independiente. Sobre el eje  $y$  se ubica el rango entre el cual están los valores que corresponden a la variable dependiente.

La representación gráfica de una función se obtiene al constituir en el plano cartesiano un número suficiente de parejas ordenadas. A continuación, presentamos la gráfica.



El alargamiento  $A$  del resorte depende de la masa  $m$  del cuerpo que se cuelga.



#### HERRAMIENTA MATEMÁTICA

Una función  $f$  es una regla que asigna a cada elemento  $x$  de un conjunto  $X$ , un único elemento  $y$  de un conjunto  $Y$ .

Es importante anotar que, a partir de la gráfica, se puede analizar el comportamiento de la función.



### 3.3.1 Proporcionalidad directa

#### Definición

Dos magnitudes son directamente proporcionales si la razón entre cada valor de una de ellas y el respectivo valor de la otra es igual a una constante. A la constante se le llama constante de proporcionalidad.

Si dos magnitudes,  $x$  y  $y$ , son directamente proporcionales, se cumple que:

- El cociente entre ellas siempre es constante, es decir  $\frac{y}{x} = k$ , donde  $k$  se denomina constante de proporcionalidad.
- Sus valores se relacionan mediante la expresión  $y = k \cdot x$ .

En la gráfica presentada en la página anterior podemos observar que cuanto mayor es la masa ( $m$ ) del objeto que colgamos del resorte, mayor es su alargamiento ( $A$ ). Además, al duplicar la masa, el alargamiento se duplica, al triplicar la masa, el alargamiento se triplica, y así sucesivamente. De esta manera, al dividir el alargamiento entre el respectivo valor de la masa siempre se obtiene el mismo valor.



#### HERRAMIENTA MATEMÁTICA

La pendiente de la recta que pasa por los puntos  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$  en el plano cartesiano se define como

$$\text{Pendiente} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

#### \* EJEMPLO

**Un tren avanza 40 km hacia el norte cada vez que transcurre una hora.**

- a. Elaborar una tabla de valores para la distancia recorrida en los tiempos 1, 2, 3, 4 y 5 horas.
- b. Determinar la razón entre cada distancia y su respectivo tiempo. ¿Las variables distancia y tiempo son directamente proporcionales?
- c. Realizar la gráfica que representa los valores de las variables.

**Solución:**

- a. El tiempo y la distancia que recorre se representan en la siguiente tabla.

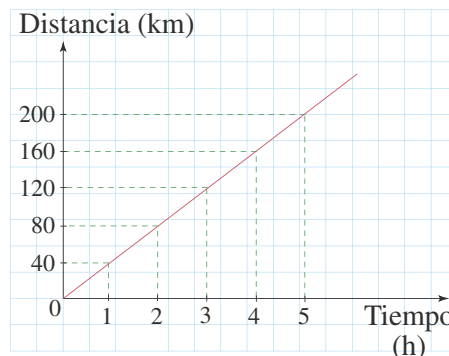
|                               |    |    |     |     |     |
|-------------------------------|----|----|-----|-----|-----|
| <b>Tiempo (horas)</b>         | 1  | 2  | 3   | 4   | 5   |
| <b>Distancia (kilómetros)</b> | 40 | 80 | 120 | 160 | 200 |

- b. La razón entre cada valor de la distancia y su respectivo valor del tiempo se obtiene así:

$$\frac{40}{1} = 40, \frac{80}{2} = 40, \frac{120}{3} = 40, \frac{160}{4} = 40 \text{ y } \frac{200}{5} = 40$$

Las magnitudes distancia recorrida y tiempo son directamente proporcionales, porque la razón entre sus respectivos valores es constante e igual a 40. Es decir, la constante de proporcionalidad es 40 km/h.

- c. En la figura se puede observar la representación gráfica de la función que relaciona las variables distancia y tiempo.



Al representar, en el plano cartesiano, dos magnitudes directamente proporcionales se obtiene una recta que pasa por el origen. El valor de la pendiente de esta recta corresponde a la constante de proporcionalidad.



En el ejemplo del tren de la página anterior, los valores de la distancia recorrida y el tiempo se pueden relacionar mediante la expresión  $d = 40t$ . Observemos que la pendiente de la recta es

$$\text{Pendiente} = \frac{200 \text{ m} - 0 \text{ m}}{5 \text{ h} - 0 \text{ h}} = 40 \text{ m/h}$$

### 3.3.2 Proporcionalidad inversa

#### Definición

*Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando el producto de cada valor de una magnitud por el respectivo valor de la otra es igual a una constante, llamada constante de proporcionalidad inversa.*

Por ejemplo, el tiempo,  $t$ , y la velocidad,  $v$ , empleados en recorrer determinada distancia son magnitudes inversamente proporcionales. A medida que la velocidad aumenta, el tiempo que emplea en el recorrido disminuye, de tal manera que si la velocidad se duplica, el tiempo se reduce a la mitad; si la velocidad se triplica, el tiempo se reduce a la tercera parte, y así sucesivamente.

Si dos magnitudes,  $x$  y  $y$ , son inversamente proporcionales se cumple que:

- El producto entre ellas es constante, es decir  $x \cdot y = k$ , donde  $k$  es la constante de proporcionalidad inversa.
- Sus valores se relacionan mediante la expresión  $y = \frac{k}{x}$

#### \* EJEMPLO

Se desea cortar placas rectangulares cuya área sea igual a  $36 \text{ cm}^2$ .

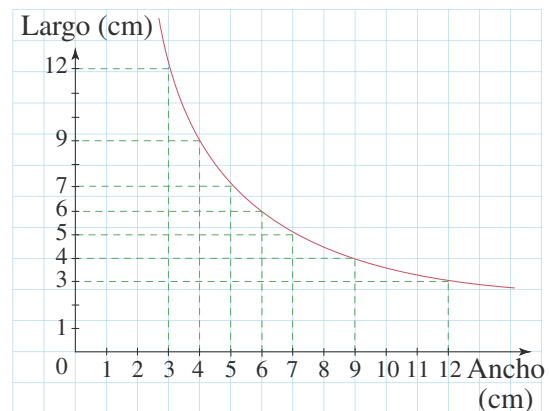
- a. Elaborar la tabla que muestra los posibles valores para el largo y el ancho de las placas.
- b. Determinar la relación entre el largo,  $l$ , y el ancho,  $a$ , de los rectángulos.
- c. Determinar la expresión matemática que relaciona el largo y el ancho de las placas.
- d. Realizar la gráfica que representa los valores del largo y el ancho.

**Solución:**

- a. Una tabla de valores podría ser la siguiente:

|                   |      |     |     |     |     |     |      |
|-------------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| <b>Largo (cm)</b> | 3,0  | 4,0 | 5,0 | 6,0 | 7,2 | 9,0 | 12,0 |
| <b>Ancho (cm)</b> | 12,0 | 9,0 | 7,2 | 6,0 | 5,0 | 4,0 | 3,0  |

- b. Observamos que, cuando el largo del rectángulo aumenta, el ancho disminuye. Además, es posible observar que al duplicar el largo, el ancho disminuye a la mitad; al triplicar el largo, el ancho disminuye a la tercera parte, etc. Así, entre el largo y el ancho de las placas de área  $36 \text{ cm}^2$ , podemos establecer una relación de proporcionalidad inversa.
- c. El producto del largo,  $l$ , por el ancho,  $a$ , siempre toma el mismo valor, 36. Por tanto,  $l \cdot a = 36$ .
- d. Al representar los datos en el plano cartesiano obtenemos la gráfica que se muestra a continuación.





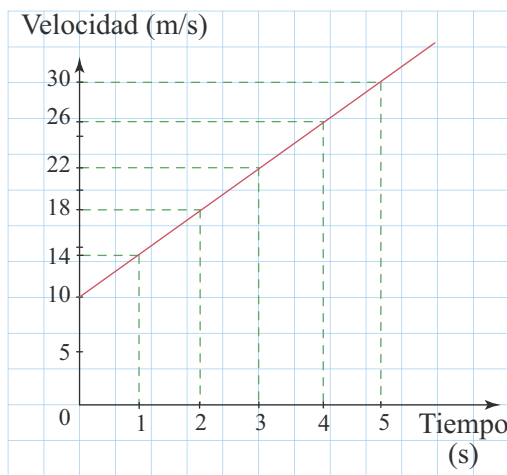
### 3.3.3 Otras relaciones entre variables

#### Relación gráfica de una línea recta

Algunas variables se relacionan de tal manera que la representación gráfica es una línea recta que no necesariamente pasa por el origen de coordenadas. En este caso, puede suceder que, cuando una variable aumenta, la otra también aumenta y, sin embargo, las variables no son directamente proporcionales. En la siguiente tabla se presentan los valores de la velocidad de un objeto para diferentes valores del tiempo.

|                        |    |    |    |    |    |    |
|------------------------|----|----|----|----|----|----|
| <b>Tiempo (s)</b>      | 0  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| <b>Velocidad (m/s)</b> | 10 | 14 | 18 | 22 | 26 | 30 |

La representación gráfica de los valores en el plano cartesiano es una recta que no pasa por el origen, como se muestra a continuación.



Podemos determinar la ecuación de la recta mediante el cálculo de la pendiente y el valor en el que la gráfica corta al eje vertical (eje que representa la velocidad).

$$\text{Pendiente} = \frac{30 \text{ m} - 10 \text{ m}}{5 \text{ s} - 0} = 4 \text{ m/s}$$

Por lo tanto, la ecuación de la recta que relaciona las variables  $v$  y  $t$  es:

$$v = 4t + 10$$

#### Relación cuadrática

Algunas magnitudes se relacionan mediante una relación cuadrática, como es el caso de un objeto que se mueve en línea recta y la distancia recorrida es proporcional al cuadrado del tiempo. En la siguiente tabla se muestran los datos de la distancia y el tiempo para el movimiento de un objeto bajo esta condición.

|                      |   |   |   |    |    |    |    |
|----------------------|---|---|---|----|----|----|----|
| <b>Tiempo (s)</b>    | 0 | 1 | 2 | 3  | 4  | 5  | 6  |
| <b>Distancia (m)</b> | 0 | 2 | 8 | 18 | 32 | 50 | 72 |

La representación gráfica de los valores de la variable se representa en la figura 14. Aunque la distancia aumenta cuando el tiempo aumenta, en este caso las variables no son directamente proporcionales y la gráfica no es una línea recta que pasa por el origen.

**HERRAMIENTA MATEMÁTICA**

La ecuación de la recta en el plano  $x - y$ , cuya pendiente es  $m$  y corta al eje vertical en  $y = b$  es  $y = mx + b$

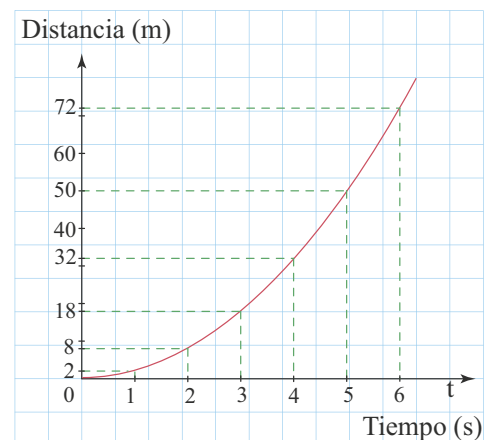


Figura 14. La representación gráfica de una función cuadrática es una parábola.



**i** Interpreta

1 Ordena de menor a mayor las siguientes medidas de masa:

- masa de un electrón  $9,11 \cdot 10^{-31}$  kg
- masa de un protón  $1,673 \cdot 10^{-27}$  kg
- masa de un deuterón  $3,343 \cdot 10^{-27}$  kg

2 En la fresa de un dentista aparece una inscripción que dice: 7.200 r.p.m.; ¿Qué significa la inscripción?

3 Un medicamento en su posología indica: “Dosis niños 8 mL/kg al día, adultos 12 mL/kg al día”.

- ¿Cuántos  $\text{cm}^3$  debe tomar al día un bebé que tiene 6 kg?
- ¿Cuántos  $\text{cm}^3$  debe tomar al día una persona de 45 kg?

4 ¿Cuál es la densidad de la Tierra si su diámetro promedio mide 12.634 km y su masa corresponde a  $5,98 \cdot 10^{24}$  kg?

5 La siguiente tabla muestra la distancia recorrida por un cuerpo en determinados instantes de tiempo.

|          |                      |   |    |     |     |     |
|----------|----------------------|---|----|-----|-----|-----|
| <b>t</b> | <b>Tiempo(s)</b>     | 0 | 4  | 8   | 12  | 16  |
| <b>y</b> | <b>Distancia (m)</b> | 0 | 60 | 120 | 180 | 240 |

- Construye en el plano cartesiano la gráfica de posición-tiempo.
- Calcula la pendiente de la recta e interpreta lo que representa en el movimiento.
- Determina la expresión matemática que relaciona las variables distancia y tiempo.

6 La tabla muestra el comportamiento del volumen de un gas a medida que la presión sobre él varía, cuando la temperatura es constante.

|          |   |    |   |    |    |     |
|----------|---|----|---|----|----|-----|
| <b>x</b> | <b>Volumen (<math>\text{cm}^3</math>)</b> | 1  | 5 | 10 | 20 | 25  |
| <b>y</b> | <b>Presión (Pa)</b>                       | 20 | 4 | 2  | 1  | 0,8 |

- Construye en una hoja de papel milimetrado, la gráfica de presión  $P$ , en función del volumen  $V$ .
- ¿Qué tipo de proporcionalidad relaciona las variables?
- De acuerdo con la gráfica, ¿qué presión se debe ejercer al gas para que su volumen sea  $15 \text{ cm}^3$ ?

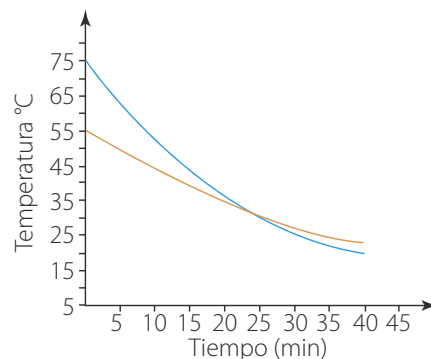
**o** Argumenta

7 En la expresión  $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$  para que el período,  $T$ , se duplique es necesario que:

- $L$  se reduzca a la mitad.
- $L$  se duplique.
- $L$  se cuadruplica.
- $L$  se reduzca a la cuarta parte.

8 Se desea reducir el error en la medición del tiempo que tarda un péndulo en su movimiento en ir desde un lado de su trayectoria hasta el otro. Para esto se proponen dos procedimientos; medir directamente el tiempo que tarda en hacer el recorrido o medir el tiempo en el que va 10 veces de un lado hasta el otro y luego dividir el valor obtenido por 10. ¿Cuál procedimiento escogerías y por qué?

9 Las gráficas representan la temperatura de dos sustancias que se han sometido a una fuente de calor y luego se han retirado de ella en función del tiempo. Las temperaturas iniciales son  $70^\circ\text{C}$  y  $50^\circ\text{C}$ , respectivamente.



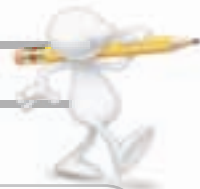
- ¿Cómo varía la temperatura cuando transcurre tiempo?
- ¿En qué instante las dos temperaturas son iguales?

**o** Propone

10 Diseña un método que te permita medir el diámetro de un alambre, utilizando una regla graduada y un lápiz.

11 ¿Cómo medirías el volumen de una figura irregular? Aplicando este método determina el volumen de una piedra.





## Actividades



### Verifica conceptos

- 1 ¿Cuál es la importancia de la matemática para abordar situaciones propias de la física?
- 2 Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.
  - La física utiliza los sentidos, los instrumentos de medición y la observación en su proceso de búsqueda del porqué y el cómo suceden los fenómenos naturales.
  - Los pasos del trabajo científico se deben desarrollar en el orden en el que están planteados para poder obtener los resultados esperados.
  - La curiosidad y el deseo de saber más, del hombre, constituyen el principal insumo del trabajo científico.
  - El trabajo científico de mayor aporte social es aquel que realiza de manera individual, el científico en su laboratorio.
- 3 ¿Qué significa la frase “la ciencia es acumulativa”? Explica a través de un ejemplo.
- 4 En la clase de ciencias Juan realizó un experimento en el cual puso una arveja sobre algodón dentro de un frasco con agua. Durante las dos siguientes semanas observó y describió cómo fue cambiando la arveja, y planteó sus conclusiones con respecto a lo observado. Luego al presentar su trabajo en la clase uno de sus compañeros le dijo que su trabajo no era un estudio científico, pues no tenía medición alguna que lo respaldara. ¿Tiene razón el compañero de Juan? ¿Por qué?
- 5 ¿Qué es más general, una teoría o una ley? ¿Por qué?



### Analiza y resuelve

- 6 En un estudio científico sobre la extinción de los dinosaurios la frase “Los dinosaurios desaparecieron por una lluvia de meteoritos” corresponde a:
  - a. Un análisis
  - b. Una hipótesis.
  - c. Una observación.
  - d. Una comprobación experimental.



### Problemas básicos

- 7 Se desea hacer un estudio científico sobre los cambios que experimenta un resorte al variar la masa que pende de él. Describe como realizarías el estudio.
- 8 Selecciona un fenómeno cuyo estudio requiera de observación tanto cualitativa como cuantitativa.
- 9 Describe cómo realizarías el estudio. Elige la opción correcta, el planteamiento hecho por Copérnico de que el Sol es el centro del sistema solar es:
  - a. Una ley
  - b. Una teoría
  - c. Una hipótesis.
  - d. Una observación

Explica tu respuesta.



### Problemas de profundización

- 10 Utilizando el método científico, plantea de qué manera se relaciona el movimiento de la Tierra alrededor del Sol.
- 11 La rapidez del sonido depende del medio a través del cual se propaga. ¿Cómo determinarías el medio en el cual se propaga el sonido con mayor rapidez entre el aire, el agua y el hierro?
- 12 William Herschel descubrió, en 1781, el séptimo planeta, Urano. Aun cuando había observado su movimiento por el cielo y su forma, aseguró que era un nuevo cometa.
 

Otros científicos anteriormente pensaron que era una estrella fija.

  - a. ¿Qué crees que permitió a Herschel llegar a esta conclusión?
  - b. ¿De qué manera llegó Herschel a esta conclusión?
- 13 Con respecto a la tesis “Nuestro universo está contenido en otro universo cuya existencia no se ha podido detectar”, plantea una hipótesis, y describe los pasos que desarrollarías para realizar la investigación.



# Actividades



## Verifica conceptos

- ¿Qué diferencia existe entre magnitud y patrón de medida? Explica a través de un ejemplo.
- La unidad de temperatura del Sistema Internacional es:
  - K
  - °R
  - °C
  - °F
- El radio promedio de la Tierra es de 6.374 km, este valor no es igual a:
  - $6,374 \cdot 10^6$  m
  - $6,374 \cdot 10^8$  cm
  - $6,374 \cdot 10^3$  m
  - $63,74 \cdot 10^5$  dm
- Juan levanta en hombros a su compañera Patricia y afirma: “estás pesando 48 kg”. ¿Puede esta afirmación ser cierta? ¿Por qué?
- Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.
  - El volumen es una magnitud fundamental que se expresa en  $\text{cm}^3$ .
  - La cantidad de sustancia es una de las magnitudes básicas.
  - Un metro es la distancia que recorre la luz en el vacío en un segundo.
  - El pie es una unidad de longitud que permite expresar la longitud de un cuerpo, en el sistema CGS.
  - Los prefijos nos permiten expresar múltiplos o submúltiplos de una unidad.
  - La velocidad es una magnitud fundamental.

- Completa la tabla en la unidad indicada con el valor o con el prefijo correspondiente.

| Magnitud     | Valor            | Prefijo |
|--------------|------------------|---------|
| Corriente    | A                | 75 mA   |
| Carga        | 0,000005 C       |         |
| Longitud     | 3.500.000 m      |         |
| Capacitancia | f                | 15 pf   |
| Masa         | 8.250.000.000 kg |         |

- ¿Cuál de los siguientes conceptos no es una magnitud física y por qué?
  - Fuerza
  - Intensidad del dolor
  - Carga
  - Energía



## Analiza y resuelve

- Explica la forma en que calcularías el número de letras que tiene una hoja de este libro.
- ¿Qué características consideras que debe tener un patrón de medida?
- En la clase de geometría el profesor entrega por grupo a sus estudiantes un círculo de cartulina, hilo y una regla. ¿Cómo pueden ellos con estos elementos determinar el radio, el diámetro y el perímetro de la circunferencia?
- Galileo Galilei, utilizó el conteo de sus pulsaciones para medir el tiempo en uno de sus experimentos. ¿Consideras que ese método es confiable? ¿Por qué?
- Se tienen tres cuerpos de 45 kg; 3,5 slug y 385 g, respectivamente. ¿Cuál de los tres tiene mayor masa? ¿Qué diferencia en kg hay entre las masas de los tres?
- En clase de biología, a través de un microscopio, un estudiante observa una pequeña partícula de aluminio en forma de cubo cuya arista mide 0,000000000025 cm.
  - Expresa la longitud de la arista en notación científica.
  - ¿Cuál es el volumen de la partícula en  $\text{m}^3$ ?
  - ¿Qué densidad tiene la partícula?



## Problemas básicos

- Expresa en notación científica las siguientes longitudes:
  - Radio promedio de la Luna 1.740.000 m
  - Radio promedio del Sol 696.000.000 m
  - Distancia Tierra – Luna 384.000.000 m
  - Distancia Tierra – Sol 149.600.000.000 m
- ¿Qué masa en slug tiene la Tierra, si tiene  $5,97 \cdot 10^{24}$  kg?
- Un disco en formato DVD tiene una capacidad de almacenamiento de 4 Gb (gigabits). ¿Cuántos bits de información se pueden almacenar en 5 DVD?



- 17 Una señal de tránsito avisa que la velocidad máxima por una carretera es de 55 millas/h. ¿Cuál es el valor de esta velocidad máxima en km/h?
- 18 Un terreno de forma triangular tiene 250 pies de base por 180 pies de altura. ¿Cuál es la magnitud de su área en  $m^2$ ?
- 19 Una gaseosa en lata contiene  $355 \text{ cm}^3$  de líquido. ¿Cuál es el volumen del recipiente expresado en pul<sup>3</sup>?
- 20 El período de rotación de Marte alrededor del Sol es de  $5,94 \cdot 10^7 \text{ s}$ . ¿Cuántos años tarda Marte en dar la vuelta alrededor del Sol?



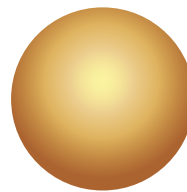
- 21 Un transbordador espacial alcanza velocidades hasta de  $1,1 \cdot 10^4 \text{ km/h}$ .
- ¿Cuántos metros recorre en una hora?
  - ¿Cuántos metros recorre en un segundo?
- 22 En un hospital, a un paciente de 110 lb de peso se le están suministrando diariamente 4.500 mg de insulina. ¿Cuántos mg de insulina por kilogramo de peso se le están suministrando?
- 23 Para hacer un oso de icopor se utilizan dos bolas de 4 cm y 7 cm de radio cada una, ¿cuántos metros cuadrados de paño lince deben comprarse para forrar las dos esferas?
- 24 Una unidad astronómica ua equivale a la distancia entre la Tierra y el Sol, que es aproximadamente  $1,46 \cdot 10^8 \text{ km}$ . ¿Cuántas ua tiene el radio de la galaxia Andrómeda que es de  $1,056 \cdot 10^{21} \text{ m}$ ?
- 25 En la práctica de laboratorio de instrumentos de medición, el profesor solicita a cada integrante de los diferentes grupos, medir la longitud de una puntilla, utilizando el calibrador. Los resultados obtenidos por un grupo son los siguientes: 1,27 cm; 1,265 cm; 1,275 cm; 1,27 cm y 1,275 cm, determina:
- Longitud promedio de la puntilla.
  - El error absoluto de la medición.
  - El resultado de la medición de la puntilla y el error relativo.

- 26 Al realizar la medición de la masa de los estudiantes de un grado, el error relativo fue del 0,5% y la desviación media de 0,24.
- ¿Cuál es la masa promedio de los estudiantes?
  - ¿Cuál es resultado de la medición?



### Problemas de profundización

- 27 Se va a pintar una pared de 4,5 m de largo por 3,4 m de alto; y se quiere que la capa de pintura sea de 3 mm de espesor. Si cada galón de pintura cuesta \$85.000 ¿cuánto cuesta la pintura necesaria para terminar la pared?



- 28 Se compraron 210 baldosas de 1,15 pies de lado para embaldosar un patio. Si sobraron 3,25 baldosas, ¿cuál es el área del patio en  $m^2$ ?
- 29 Si la densidad de la Tierra es de  $5,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$  y su masa es  $5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ :
- ¿Cuál es su volumen?
  - ¿Cuál es el radio promedio de la Tierra en km?
- 30 ¿Qué masa tiene el aire contenido en un cuarto en forma de cubo de 4 m de lado, si la densidad del aire es de  $1,29 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ ?
- 31 Se desea realizar un recubrimiento en oro a una esfera de cobre de 10 cm de diámetro. Si el metro cuadrado de recubrimiento tiene un costo de \$1.200.000, ¿cuánto cuesta recubrir la esfera?
- 32 En 1987 los científicos anunciaron la muerte de la supernova más brillante del siglo. Esta estrella tenía originalmente una masa 20 veces mayor que la del Sol.
- Si la masa del Sol es 330.000 veces la masa terrestre y la masa terrestre es de 6.000 millones de millones de toneladas, ¿cuál era la masa de la supernova?



# Actividades



## Verifica conceptos

1 ¿Cómo se clasifican los factores que intervienen en la ocurrencia de un fenómeno físico?

2 Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.

Las variables se clasifican en dependientes e independientes.

Dos variables son directamente proporcionales cuando el cociente entre las dos es un valor constante.

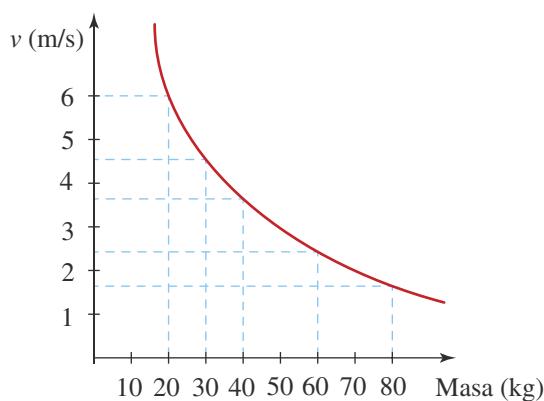
Cuando una magnitud crece mientras que la otra decrece se dice que las dos magnitudes son inversamente proporcionales.

Cuando la gráfica que muestra el comportamiento de dos variables es una línea recta ascendente, su pendiente representa la constante de proporcionalidad entre las dos variables.

3 Para un cuerpo que se mueve en línea recta, la posición que ocupa en el tiempo está dada por la ecuación  $x = 2,5 t$ ; para este cuerpo es correcto afirmar que:

- Cada segundo su velocidad es mayor.
- Se mueve con velocidad constante de 2,5 m/s.
- En cada segundo de tiempo que pasa, recorre menor distancia.
- Si el tiempo se duplica el valor de  $x$  se cuadruplica.

4 La siguiente gráfica muestra los cambios en la velocidad que experimentan diferentes masas al aplicárseles la misma fuerza.



- ¿Qué relación hay entre las variables? ¿Explica?
- Si la relación es de proporcionalidad, ¿cuál es el valor de la constante de proporcionalidad?
- ¿Cuál será la velocidad para una masa de 50 kg?
- ¿Qué masa debe tener el cuerpo para que la variación en su velocidad sea 0,5 m/s?



## Analiza y resuelve

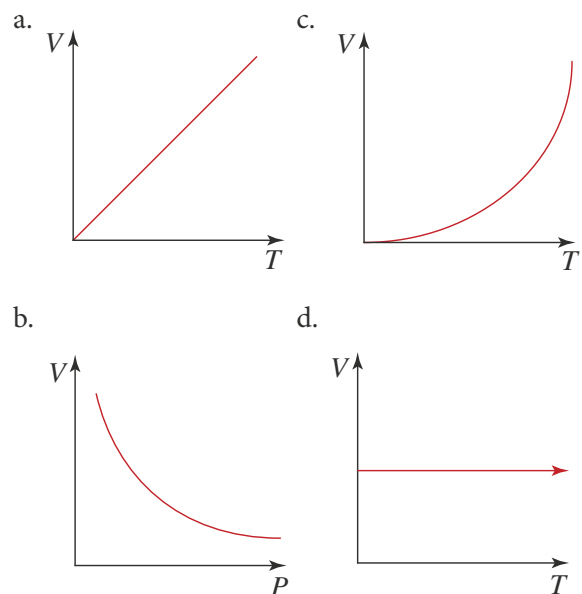
5 En la expresión  $a = F/m$ , si  $F$  es constante y se duplica el valor de  $m$ , entonces  $a$ :

- Se mantiene constante.
- Se reduce a la mitad.
- Se duplica.
- Se cuadruplica.

Explica tu respuesta.

6 El área de la superficie de un paralelepípedo regular es la suma de las áreas de las seis caras. Si se duplica cada una de sus dimensiones, ¿en qué factor es mayor el área con respecto al área inicial?

7 Para cada una de las siguientes gráficas determina el tipo de relación existente entre las dos variables.





**Problemas básicos**

8 Se miden los diámetros (cm) y perímetros (cm) de varias circunferencias y se obtienen los siguientes resultados:

|                  |      |      |      |      |      |
|------------------|------|------|------|------|------|
| <b>Diámetro</b>  | 4    | 8    | 10   | 12   | 16   |
| <b>Perímetro</b> | 12,6 | 25,1 | 31,4 | 37,7 | 50,2 |

Construye la gráfica y responde:

- ¿Cuál de las dos variables sería la independiente y cuál la dependiente?
- ¿Qué relación hay entre el perímetro de la circunferencia y su diámetro?
- ¿Cuál es la ecuación que relaciona las dos variables?
- ¿En caso de proporcionalidad entre el diámetro y el perímetro cuál es la constante de proporcionalidad?

9 Para los siguientes casos determina la variable dependiente y la variable independiente. Y explica cuáles son directamente proporcionales y cuáles inversamente proporcionales.

- La masa de varias esferas a medida que su volumen aumenta, siendo todas de un mismo material.
- La presión que ejerce un fluido sobre un cuerpo a medida que desciende a través de él.
- La medición de la presión que experimenta una lámina a medida que se disminuye el área en la que se aplica dicha presión.

10 En una práctica de laboratorio se pide a los estudiantes trabajar con dos resortes, midiendo la longitud al sujetar, de cada uno, diferentes masas. Los resultados obtenidos son los siguientes:

**Resorte 1**

|                  |    |    |    |    |    |
|------------------|----|----|----|----|----|
| <b>Longitud</b>  | 12 | 24 | 36 | 48 | 60 |
| <b>Masa (kg)</b> | 0  | 2  | 4  | 6  | 8  |

**Resorte 2**

|                  |    |    |    |    |    |
|------------------|----|----|----|----|----|
| <b>Longitud</b>  | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
| <b>Masa (kg)</b> | 0  | 2  | 4  | 6  | 8  |

- Construye la gráfica de longitud ( $x$ ) en función de la masa ( $m$ ) en un mismo plano cartesiano.
- Halla la ecuación que relaciona la longitud con la masa para los dos resortes.

c. ¿Para cuál de los dos resortes aumenta más la longitud al colgar la masa?

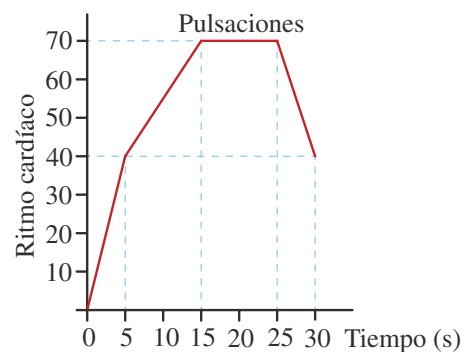
11 A un paciente de 55 kg se le está aplicando cada hora, de acuerdo con su peso, una determinada cantidad de diclofenaco en mg, la tabla muestra la cantidad de mg suministrados al cabo de cada intervalo de tiempo:

|                    |       |       |       |       |       |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| <b>Medicamento</b> | 137,5 | 275,0 | 412,5 | 550,0 | 687,5 |
| <b>Tiempo (h)</b>  | 1 h   | 2 h   | 3 h   | 4 h   | 5 h   |

- Construye la gráfica de la cantidad de medicamento en mg en función del tiempo en h.
- ¿Cuántos mg de diclofenaco se le aplican al paciente por kg de peso?
- Si se le aplica el medicamento durante 24 horas, ¿cuánto medicamento le será inyectado?
- ¿Cuántas horas deben transcurrir para que la cantidad del medicamento suministrado sea 86 g?

**Problemas de profundización**

12 Cuando se sospecha de una insuficiencia cardíaca en una persona, los médicos realizan una prueba de esfuerzo; esta sirve para evaluar el funcionamiento del corazón cuando está sometido a un esfuerzo físico, como el ejercicio. Un paciente pedalea en una bicicleta estática y mide su ritmo cardíaco. Los resultados se muestran en la gráfica.



Responde las siguientes preguntas y justifica tu respuesta.

- ¿El paciente no realiza actividad cardíaca en los primeros 5 segundos?
- Cuando comienza la actividad física, ¿el ritmo cardíaco del corazón es directa o inversamente proporcional al tiempo?
- ¿Existe un momento de la prueba en el que el paciente estabiliza su ritmo cardíaco?





## Cálculo de errores experimentales

Una técnica empleada en el trabajo experimental consiste en realizar varias veces una medición determinada. Una vez se han realizado las diferentes mediciones, es necesario determinar un único valor para la magnitud que se está cuantificando. Para tal fin, mediante el cálculo del promedio, la estadística nos permite saber cuál es el valor más probable. Como, por múltiples razones, puede suceder que al repetir una medición no se obtengan valores iguales, es importante establecer una medida que nos indique qué tanto se alejan del promedio los datos tomados.

En esta práctica vamos a desarrollar un procedimiento para manipular, interpretar y analizar datos experimentales, centrándonos en el cálculo del error debido a imprecisiones experimentales.

### Conocimientos previos

Promedio, porcentajes y análisis de datos.

### Materiales

- Una regla de 50 cm de largo



### Procedimiento

- Pide a un compañero que sostenga la regla por el extremo superior, entre sus dedos índice y pulgar. Coloca tus dedos de la misma manera, justo a la altura del borde inferior de la regla pero sin tocarla.
- Cuando tu compañero diga ¡ya! y deje caer la regla, debes juntar tus dedos para asegurarla entre ellos. Acuerda un criterio para medir la distancia  $x$ , expresada en centímetros, que baja la regla hasta que la detengas.
- Realiza la experiencia ocho veces y registra la distancia  $x$  que baja la regla, en una tabla como la siguiente.

| No. del ensayo | $x$ | Error absoluto $e_i$ |
|----------------|-----|----------------------|
| 1              |     |                      |
| 2              |     |                      |

- Determina el promedio de la distancia, es decir, el valor más probable, mediante la expresión.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8}{8}$$

- Para cada uno de los datos,  $x_i$ , podemos determinar el error absoluto mediante la expresión

$$e_i = |x_i - \bar{x}|$$

Registra en la tabla el error absoluto para cada medición.

- Para hallar el error absoluto promedio,  $e_a$ , determina el promedio de los errores mediante la expresión

$$e_a = \frac{e_1 + e_2 + e_3 + e_4 + e_5 + e_6 + e_7 + e_8}{8}$$

Expresa el resultado de las medidas de la siguiente forma:

$$\bar{x} \pm e_a$$

- Calcula el error relativo,  $e_r$ , expresado en porcentaje, mediante la expresión

$$e_r = \frac{e_a}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

### Análisis de resultados

- ¿Qué significa el promedio de los datos en este caso?
- ¿Qué significado tendría que el error absoluto promedio de los datos fuera igual a cero?
- ¿Qué significado tendría que el error absoluto tuviera un valor cercano al 100%?
- ¿De qué depende que se obtengan errores diferentes de cero en este experimento?
- Interpreta el significado del resultado absoluto de las medidas expresados como  $\bar{x} \pm e_a$ .



## Análisis de un experimento

Cuando se realizan experimentos de diferente tipo, se estudian variables que se relacionan entre sí. Estas relaciones pueden dar como resultado expresiones que permiten describir de manera clara el fenómeno físico estudiado. Algunas herramientas útiles en la descripción de los fenómenos es la toma de datos y la organización de los mismos en tablas y gráficas.

### Conocimientos previos

Magnitudes proporcionales, variables dependientes e independientes, relación y función.

### Materiales

- 4 botellas plásticas de 600 mL cada una.
- 4 puntillas de diferentes diámetros.
- Una cubeta.
- Agua.
- Un cronómetro.
- Una regla.

### Procedimiento

1. Realiza un único orificio de diferente diámetro en la base de cada botella.



2. Mide el diámetro ( $d$ ) del orificio de cada botella.



3. Toma una de las botellas, tapa el agujero y llénala con agua hasta que su nivel alcance una altura  $h = 20$  cm.



4. Destapa el agujero y mide el tiempo ( $t$ ) empleado por el agua en salir de la botella.



5. Realiza los procedimientos 3 y 4 para niveles de agua,  $h = 15$  cm,  $h = 10$  cm y  $h = 5$  cm.

6. Realiza los procedimientos 3, 4 y 5 con las otras tres botellas.

7. Registra los diámetros y tiempos obtenidos para cada recipiente en la siguiente tabla:

### Tabla de registro

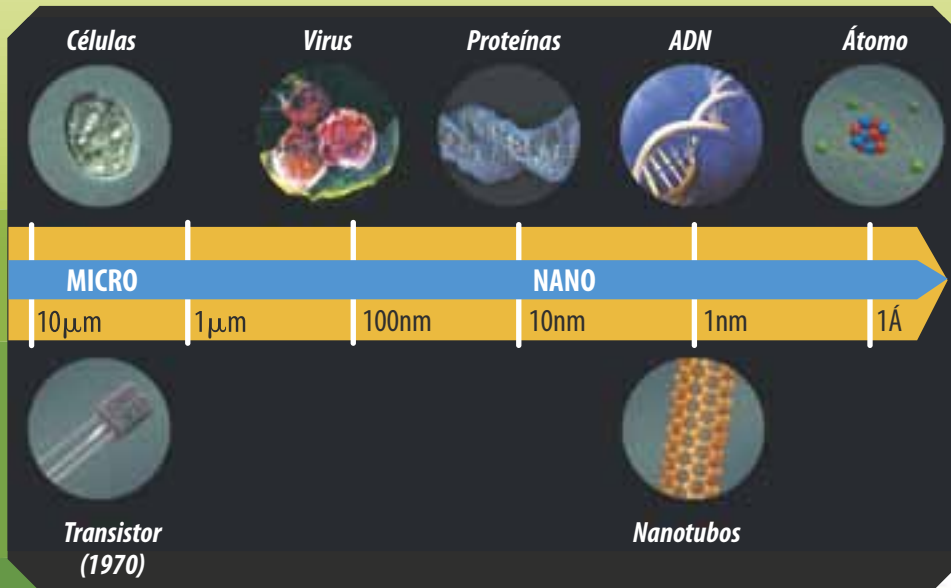
|           | $d$ | $h$ |    |    |   |
|-----------|-----|-----|----|----|---|
|           |     | 20  | 15 | 10 | 5 |
| Botella 1 |     |     |    |    |   |
| Botella 2 |     |     |    |    |   |
| Botella 3 |     |     |    |    |   |
| Botella 4 |     |     |    |    |   |

### Análisis de resultados

1. Identifica la variable dependiente y la variable independiente del experimento.
2. Explica la relación que existe entre las variables identificadas.
3. Realiza las gráficas correspondientes al comportamiento de cada botella en papel milimetrado.
4. Si en algún caso existe relación de proporcionalidad, encuentra el valor de la constante.

# Nanotecnología

La nanotecnología, una verdadera revolución tecnológica, es el estudio, diseño, creación, aparatos y sistemas funcionales a la escala de átomos y moléculas. Al ser manipulados a escalas muy pequeñas los resultados son sorprendentes.



**Richard Feynman**, Nobel de Física, es considerado el padre de la nanotecnología. En 1959 propuso fabricar productos con base en un reordenamiento de átomos y moléculas. En este mismo año, escribió un artículo sobre los **computadores cuánticos** los cuales podían trabajar con átomos individuales consumiendo poca energía y logrando velocidades impresionantes.

En una conferencia en **Caltech**, Instituto de Tecnología de California, comenta:

“Muchas cosas nuevas podrán suceder porque las partículas se comportan en forma distinta a lo que ocurre a mayor escala”. “Si nos reducimos y comenzamos a jugar con átomos allá abajo estaremos sometidos a unas leyes diferentes y podremos hacer cosas diferentes”.



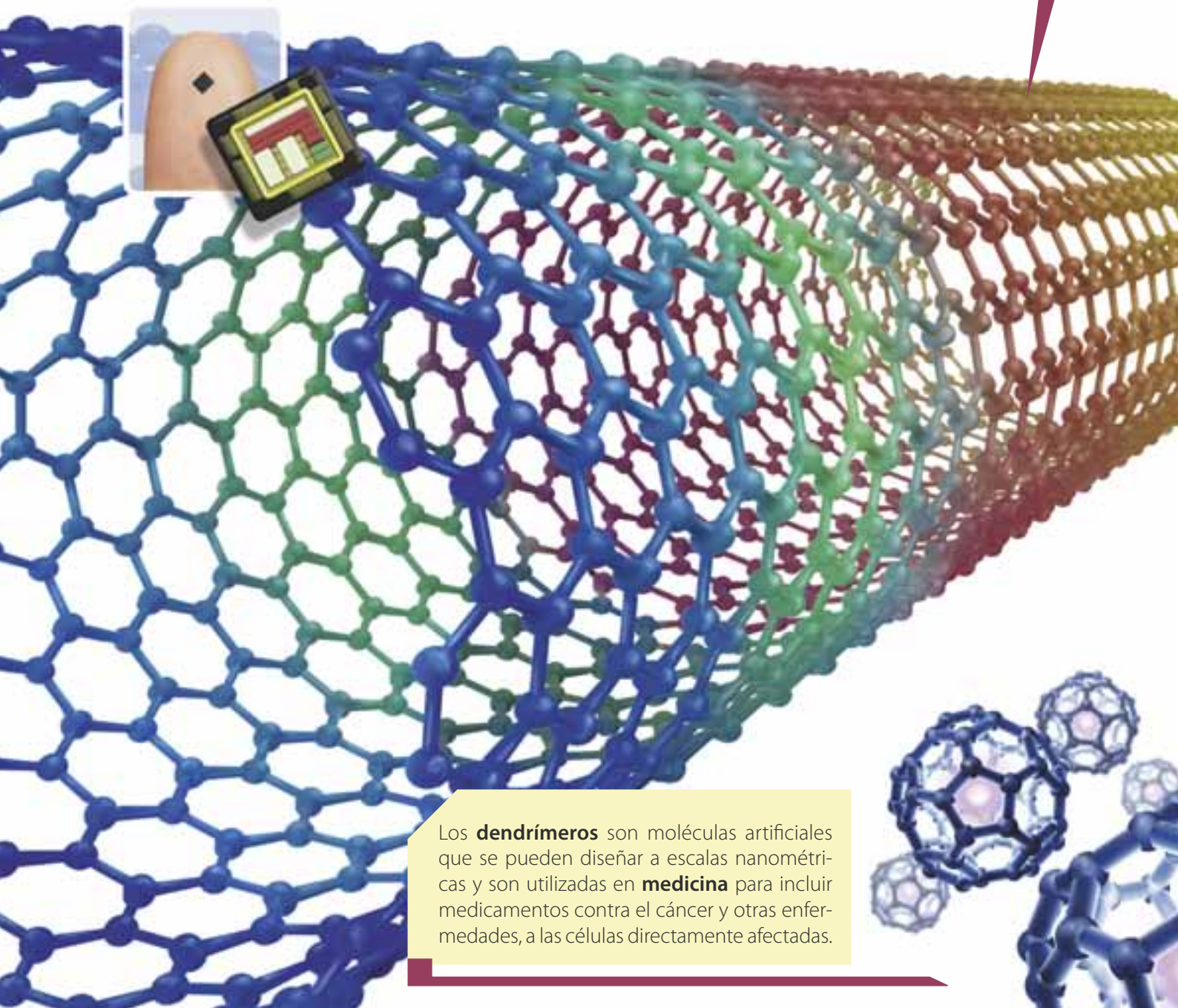




En la **industria electrónica** la nanotecnología es utilizada para crear los componentes básicos de un chip a escalas muy pequeñas.

## ***Nanotubo de carbono***

Estructura tubular de **carbón** extremadamente pequeña. Presenta propiedades interesantes como **conductor eléctrico** y es una **fibra resistente**. En la actualidad es usado para almacenar hidrógeno, en la construcción de paneles solares más eficientes, en la fabricación de transistores y en la creación de células nerviosas funcionando como protector de las mismas.



Los **dendrimeros** son moléculas artificiales que se pueden diseñar a escalas nanométricas y son utilizadas en **medicina** para incluir medicamentos contra el cáncer y otras enfermedades, a las células directamente afectadas.



# UNIDAD 2

## El movimiento en una dirección

- Temas de la unidad
1. El movimiento rectilíneo
  2. Caída libre





### ? Para pensar...

El movimiento de los cuerpos es un fenómeno del que sabemos muchas cosas, ya que desde nuestra infancia, observamos que los cuerpos se mueven a nuestro alrededor, al mismo tiempo que nosotros también nos movemos.

A partir de las investigaciones realizadas por Galileo y Newton en el siglo XVII se ha visto la importancia del estudio del movimiento. A partir de allí se generó una nueva concepción del universo, por la cual el movimiento de los cuerpos terrestres y celestes se rige por las mismas leyes. Esta es una de las razones por las cuales es posible que a veces tengamos dudas acerca de qué cuerpos son los que realmente se mueven y qué cuerpos permanecen en reposo.

Al hablar de movimiento es muy común escuchar expresiones como: excedió el límite de velocidad, podría ir más rápido o desde dónde viene. Estas y otras expresiones hacen referencia a conceptos propios de la física que, aunque son de uso cotidiano, tienen inmersos aspectos matemáticos importantes de analizar.

En esta unidad estudiaremos el movimiento de los cuerpos en línea recta, consideraremos el caso particular de los cuerpos cuando caen o cuando son lanzados hacia arriba, y aplicaremos ecuaciones para describirlos.

### • Para responder...

- ¿Con respecto a qué objetos se mueve la Tierra?
- ¿Qué experimento realizarías para probar si un objeto pesado llega primero al suelo si se suelta al tiempo desde la misma altura con un objeto más liviano?
- ¿Cómo crees que se determina la rapidez con la cual se desplaza un animal en un recorrido en línea recta?



Figura 1. Los sistemas físicos describen diversos movimientos.

# 1. El movimiento rectilíneo

## 1.1 El movimiento

Desde la Antigüedad, el ser humano ha estudiado los fenómenos relacionados con el movimiento. La *cinemática* es la parte de la física que estudia el movimiento de los cuerpos sin ocuparse de las causas que lo provocan; se encarga de abordar el estudio de las magnitudes involucradas en el movimiento como la velocidad y la distancia recorrida.

A continuación, introduciremos dos conceptos necesarios para el estudio del movimiento: sistemas de referencia y cuerpos puntuales.

### Los sistemas de referencia

El movimiento de los planetas puede ser descrito desde la Tierra como lo hizo Aristóteles (384-322 a.C.), quien la concebía como el centro del universo y la tomó como *sistema de referencia* para describir el movimiento de los planetas, del Sol, de la Luna y de las estrellas. También puede tomarse como sistema de referencia el Sol, cuyo estudio ha permitido profundizar en el conocimiento que tenemos acerca del comportamiento de los astros.

Otra forma de pensar en un sistema de referencia se presenta cuando estando en un automóvil en reposo, se percibe que éste retrocede por efecto del movimiento hacia delante de un automóvil que se encuentra al lado.

De manera general, para describir el movimiento de un cuerpo es conveniente establecer ciertos sistemas de referencia que faciliten su análisis. Es decir, el cambio de posición que experimentan unos cuerpos se describe con respecto a los sistemas de referencia.

#### Definición

*Un sistema de referencia es un sistema coordinado en tres dimensiones, de tal manera que la posición de un punto cualquiera  $P$  en cierto instante de tiempo está determinada por sus tres coordenadas cartesianas  $(x, y, z)$ .*

Para medir el tiempo es necesario un reloj, por ende este instrumento también forma parte de un sistema de referencia.

Al realizar el análisis del movimiento de un cuerpo consideramos que los sistemas de referencia se encuentran en reposo. Como por ejemplo, una de las señales de tránsito que indica un determinado kilometraje. Sin embargo, si el sistema de referencia fuera el Sol, tendríamos que tener en cuenta que esta señal acompaña a la Tierra en sus movimientos de rotación y de traslación.

### Cuerpos puntuales

Para el estudio del movimiento, muchas veces es suficiente con considerar los cuerpos como si fueran puntos geométricos, sin prestar atención a cómo se mueven las partes que los componen. Por ejemplo, una pelota pateada “con efecto” gira sobre su eje a medida que avanza; sin embargo, la podemos considerar como un punto.



### Definición

Un cuerpo puntual o partícula material es un objeto que consideramos sin tamaño, el cual puede tener movimiento.

Para considerar un cuerpo como puntual no se necesita que sea pequeño. Más aún, un mismo cuerpo puede ser considerado como puntual o no, si su tamaño es relevante para explicar el fenómeno que se está estudiando. Así, por ejemplo, el tamaño de la Tierra es fundamental para describir su movimiento de rotación, mientras que, a pesar de su tamaño, podemos considerar la Tierra como un punto si queremos estudiar la órbita que describe alrededor del Sol, el cual a su vez, también puede ser considerado como un cuerpo puntual.

Para entender de manera simple los conceptos fundamentales de la cinemática, primero limitaremos nuestro estudio al movimiento de cuerpos puntuales.

## 1.1.1 La trayectoria y la distancia recorrida

Cuando un objeto se mueve, ocupa diferentes posiciones sucesivas mientras transcurre el tiempo, es decir, que durante su movimiento describe una línea.

### Definición

La trayectoria es la línea que un móvil describe durante su movimiento.

Considerando la trayectoria descrita por el objeto, el movimiento puede ser:

- *Rectilíneo*, cuando su trayectoria describe una línea recta.
- *Curvilíneo*, cuando su trayectoria describe una línea curva.

El movimiento curvilíneo puede ser:

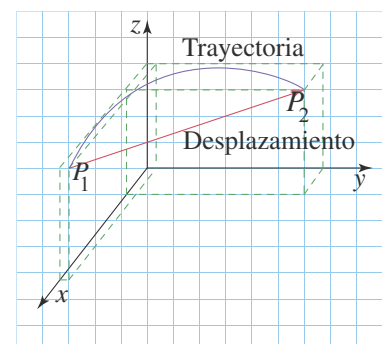
- *Circular*, si la trayectoria es una circunferencia, como ocurre con el extremo de las manecillas del reloj.
- *Elíptico*, si la trayectoria es una elipse, como ocurre con el movimiento planetario.
- *Parabólico*, si la trayectoria es una parábola, como ocurre con el movimiento de los proyectiles.

### Definición

La distancia recorrida por el objeto es la medida de la trayectoria.

## 1.1.2 El desplazamiento

En la figura se representa la trayectoria de un objeto que pasa de la posición  $P_1$  a la posición  $P_2$ , describiendo un movimiento curvilíneo. Al unir las posiciones  $P_1$  y  $P_2$  mediante un segmento dirigido, representado por una flecha, este indicará el cambio neto o variación, de la posición del objeto, es decir, su desplazamiento.



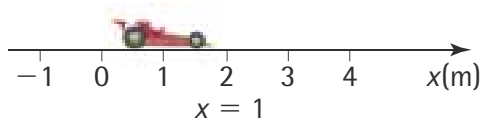


Figura 2. Posición del móvil en la recta.

**Definición**

El desplazamiento de un móvil es un segmento dirigido que une dos posiciones diferentes de su trayectoria.

Para describir el desplazamiento de un objeto se requiere especificar su medida e indicar su dirección. Por esta razón, se representa por medio de un segmento de recta dirigido denominado vector.

Por ejemplo, para el caso del movimiento representado en la figura de la página anterior.

- La distancia recorrida es la medida de la línea curva descrita por el objeto en su movimiento.
- El desplazamiento es el segmento dirigido que va desde la posición inicial  $P_1$  hasta la posición final  $P_2$ .

La distancia recorrida y la medida del desplazamiento coinciden únicamente cuando el movimiento se produce en línea recta y en un solo sentido, por ejemplo, hacia la derecha.

En esta unidad nos referiremos únicamente a movimientos rectilíneos; estos movimientos se representan sobre el eje  $x$ , de tal manera que la posición de un objeto queda especificada por un valor de  $x$  (figura 2).

### 1.1.3 La rapidez y la velocidad

Los términos rapidez y velocidad se usan indistintamente en la vida diaria pero en física es necesario hacer distinción entre ellos. El término velocidad se usa para representar tanto la medida (valor numérico y unidad) como la dirección en la que se mueve el objeto. Por otro lado, la rapidez hace referencia sólo a la medida de la velocidad con que se mueve el objeto.

#### Rapidez

**Definición**

La rapidez es la distancia recorrida en la unidad de tiempo.

Supongamos que, con dos amigos, presencias una carrera automovilística y que cada uno se ubica al borde de la vía de tal manera que el primero se encuentra a 40 metros de la salida ( $x = 40$  m) y los demás se ubican separados entre sí 40 metros, como se observa en la figura 3. Imagina también que cada uno cronometra el tiempo que emplea un vehículo en recorrer la distancia que existe entre el punto de salida y su posición. En la tabla se registran los valores indicados.

Tabla 2.1

|         | Trayecto 1 | Trayecto 2 | Trayecto 3 |
|---------|------------|------------|------------|
| $x$ (m) | 40         | 80         | 120        |
| $t$ (s) | 5,0        | 9,9        | 13,9       |



Figura 3. Carrera automovilística.

Es posible calcular las variaciones de las posiciones y de los tiempos y registrarlas en la tabla 2.2, como se observa en la siguiente página.



Tabla 2.2

|                        | Trayecto 1      | Trayecto 2        | Trayecto 3         |
|------------------------|-----------------|-------------------|--------------------|
| $x_1(\text{m})$        | 0               | 40                | 80                 |
| $x_2(\text{m})$        | 40              | 80                | 120                |
| $t_1(\text{s})$        | 0               | 5,0               | 9,9                |
| $t_2(\text{s})$        | 5,0             | 9,9               | 13,9               |
| $\Delta x = x_2 - x_1$ | $40 - 0 = 40$   | $80 - 40 = 40$    | $120 - 80 = 40$    |
| $\Delta t = t_2 - t_1$ | $5,0 - 0 = 5,0$ | $9,9 - 5,0 = 4,9$ | $13,9 - 9,9 = 4,0$ |

Al calcular el cociente entre la distancia recorrida por el móvil y el tiempo transcurrido, se obtiene un valor denominado rapidez media ( $v$ ), es decir:

$$\text{Rapidez media} = v = \frac{\text{Distancia recorrida}}{\text{Tiempo empleado}}$$

### Definición

La rapidez media es el cociente entre la distancia recorrida por el móvil y el tiempo empleado en recorrerla.

Para el ejemplo anterior, la rapidez media se registra en la tabla 2.3.

Tabla 2.3

|                        | Trayecto 1      | Trayecto 2        | Trayecto 3         |
|------------------------|-----------------|-------------------|--------------------|
| $\Delta x = x_2 - x_1$ | $40 - 0 = 40$   | $80 - 40 = 40$    | $120 - 80 = 40$    |
| $\Delta t = t_2 - t_1$ | $5,0 - 0 = 5,0$ | $9,9 - 5,0 = 4,9$ | $13,9 - 9,9 = 4,0$ |
| Rapidez media(m/s)     | 8               | 8,2               | 10                 |

Con la rapidez media nos referimos a la relación entre la distancia recorrida y el tiempo empleado en un intervalo de tiempo determinado. Sin embargo, para el movimiento de un objeto, podemos describir la rapidez con la que se mueve en un instante determinado. Por ejemplo, en la carrera de autos se ha calculado la rapidez media en tres intervalos de tiempo distintos, pero es muy probable que la rapidez de los autos haya variado instante a instante. A la rapidez que el objeto presenta en cada instante de tiempo se le llama rapidez instantánea.

## Velocidad

Cuando ves un cuerpo primero en un lugar y después en otro, sabes que se movió; pero si no lo seguiste en ese cambio de posición es difícil que puedas saber qué tan rápido lo hizo. Para describir un movimiento, no basta medir el desplazamiento del cuerpo ni trazar su trayectoria; debemos describir su velocidad.

La velocidad nos dice qué tan rápido se movió el cuerpo y hacia dónde lo hizo.

### Definición

La velocidad es la razón de cambio de la posición con respecto al tiempo.



### HERRAMIENTA MATEMÁTICA

- Si un móvil está en una posición  $x_1$  y pasa a una posición  $x_2$ , la variación de posición se representa como:

$$\Delta x = x_2 - x_1.$$

De igual manera, la expresión  $\Delta t$  indica la variación del tiempo,  $\Delta t = t_2 - t_1$ .

- La razón de cambio involucra dos cantidades e indica qué tan rápido varía una de ellas con respecto a la otra.





Al calcular el cociente entre el desplazamiento total y el tiempo que tarda en recorrerlo, se obtiene la velocidad media ( $\bar{v}$ ), es decir:

$$\text{Velocidad media} = \bar{v} = \frac{\text{Desplazamiento}}{\text{Tiempo transcurrido}}$$

#### Definición

La velocidad media es el cociente entre el desplazamiento y el tiempo transcurrido.

Como lo hemos dicho, el desplazamiento se representa por la expresión  $\Delta x = x_2 - x_1$ . Si el desplazamiento ocurre durante el intervalo de tiempo transcurrido entre  $t_1$  y  $t_2$  ( $\Delta t = t_2 - t_1$ ), podemos expresar la velocidad media como:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

La rapidez y la medida de la velocidad en el SI se expresan en metros por segundo (m/s), pero frecuentemente se usa el kilómetro por hora (km/h).

Los automóviles disponen de un velocímetro cuya función es registrar la medida de la velocidad en cada instante, es decir, la *rapidez instantánea*. La velocidad instantánea se especifica mediante la medida de su velocidad y su dirección en cada instante. *La rapidez instantánea coincide con la medida de la velocidad instantánea.*

#### \* EJEMPLO

Un vehículo viaja, en una sola dirección, con una rapidez media de 40 km/h durante los primeros 15 minutos de su recorrido y de 30 km/h durante los siguientes 20 minutos. Calcular:

- La distancia total recorrida.
- La rapidez media.

**Solución:**

- La distancia total recorrida es la suma de las distancias recorridas. Como:

$$v = \frac{\text{Distancia recorrida}}{\text{Tiempo empleado}} = \frac{d}{t}$$

Para el primer recorrido,

$$d_1 = v \cdot t$$

$$d_1 = 40 \text{ km/h} \cdot 0,25 \text{ h} = 10 \text{ km}$$

Para el segundo recorrido,

$$d_2 = v \cdot t$$

$$d_2 = 30 \text{ km/h} \cdot 0,33 \text{ h} = 10 \text{ km}$$

$$\text{Distancia total recorrida} = d_1 + d_2$$

$$\text{Distancia total recorrida} = 10 \text{ km} + 10 \text{ km} = 20 \text{ km}$$

La distancia total recorrida por el vehículo es 20 km.

- Para calcular la rapidez media tenemos:

$$v = \frac{\text{Distancia recorrida}}{\text{Tiempo empleado}}$$

$$v = \frac{20 \text{ km}}{0,58 \text{ h}} = 34,5 \text{ km/h}$$

La rapidez media del vehículo durante el recorrido es 34,5 km/h.



### 1.1.4 La aceleración

Los objetos en movimiento pueden aumentar su velocidad o disminuirla. En realidad en la mayoría de movimientos la velocidad no permanece constante. Por ejemplo, cuando estás dentro de un ascensor y este empieza a subir o cuando frena repentinamente experimentas algo en el estómago. Esa sensación solo se presenta cuando la velocidad aumenta o disminuye y no se siente en el resto del trayecto del ascensor, es decir, cuando su velocidad no varía.

Los cambios de velocidad se describen mediante la magnitud denominada aceleración.

**Definición**

La aceleración ( $a$ ) es la razón de cambio de la velocidad con respecto al tiempo.

Al calcular el cociente entre el cambio de velocidad y el intervalo de tiempo en el que se produce, se obtiene la aceleración media ( $\bar{a}$ ), es decir:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Puesto que en el SI la velocidad se mide en m/s y el tiempo se mide en segundos, la aceleración se expresa en  $\frac{\text{m/s}}{\text{s}}$ , lo que es equivalente a la unidad  $\text{m/s}^2$ . Es decir, que la unidad de aceleración en el SI es el metro sobre segundo al cuadrado ( $\text{m/s}^2$ ).

Puesto que la aceleración de un objeto puede variar, nos referimos a la aceleración de un cuerpo en un instante determinado como *aceleración instantánea*.

En la figura se muestran los valores de la velocidad de un automóvil para diferentes instantes de tiempo. En el velocímetro los registros de la rapidez en cada uno de los tiempos indicados muestran que la velocidad aumenta progresivamente. La tabla muestra cálculos del cambio de la velocidad en los intervalos de tiempo indicados y el valor de la aceleración en los mismos intervalos.



Tabla 2.4

|                                      | Trayecto 1      | Trayecto 2        | Trayecto 3         | Trayecto 4          |
|--------------------------------------|-----------------|-------------------|--------------------|---------------------|
| $v_1$ (m/s)                          | 0               | 7,7               | 8,5                | 10,0                |
| $v_2$ (m/s)                          | 7,7             | 8,5               | 10,0               | 13,8                |
| $t_1$ (s)                            | 0               | 4,0               | 6,7                | 8,5                 |
| $t_2$ (s)                            | 4,0             | 6,7               | 8,5                | 10,7                |
| $\Delta v = v_2 - v_1$               | $7,7 - 0 = 7,7$ | $8,5 - 7,7 = 0,8$ | $10,0 - 8,5 = 1,5$ | $13,8 - 10,0 = 3,8$ |
| $\Delta t = t_2 - t_1$               | $4,0 - 0 = 4,0$ | $6,7 - 4,0 = 2,7$ | $8,8 - 6,7 = 1,8$  | $10,7 - 8,5 = 2,2$  |
| Aceleración media ( $\text{m/s}^2$ ) | 1,9             | 0,3               | 0,8                | 1,7                 |



## \* EJEMPLO

1. Una motocicleta parte de la línea de salida y aumenta repentinamente su velocidad a 72 km/h en 20 s. Determinar su aceleración media.

**Solución:**

Se debe expresar la velocidad en unidades del SI

$$72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1.000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3.600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}$$

Ahora se calcula la aceleración media:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{20 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{20 \text{ s}} = 1 \text{ m/s}^2$$

La aceleración media de la motocicleta es 1 m/s<sup>2</sup>.



2. Determinar la aceleración media de un automóvil que, inicialmente, se mueve a 36 km/h y que se detiene en 5 s.

**Solución:**

Se expresa la medida de la velocidad en m/s.

$$36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1.000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3.600 \text{ s}} = 10 \text{ m/s}$$

*Al utilizar factores de conversión*

Ahora, se calcula la aceleración media:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = -1 \text{ m/s}^2$$

*Al reemplazar y calcular*

La aceleración media es -1 m/s<sup>2</sup>. La aceleración y la velocidad tienen signos diferentes, lo cual se interpreta como una disminución de la rapidez.

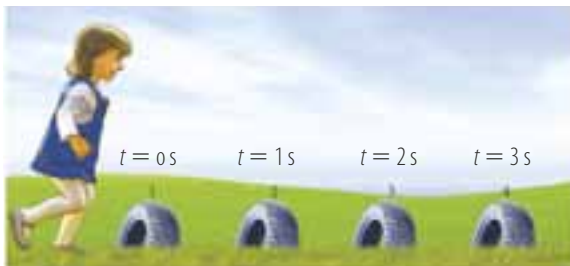


Figura 4. Desplazamiento de la niña, teniendo en cuenta varios puntos de referencia.

## 1.2 El movimiento rectilíneo uniforme

Consideremos la situación que se representa en la figura 4, en la cual una niña se desplaza en línea recta con respecto a varios puntos de referencia que están marcados por cuatro objetos a lo largo del recorrido.

Al cronometrar el tiempo que la niña tarda en pasar por los puntos señalados, se obtienen los valores que se muestran en la tabla.

Estos valores sugieren que la velocidad de la niña ha permanecido constante durante todo el recorrido, siendo esta de 0,20 m/s.

Todo movimiento que presenta esta condición se denomina uniforme.

|        |      |      |      |      |
|--------|------|------|------|------|
| t(s)   | 0    | 1    | 2    | 3    |
| x(m)   | 0    | 0,20 | 0,40 | 0,60 |
| Δx(m)  | 0,20 | 0,20 | 0,20 | 0,20 |
| Δt(s)  | 1    | 1    | 1    | 1    |
| v(m/s) | 0,20 | 0,20 | 0,20 | 0,20 |

### Definición

Un cuerpo describe un movimiento rectilíneo uniforme cuando su trayectoria es recta y su velocidad instantánea es constante.



## 1.2.1 Ecuaciones del movimiento rectilíneo uniforme

Si en un movimiento, la velocidad instantánea  $v$  siempre es la misma, su medida debe coincidir con la medida de la velocidad media  $\bar{v}$ . Si la velocidad media se expresa como:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

para el movimiento uniforme la velocidad instantánea en cualquier instante de tiempo es:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Entre  $t = 0$  s y un tiempo posterior  $t$ , el intervalo de tiempo es

$$\Delta t = t - 0 \text{ s.}$$

Así, el desplazamiento en dicho intervalo igual a:

$$\Delta x = v \cdot t$$

Por lo tanto, la posición de un cuerpo en un instante cualquiera se expresa como:

$$x = v \cdot t + x_0$$

Donde  $x_0$  es la posición inicial del objeto. A esta ecuación se le denomina *ecuación de la posición del movimiento rectilíneo uniforme*.

## 1.2.2 Análisis gráfico del movimiento rectilíneo uniforme

A partir del análisis gráfico es posible interpretar el movimiento rectilíneo de los objetos. A continuación presentamos el análisis de las gráficas posición-tiempo ( $x-t$ ) y velocidad-tiempo ( $v-t$ ).

### Gráficas posición-tiempo ( $x-t$ )

La gráfica posición-tiempo ( $x-t$ ) de la figura 5 corresponde a un movimiento rectilíneo uniforme, puesto que:

En  $t = 0$  s, el cuerpo se encuentra en  $x = 0$  m,

En  $t = 1$  s, el cuerpo se encuentra en  $x = 11,1$  m,

En  $t = 2$  s, el cuerpo se encuentra en  $x = 22,2$  m, así sucesivamente.

Se observa que en cada segundo el objeto se desplaza 11,1 m, lo cual indica que su velocidad es igual a 11,1 m/s.

Para comprobar que la constante de proporcionalidad de la gráfica  $x-t$  coincide con la velocidad del móvil, calculamos la pendiente de la recta eligiendo dos puntos arbitrarios, por ejemplo,

$P_1$  (1,0 s; 11,1 m) y  $P_2$  (3,0 s; 33,3 m), por lo tanto tenemos que:

$$\text{Pendiente} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$\text{Pendiente} = \frac{33,3 \text{ m} - 11,1 \text{ m}}{3,0 \text{ s} - 1,0 \text{ s}} = 11,1 \text{ m/s}$$

Supongamos que en  $t = 0$  el objeto se encuentra en  $x_0 = 11,1$  m moviéndose con velocidad constante e igual a 11,1 m/s, la gráfica  $x-t$ , en este caso, es un segmento de recta, que no pasa por el origen del plano cartesiano (figura 6).

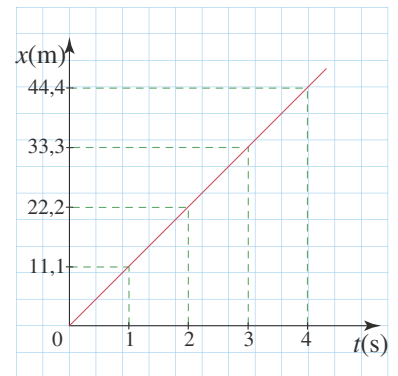


Figura 5. Gráfica de posición-tiempo que pasa por el origen, de un movimiento rectilíneo uniforme.

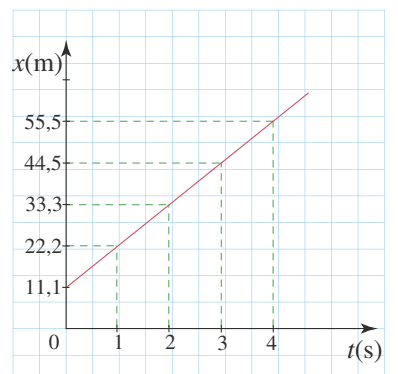


Figura 6. Gráfica de posición-tiempo que no pasa por el origen, de un movimiento rectilíneo uniforme.



## EJERCICIO

¿Es cierto que en un movimiento rectilíneo uniforme la posición es directamente proporcional al tiempo?

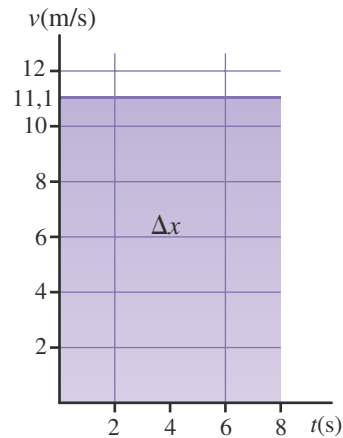
¿Es el desplazamiento directamente proporcional al tiempo transcurrido?

Al calcular la pendiente de la recta de la figura 6, se obtiene de nuevo el valor 11,1 m/s, pues el movimiento ocurre con velocidad constante. La ecuación de posición para este caso es:

$$x = 11,1 \text{ m/s} \cdot t + 11,1 \text{ m}$$

Gráficas velocidad-tiempo ( $v-t$ )

Cuando un objeto describe un movimiento uniforme, su velocidad es constante, por lo cual la gráfica  $v-t$  es un segmento de recta horizontal como se muestra en la siguiente gráfica:



A partir de la gráfica y de la ecuación  $\Delta x = v \cdot t$  podemos determinar el desplazamiento ( $\Delta x$ ) del objeto que se mueve durante 4 s con velocidad de 11,1 m/s. Así,

$$\Delta x = v \cdot t = 11,1 \text{ m/s} \cdot 4,0 \text{ s} = 44,4 \text{ m}$$

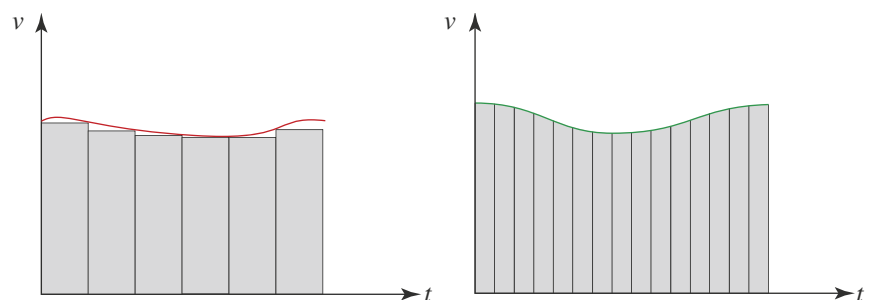
Un aspecto interesante es que el área del rectángulo determinado por el eje horizontal entre 0 s y 4,0 s, y el segmento que representa la velocidad de 11,1 m/s es 44,4 m. Dicha área es igual al desplazamiento.

## Definición

*En una gráfica  $v-t$ , el área comprendida entre la gráfica y el eje horizontal representa el desplazamiento del móvil.*

La aceleración en un movimiento rectilíneo uniforme es igual a cero, puesto que la velocidad no experimenta variación.

Si suponemos que el movimiento se realiza por tramos con velocidad constante entonces, en la gráfica  $v-t$ , se pueden trazar rectángulos de base muy pequeña; la suma de las áreas de estos rectángulos se aproxima al desplazamiento del móvil. A continuación, mostramos gráficamente este hecho:



Cuanto más pequeña sea la base de los rectángulos, mayor será la aproximación de la suma de sus áreas al valor del desplazamiento del móvil.



## 1.3 El movimiento rectilíneo uniformemente variado

Cuando los carros toman la partida en una competencia de piques experimentan aceleración. En la figura 7 se muestra el registro del velocímetro de un carro en diferentes instantes de tiempo. Se puede observar que la rapidez experimenta cambios iguales en iguales intervalos de tiempo, por lo tanto, al calcular la aceleración del automóvil en cada uno de los tres intervalos de tiempo, se obtiene el mismo valor. Este hecho sugiere que la aceleración es constante.

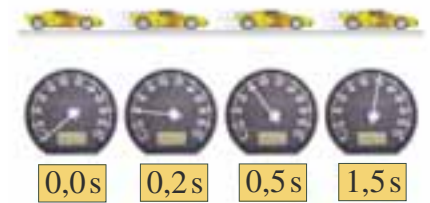


Figura 7. Registro del velocímetro de un automóvil en diferentes instantes de tiempo.

### Definición

Un cuerpo describe un movimiento rectilíneo uniformemente variado cuando su trayectoria es una recta y, a la vez, su aceleración es constante y no nula.

Cuando un cuerpo describe un movimiento rectilíneo uniformemente variado, puede suceder que:

- Su rapidez aumente, si la aceleración y la velocidad tienen el mismo signo.
- Su rapidez disminuya, si la aceleración y la velocidad tienen signos contrarios.

### 1.3.1 La velocidad en un movimiento uniformemente variado

Como el movimiento que describe el carro se produce con aceleración instantánea y constante ( $a$ ), el cociente entre cualquier cambio de velocidad y el tiempo empleado en producirse será siempre el mismo e igual a  $a$ . Esto quiere decir que, si la velocidad del móvil cuando el cronómetro indica  $t = 0$  s es  $v_0$  y al cabo de determinado tiempo  $t$ , la velocidad es  $v$ , se tiene que:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - 0}$$

Por lo tanto,

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

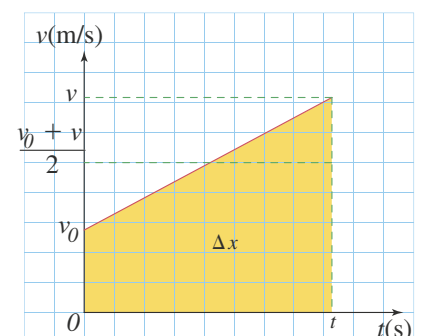
A partir de esta ecuación se puede deducir la dependencia de la velocidad con respecto al tiempo cuando la aceleración es constante y el móvil se mueve inicialmente con velocidad  $v_0$ , es decir:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

### 1.3.2 El desplazamiento en un movimiento uniformemente variado

Si el automóvil se mueve con determinada velocidad  $v_0$  en  $t = 0$  s, y acelera uniformemente hasta alcanzar una velocidad  $v$  en un tiempo  $t$ , en cada unidad de tiempo, la velocidad aumenta en la misma cantidad.

Como el desplazamiento  $\Delta x$  se representa por el área comprendida entre la gráfica y el eje horizontal, entonces se tiene que este desplazamiento es el mismo que si el móvil se hubiera movido durante el mismo intervalo de tiempo con velocidad igual al promedio entre  $v_0$  y  $v$ .





## EJERCICIO

Establece diferencias entre velocidad media y velocidad promedio.

El desplazamiento en un movimiento rectilíneo uniformemente variado, en el cual la velocidad inicial es  $v_0$  y la velocidad final es  $v$ , describe un movimiento uniforme con velocidad igual al promedio de dichas velocidades.

$$\text{Velocidad promedio} = \frac{v_0 + v}{2}$$

Puesto que en un movimiento uniforme el desplazamiento es  $\Delta x = vt$ , podemos escribir:

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t, \text{ donde } v = v_0 + a \cdot t$$

Por lo tanto,

$$\Delta x = \frac{v_0 + v_0 + a \cdot t}{2} t$$

Luego,

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Como  $\Delta x = x - x_0$  se tiene,

$$x - x_0 = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Es decir,

$$x = x_0 = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Esta ecuación muestra la dependencia del desplazamiento con respecto al tiempo cuando la aceleración es constante y el móvil se mueve inicialmente con velocidad  $v_0$ . Esta expresión se conoce como ecuación para la posición en un movimiento uniformemente variado.

A partir de la ecuación  $v = v_0 + at$  y el desplazamiento  $\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t$ , se puede obtener una expresión para la velocidad en un movimiento acelerado en función del desplazamiento.

A partir de:

$$v = v_0 + a \cdot t,$$

Despejamos el valor de  $t$ :

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

y reemplazamos en la expresión para el desplazamiento:

$$\Delta x = \left( \frac{v_0 + v}{2} \right) \left( \frac{v - v_0}{a} \right) = \frac{(v_0 + v)(v - v_0)}{2a}$$

Ahora, resolvemos el producto que aparece en el numerador:

$$(v_0 + v)(v - v_0) = v^2 - v_0^2$$

Por tanto:

$$\Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

Despejamos la velocidad  $v$ :  $v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta x$





### 1.3.3 Análisis gráfico del movimiento uniformemente variado

En este apartado vamos a analizar las gráficas posición-tiempo ( $x-t$ ), velocidad-tiempo ( $v-t$ ) y aceleración-tiempo ( $a-t$ ) para el movimiento uniformemente variado.

#### Gráfica de velocidad-tiempo ( $v-t$ )

En la figura 8 se aprecia la gráfica  $v-t$  del movimiento de un cuerpo que experimenta aceleración constante. Es decir, que en cada unidad de tiempo su velocidad cambia en la misma cantidad. La pendiente de la recta se expresa como:

$$\text{Pendiente} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{v - v_0}{t}$$

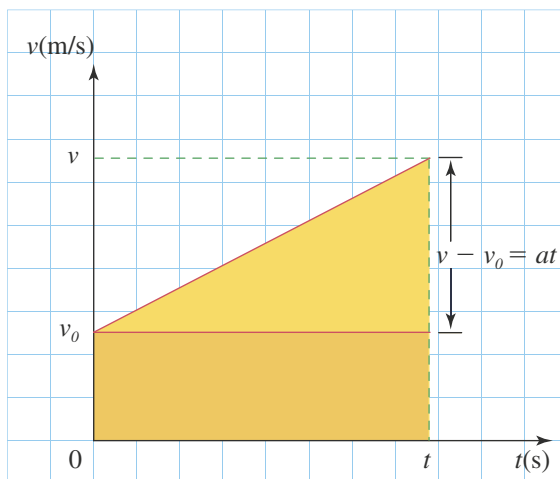
lo cual coincide con la aceleración.

#### Definición

En una gráfica de velocidad-tiempo para un movimiento rectilíneo uniformemente variado la pendiente de la recta coincide con el valor de la aceleración.

La ecuación para el desplazamiento  $\Delta x$  también se puede deducir a partir del cálculo del área comprendida entre la gráfica velocidad-tiempo y el eje horizontal.

En la siguiente gráfica se observa que el área sombreada es igual al área del triángulo de base  $t$  y altura  $v - v_0$  más el área del rectángulo de base  $t$  y altura  $v_0$ .



$$\Delta x = \text{Área rectángulo} + \text{Área triángulo}$$

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}(v - v_0)t,$$

Puesto que  $v - v_0 = a \cdot t$ , se tiene:

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t \cdot t$$

Luego,

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

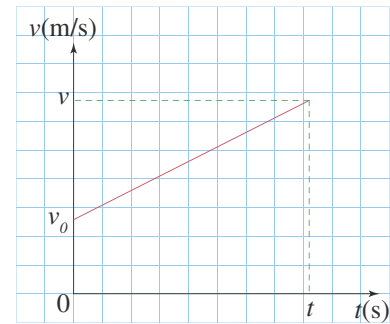


Figura 8. Gráfica de velocidad – tiempo, de un cuerpo que se mueve con aceleración constante.



### Gráfica del desplazamiento-tiempo ( $x-t$ )

Como la relación entre el desplazamiento y el tiempo tiene un término cuyo factor es  $t^2$ , entonces la gráfica  $x-t$  para el movimiento uniformemente variado es una parábola.

A continuación, se muestran las gráficas  $x-t$  para un movimiento uniformemente variado con aceleración positiva (izquierda) y con aceleración negativa (derecha).

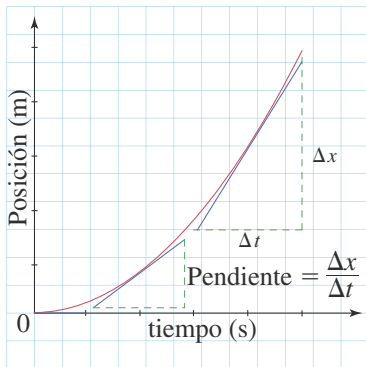
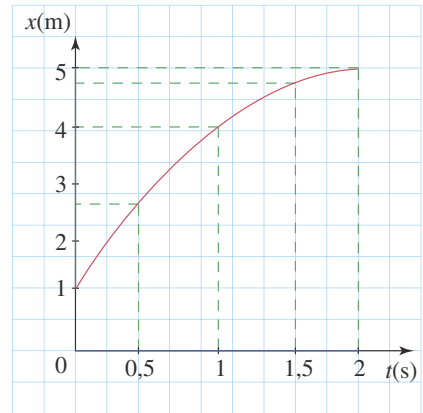
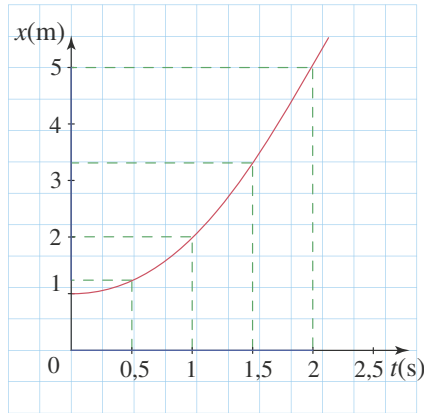


Figura 9. Recta tangente a un punto de una gráfica de posición-tiempo.

Se observa que si la aceleración es positiva, los cambios de posición son cada vez mayores en los mismos intervalos de tiempo; mientras que si la aceleración es negativa, los cambios de posición son cada vez menores.

En el movimiento rectilíneo uniforme la gráfica  $x-t$  es una recta, cuya pendiente representa la velocidad del objeto; sin embargo, cuando la velocidad no es constante, la representación  $x-t$  no es una recta y entonces debemos establecer un método para determinar la pendiente de la curva en cada punto.

Para ello trazamos la recta tangente a la curva en cada punto y la pendiente de esta recta representa la velocidad del objeto en cada instante de tiempo (figura 9).

### Gráfica de aceleración-tiempo ( $a-t$ )

De la misma manera como representamos gráficamente en el plano cartesiano la velocidad y la posición en función del tiempo, podemos representar la aceleración en una gráfica  $a-t$ , para lo cual escribimos en el eje vertical la aceleración y en el horizontal el tiempo.

Puesto que el movimiento uniformemente variado se produce con aceleración constante, la gráfica que representa este movimiento es un segmento de recta horizontal, como el que se observa en la figura 10.

A partir de la ecuación  $v = v_0 + a \cdot t$ , equivalente a  $v - v_0 = at$ , se obtiene la variación de la velocidad  $\Delta v = at$ , que corresponde al área del rectángulo que se forma entre la recta y el eje horizontal en la gráfica de  $a-t$  (figura 10).

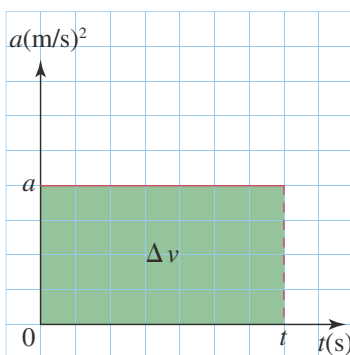


Figura 10. Variación de la velocidad.

#### Definición

El área comprendida entre la gráfica de  $a-t$  y el eje horizontal representa el cambio de velocidad de un objeto.



## \* EJEMPLOS

1. Un automóvil, que se ha detenido en un semáforo, se pone en movimiento y aumenta uniformemente su rapidez hasta los 20 m/s al cabo de 10 s. A partir de ese instante, la rapidez se mantiene constante durante 15 s, después de los cuales el conductor observa otro semáforo que se pone en rojo, por lo que disminuye uniformemente la velocidad hasta detenerse a los 5 s de haber comenzado a frenar. Determinar la aceleración del auto y el desplazamiento entre los dos semáforos, en cada intervalo de tiempo.

Solución:



**Intervalo 1:** se calcula la aceleración.

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

$$a = \frac{20 \text{ m/s} - 0}{10 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}^2 \quad \text{Al reemplazar y calcular}$$

La aceleración es de 2 m/s<sup>2</sup>.

Se calcula el desplazamiento.

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ m/s}^2 \cdot (10 \text{ s})^2 = 100 \text{ m} \quad \text{Al reemplazar y calcular}$$

El desplazamiento en el primer intervalo es 100 m.

**Intervalo 2:** la velocidad se mantiene constante y por lo tanto la aceleración es nula.

Se determina el desplazamiento para el movimiento uniforme:

$$\Delta x = v \cdot t$$

$$\Delta x = 20 \text{ m/s} \cdot 15 \text{ s} = 300 \text{ m} \quad \text{Al reemplazar y calcular}$$

El desplazamiento en el segundo intervalo es 300 m.

**Intervalo 3:** se calcula la aceleración:

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

$$a = \frac{0 - 20 \text{ m/s}}{5 \text{ s}} = -4 \text{ m/s}^2 \quad \text{Al reemplazar y calcular}$$

La aceleración es  $-4 \text{ m/s}^2$ , lo cual indica que la velocidad y la aceleración tienen signos contrarios y se interpreta como una disminución de la velocidad.

Se calcula el desplazamiento:

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$\Delta x = (20 \text{ m/s})(5 \text{ s}) + \frac{1}{2} (-4 \text{ m/s}^2) (5 \text{ s})^2 = 50 \text{ m} \quad \text{Al reemplazar y calcular}$$

El desplazamiento en el tercer intervalo es 50 m.

En consecuencia, el desplazamiento total es:  $100 \text{ m} + 300 \text{ m} + 50 \text{ m} = 450 \text{ m}$ .

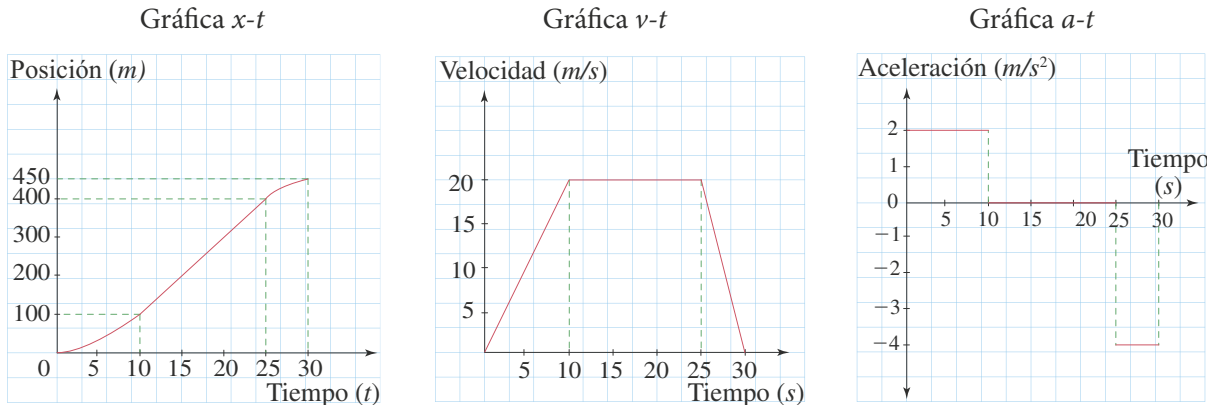


## \* EJEMPLOS

2. Construir las gráficas  $x-t$ ,  $v-t$  y  $a-t$  para el ejemplo 1.

## Solución:

Las gráficas se muestran a continuación.

3. En la figura se muestra la gráfica  $x-t$  para el movimiento de un objeto atado a un resorte que oscila entre los valores  $-20$  cm y  $20$  cm. Analizar los cambios de posición y velocidad.

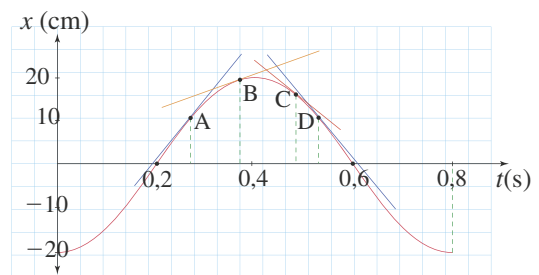
## Solución:

A la posición en la cual el resorte no está ni estirado ni comprimido se le conoce con el nombre de posición de equilibrio. Una vez el objeto, sujeto al resorte, se aleja 20 cm hacia abajo de la posición de equilibrio, se suelta y se mueve de tal manera que:

- A los 0,2 s pasa por la posición de equilibrio,
- A los 0,4 s está a 20 cm por encima de la posición de equilibrio,
- A los 0,6 segundos regresa a la posición de equilibrio,
- A los 0,8 s vuelve al punto de partida.

Analicemos la velocidad del objeto. En los instantes 0,4 s y 0,8 s, el objeto cambia la dirección del movimiento; esto implica que, en dichos instantes, tiene velocidad igual a cero.

Para determinar la velocidad para algunos valores del tiempo, trazamos rectas tangentes a la gráfica  $x-t$  y determinamos su pendiente, pues el valor de la pendiente es la medida de la velocidad instantánea.



En el instante de tiempo correspondiente al punto A, la velocidad es mayor que en el instante correspondiente al punto B. Esto quiere decir que entre 0,2 s y 0,4 s la velocidad disminuye hasta tomar el valor de 0 en  $t = 0,4$  s.

Al analizar el movimiento entre los tiempos 0,4 s y 0,6 s encontramos que aunque la velocidad tiene signo menos, la posición cambia más rápidamente en el instante de tiempo correspondiente al punto D que en el instante de tiempo correspondiente al punto C. Esto quiere decir que entre 0,4 s y 0,6 s la rapidez aumenta.

Del análisis en los tiempos comprendidos entre 0,6 s y 0,8 s, concluimos que la posición cambia cada vez más lentamente, hasta tener rapidez igual a cero en el instante  $t = 0,8$  s. En los instantes de tiempo  $t = 0,2$  s y  $t = 0,6$  s el objeto se mueve más rápidamente.



## 2. Caída libre

### 2.1. Cómo caen los cuerpos

En el siglo IV a.C., Aristóteles estableció que la rapidez con la que un cuerpo caía, dependía del peso del mismo puesto que, según el filósofo, los cuerpos pesados caían con más velocidad que los cuerpos livianos, idea que fue aceptada durante casi 200 años como una verdad absoluta.

Galileo Galilei (1564-1642) encontraba grandes contradicciones con sus observaciones y, en 1589, realizó una serie de experiencias para refutar la teoría aristotélica de la caída de los cuerpos. Al no disponer de instrumentos precisos que pudieran medir pequeños intervalos de tiempo, realizó sus estudios utilizando planos inclinados de pequeña pendiente, por los cuales hacía rodar esferas de distinto peso. Para medir el tiempo de desplazamiento, contaba el número de gotas de agua que caían de un barril.

El revolucionario investigador comprobó que cuando las esferas eran lo suficientemente pesadas, todas empleaban exactamente el mismo tiempo en recorrer el plano, y que la velocidad de las mismas aumentaba de manera uniforme. De esta forma afirmó: “Está claro que si una bola liviana tarda más tiempo en recorrer el plano que otra más pesada es debido a la resistencia que presenta el aire a su avance. Por eso, cuando las bolas rebasan un cierto peso, la resistencia del aire es despreciable para ellas, y todas caen con idéntica rapidez”. Según cuenta la leyenda, Galileo llevó a sus alumnos de la Universidad de Pisa a la torre inclinada de esta ciudad y dejó caer desde el último piso dos objetos de pesos diferentes, demostrando ante los estudiantes que la teoría de Aristóteles estaba equivocada.

La última obra de Galileo, *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos ciencias nuevas*, donde revisa y afina sus primeros estudios sobre el movimiento, abrió el camino que llevó a Newton a formular sus principios de la dinámica.

### 2.2 La caída de los cuerpos

Un caso particular del movimiento uniformemente variado es el de un objeto al cual se le permite caer libremente cerca de la superficie terrestre. Un cuerpo que se deja caer en el vacío, se desplaza verticalmente con una aceleración constante, lo que hace que su velocidad aumente uniformemente en el transcurso de la caída.

La Tierra ejerce una fuerza de atracción, dirigida hacia su centro, sobre todo cuerpo que se encuentra cerca de la superficie terrestre, imprimiéndole cierta aceleración, denominada aceleración debida a la gravedad y denotada con la letra  $g$ .

Se ha determinado experimentalmente que un cuerpo en caída libre, aumenta su velocidad en unos 9,8 metros por segundo cada segundo, es decir que la aceleración producida por la Tierra es constante y tiene un valor aproximado de  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

Un cuerpo en caída libre se mueve bajo la influencia de la gravedad, sin importar su movimiento inicial.

Todos aquellos objetos que se lanzan hacia arriba o hacia abajo y los que se dejan caer a partir del reposo, experimentan una aceleración dirigida hacia abajo cuyo valor es  $9,8 \text{ m/s}^2$ .



Figura 11. Torre inclinada de Pisa.



**Aristóteles.** En el siglo IV a. C. estableció que la rapidez con que un cuerpo caía, dependía de su mismo peso.



En síntesis, un cuerpo que es lanzado verticalmente hacia arriba o hacia abajo experimenta una aceleración una vez liberado. Un cuerpo en caída libre experimenta una aceleración hacia abajo igual a la aceleración debida a la gravedad.

## 2.3 Las ecuaciones del movimiento de caída libre

Al despreciar la resistencia del aire y suponiendo que la aceleración de la gravedad no varía con la altitud, el movimiento de un cuerpo en caída libre se presenta bajo una aceleración constante. Por ende, las ecuaciones que describen el movimiento de los cuerpos que se mueven en el vacío en dirección vertical son las que corresponden a cualquier movimiento uniformemente variado, con un valor de aceleración, hacia abajo, cuyo valor es a  $9,8 \text{ m/s}^2$ . El signo de la aceleración depende del sistema de referencia que se elija. De esta manera, las ecuaciones que rigen el movimiento de caída libre de los objetos son:

$$v = v_0 + gt$$

$$y = v_0t + \frac{1}{2}gt^2 + y_0$$

La letra  $y$  indica la posición con respecto al punto desde el cual se considera el movimiento, debido a que cotidianamente esta letra representa el eje vertical en un sistema coordinado, que corresponde a la dirección de caída de los cuerpos.

Para el manejo de estas ecuaciones, si la parte positiva del eje  $y$  se considera hacia arriba, la aceleración  $g$  es igual a  $-9,8 \text{ m/s}^2$ , mientras que si consideramos la parte positiva del eje  $y$  hacia abajo la aceleración de la gravedad  $g$  es igual a  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

### \* EJEMPLOS

#### 1. Un objeto se deja caer desde una altura de 5 m. Determinar:

- Las ecuaciones de movimiento.
- El tiempo que tarda en caer el objeto.
- La velocidad antes de tocar el suelo.

#### Solución:

- Para determinar las ecuaciones de movimiento tenemos:

Velocidad:  $v = v_0 + gt$   
 $v = (-9,8 \text{ m/s}^2) t^2$

*Al remplazar el valor de  $g$ ,  $v_0 = 0$  ya que el objeto parte del reposo.*

Posición:  $y = v_0t + \frac{1}{2}gt^2$

$$y = \frac{1}{2}(-9,8 \text{ m/s}^2)t^2 = (-4,9 \text{ m/s}^2)t^2 + 5 \text{ m}$$

*Al remplazar el valor de  $g$ ,  $v_0 = 0$  ya que el objeto parte del reposo a una altura inicial de 5 m.*

- El tiempo que tarda en caer se calcula mediante la ecuación:

$$y = (-4,9 \text{ m/s}^2) t^2 + 5 \text{ m}$$

Por tanto:

$$-5 \text{ m} = (-4,9 \text{ m/s}^2)t^2$$

*Al remplazar  $y = 0$  pues la altura al caer es 0 m.*

Luego,

$$t = 1,0 \text{ s}$$

*Al despejar  $t$  y calcular.*

El tiempo que el objeto tarda en caer es 1,0 s.





c. La velocidad inmediatamente antes de caer se calcula mediante:

$$v = (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot t$$

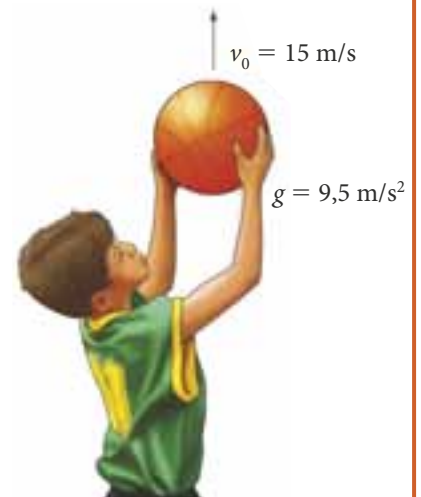
$$v = -9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (1,0 \text{ s}) \quad \text{Al reemplazar}$$

$$v = -9,8 \text{ m/s} \quad \text{Al calcular}$$

La velocidad inmediatamente antes de caer es 9,8 m/s hacia abajo, pues tiene signo menos.

2. Una persona arroja una pelota hacia arriba, con una velocidad inicial de 15 m/s. Determinar:

- Las ecuaciones de movimiento.
- El tiempo en el cual el objeto alcanza el punto más alto de la trayectoria.
- La altura máxima.
- Las gráficas  $x-t$ ,  $v-t$ ,  $a-t$



**Solución:**

a. Las ecuaciones de movimiento son:

Velocidad:  $v = v_0 + gt$

$$v = (15 \text{ m/s}) + (-9,8 \text{ m/s}^2)t \quad \text{Al reemplazar}$$

Posición:  $y = v_0t + \frac{1}{2}gt^2$

$$y = 15 \text{ m/s} \cdot t + \frac{1}{2}(-9,8 \text{ m/s}^2)t^2 \quad \text{Al reemplazar}$$

b. Cuando el cuerpo alcanza la altura máxima la velocidad es igual a cero, entonces:

$$v = 15 \text{ m/s} - (9,8 \text{ m/s}^2)t$$

como  $v = 0$ , tenemos

$$0 = 15 \text{ m/s} - (9,8 \text{ m/s}^2)t$$

Luego,

$$t = 1,5 \text{ s} \quad \text{Al despejar } t \text{ y calcular}$$

c. Reemplazamos el valor del tiempo en:

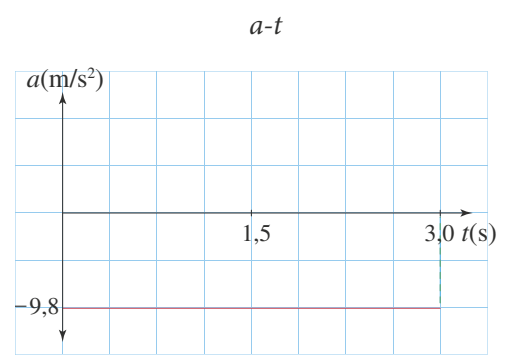
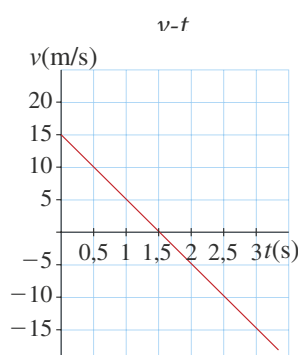
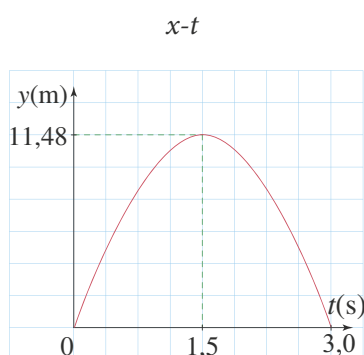
$$y = 15 \text{ m/s} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

$$y = 15 \text{ m/s} \cdot 1,5 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 (1,5)^2$$

$$y = 11,48 \text{ m} \quad \text{Al calcular}$$

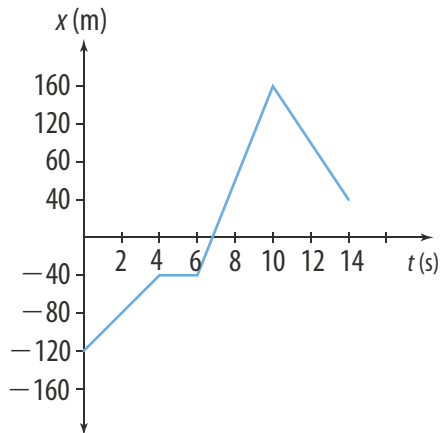
La altura máxima que alcanza la pelota es de 11,48 m.

d. Las gráficas se muestran a continuación:

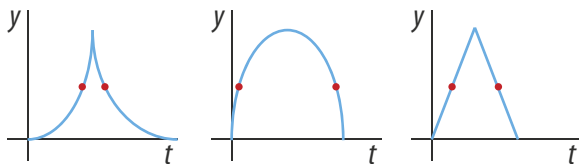


**i** Interpreta

- 1 La siguiente es la gráfica de  $x-t$ , correspondiente al movimiento de un cuerpo que describe una trayectoria rectilínea.



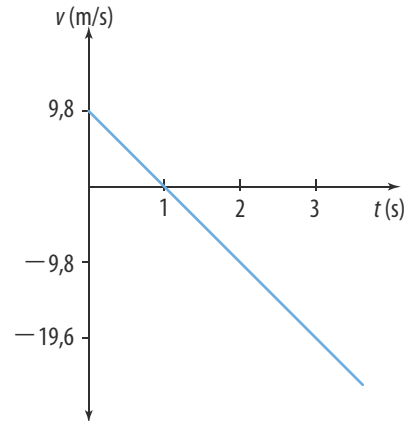
- ¿Cuál es la distancia total recorrida y el desplazamiento total realizado por el cuerpo durante el movimiento?
  - ¿Cómo es el movimiento del cuerpo entre los 4 y los 6 segundos?
  - ¿Cuál es la rapidez media y la velocidad media del cuerpo entre los 4 y los 14 segundos?
  - ¿En qué intervalos de tiempo la velocidad es negativa? ¿Qué significado tiene?
- 2 De las siguientes gráficas cuál representa la posición en función del tiempo para un cuerpo que se mueve verticalmente hacia arriba con velocidad inicial  $v_0$  y regresa al punto de partida.

**u** Argumenta

- 3 Un automóvil parte del reposo y se mueve con una aceleración constante durante 5 s. Determina si las siguientes afirmaciones son ciertas o no son ciertas y explica por qué.
- Durante los dos últimos segundos la velocidad aumenta más rápidamente.
  - La distancia recorrida en los dos primeros segundos es menor que la distancia recorrida en los 2 últimos segundos.

- La gráfica de la velocidad en función del tiempo es una recta ascendente que pasa por el origen.

- 4 La gráfica representa la velocidad de un cuerpo que se lanza verticalmente hacia arriba con una determinada velocidad inicial, desde una altura de 29,4 m con respecto al suelo.

**R**esponde:

- ¿Con qué velocidad fue lanzado el cuerpo?
- ¿En cuánto tiempo alcanzó su altura máxima con respecto al suelo?
- ¿Cuál es su altura máxima con respecto al suelo?
- ¿Cuánto tiempo después de iniciar el descenso su rapidez es nuevamente 9,8 m/s? Justifica tu respuesta.
- ¿Con qué velocidad el cuerpo toca el suelo?

**u** Propone

- 5 Después de explicar que en caída libre todos los cuerpos experimentan la misma aceleración, un profesor pregunta a su clase, ¿si suelto desde una altura de 1,8 m un libro y una hoja de papel, caen los dos al mismo tiempo?

- ¿Qué dirías tú al respecto?
- Si se hace el experimento, ¿qué sucede cuando se dejan caer los dos cuerpos?
- ¿Qué propondrías para que se cumpliera lo explicado por el docente con el libro y la hoja?

- 6 Da un ejemplo de las siguientes situaciones:

- Un cuerpo que se mueva disminuyendo su aceleración pero aumentando su velocidad.
- Un cuerpo que instantáneamente esté en reposo pero su aceleración sea diferente de cero.

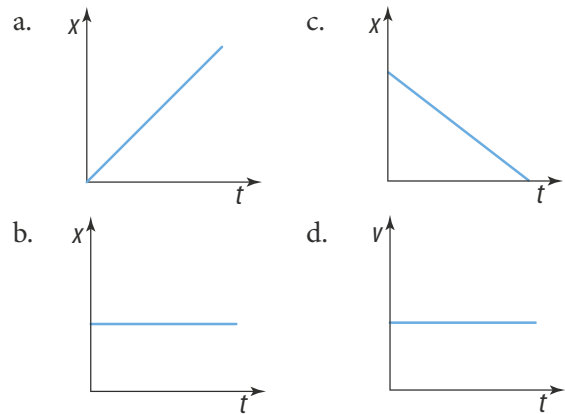


# Actividades

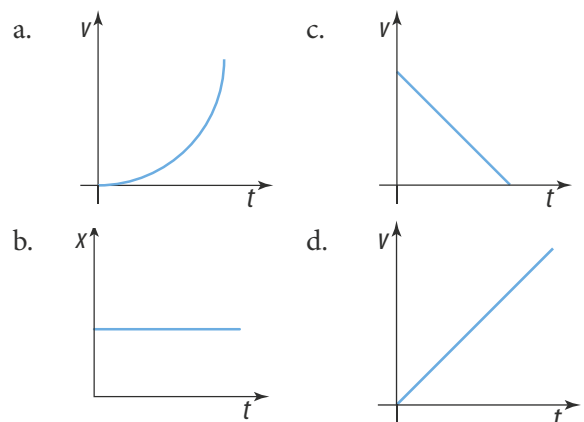


## Verifica conceptos

- 1 Responde. ¿Por qué es importante, para analizar el movimiento de un cuerpo, definir primero un sistema de referencia?
- 2 Responde. ¿Puede un cuerpo moverse y tener una velocidad igual a 0 m/s? Da un ejemplo.
- 3 Da un ejemplo de un movimiento en el que la velocidad y la rapidez tengan el mismo valor.
- 4 Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.
  - Cuando un cuerpo se mueve, el valor de la distancia recorrida es diferente de cero.
  - El desplazamiento de un cuerpo no puede ser negativo.
  - En el movimiento rectilíneo uniforme el cuerpo recorre distancias diferentes en intervalos de tiempos iguales.
  - Un cuerpo que se mueve cambiando su velocidad experimenta una aceleración.
  - En una gráfica de velocidad-tiempo en un movimiento uniforme acelerado, la pendiente representa la aceleración del movimiento.
- 5 Un cuerpo inicia su movimiento para  $t = 0$  s en la posición  $x = 5$  cm, luego alcanza la posición  $x = 23$  cm y finalmente se devuelve a la posición  $x = 17$  cm. Si emplea 15 s en todo el recorrido, ¿cuál es su velocidad media?
- 6 Determina en cuál de las siguientes situaciones la aceleración es  $0 \text{ m/s}^2$ .
  - a. Un paquete en el asiento posterior de un automóvil que parte del reposo.
  - b. Una persona que se ejercita en un caminador a una velocidad de 4 m/s.
  - c. Un niño que se lanza por un rodadero.
  - d. Unas llaves lanzadas hacia abajo desde la ventana de un apartamento.
- 7 Responde. ¿Qué significa que un cuerpo acelera a razón de  $3 \text{ m/s}^2$ ?
- 8 Un colibrí suspendido en el aire, succiona el néctar de una flor durante 5 segundos. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa su posición en función del tiempo?



- 9 Para un objeto que parte del reposo y se mueve con aceleración constante, se cumple que:
  - a. La distancia recorrida es directamente proporcional al tiempo.
  - b. La velocidad en cada instante es directamente proporcional al tiempo transcurrido.
  - c. La velocidad en cada punto es directamente proporcional a la distancia recorrida.
  - d. La velocidad en cada instante es directamente proporcional al cuadrado del tiempo transcurrido.
- 10 La gráfica de la  $v-t$ , para un automóvil que parte del reposo y se mueve con aceleración constante es:



Explica tu respuesta.



## Analiza y resuelve

- 11 Plantea un ejemplo en el que un cuerpo esté en movimiento con respecto a un observador y en reposo con respecto a otro.

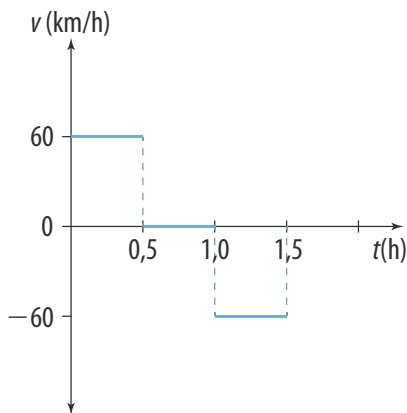


## Actividades

**12** De los siguientes movimientos observados durante un mismo intervalo de tiempo, ¿cuál tiene mayor aceleración y por qué?

- Un ciclista cuya rapidez pasa de 25 m/s a 45 m/s.
- Un automóvil que parte del reposo y alcanza una velocidad de 72 km/h.

**13** La gráfica de  $v-t$  corresponde al movimiento de un automóvil que se desplaza por una carretera recta.



Responde las siguientes preguntas y justifica tus respuestas.

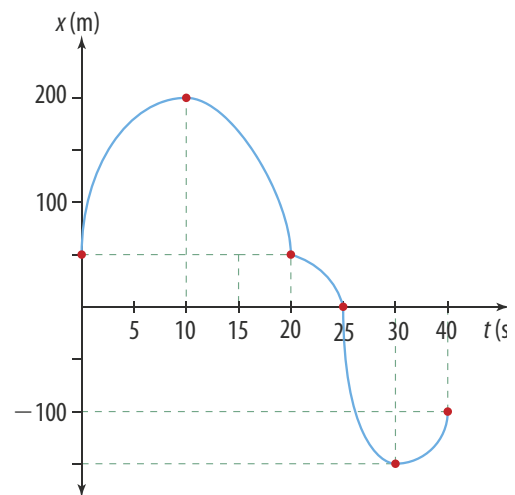
- ¿En qué intervalo o intervalos de tiempo está el automóvil detenido?
- ¿Cuál es la distancia total recorrida por el automóvil?
- ¿En qué intervalo de tiempo está el automóvil regresándose y cuántos metros se devuelve?
- En el intervalo de tiempo de  $t = 0,5$  h a  $t = 1$  h, ¿se encuentra el auto a una distancia de 60 km de su posición inicial?

**17** Un camión parte del reposo y acelera a razón de  $5 \text{ m/s}^2$  durante 10 s. ¿Qué distancia recorre?

**18** Un automóvil parte del reposo y después de recorrer 1,5 km su velocidad es 45 km/h. ¿Cuántos minutos empleó en recorrer los 1,5 km?

**19** Responde. ¿Qué velocidad inicial debe tener un niño en un monopatín para alcanzar una velocidad de 15 km/h en 5 s, si acelera a razón de  $0,8 \text{ m/s}^2$ ?

**20** La gráfica de posición-tiempo corresponde a un cuerpo que se desplaza en una trayectoria rectilínea.



- ¿En algún intervalo de tiempo el cuerpo está quieto? Explique.
- ¿Cuál es la distancia total recorrida?
- ¿En qué intervalos la velocidad es negativa?
- ¿En qué intervalos la velocidad es cero?
- ¿Cuál es la velocidad media entre 0 y 40 segundos?

**21** La siguiente tabla registra la variación de la velocidad en el tiempo de una persona en movimiento.

| $t(\text{s})$   | 4 | 8  | 12 | 16 | 20 |
|-----------------|---|----|----|----|----|
| $v(\text{m/s})$ | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 |

- ¿Cuál es la variación de la velocidad en cada intervalo?
- ¿Cuál es la aceleración media en cada intervalo?
- ¿Es el movimiento uniformemente acelerado? ¿Por qué?

### Problemas básicos

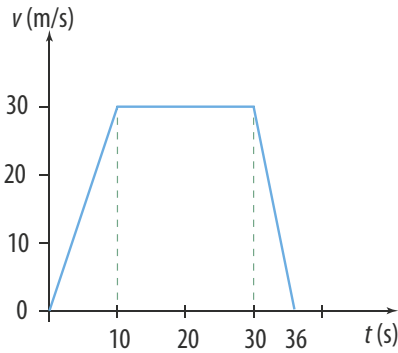
**14** Una patinadora se mueve durante 30 min con velocidad constante de 10 m/s. ¿Qué distancia recorre?

**15** Un atleta recorre una pista de un cuarto de milla en 2 minutos. ¿Cuál es la velocidad del atleta en metros por segundo?

**16** Una ruta escolar realiza un recorrido de 9 km, a una velocidad constante de 21,6 m/s. ¿Cuántas horas emplea en el recorrido?



- 22** La gráfica de velocidad-tiempo corresponde al movimiento de un automóvil que viaja por un camino recto.



- ¿Cuál es la distancia total recorrida por el automóvil?
  - Construye la gráfica de aceleración-tiempo para el movimiento.
- 23** Un peatón que va a cruzar la calle, viene corriendo a 4 m/s cuando observa que el semáforo que está a 2 m, cambia a rojo, entonces disminuye su velocidad y se detiene justo al lado del semáforo.
- ¿Cuál es su aceleración media?
  - ¿En cuánto tiempo se detuvo?
- 24** Un ciclista en una competencia corre con velocidad de 12 m/s, cuando llega a la parte final de la etapa de la carrera y observa la meta a una distancia de 800 m, entonces, acelera a razón de  $0,4 \text{ m/s}^2$ , cruzando la meta en primer lugar; levanta sus brazos y se detiene 20 s después.

- ¿A qué velocidad cruzó la meta?
- ¿Qué distancia recorre después de cruzar la meta?

**Problemas de profundización**

- 25** Se dice que un cuerpo que se mueve a la velocidad del sonido tiene una velocidad de 1 mach. Un avión supersónico que viaja a 3 mach durante 45 minutos, ¿qué distancia recorre?



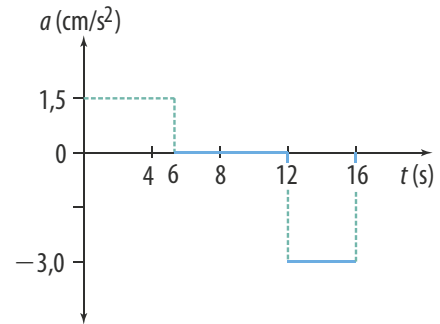
- 26** Dos trenes parten simultáneamente desde una estación A hacia una estación B, con velocidades de 65 km/h y 80 km/h, respectivamente, y uno llega 30 minutos antes que el otro. ¿Qué distancia hay entre A y B?

- 27** En una carrera de relevos de  $4 \times 400 \text{ m}$  hombres, el equipo ganador empleó un tiempo de 3 minutos 40 segundos.

- El primer atleta empleó un minuto y 10 segundos.
- El segundo atleta empleó 1 minuto.
- El tercero y cuarto emplearon 45 minutos respectivamente.

¿Cuál fue la velocidad de cada uno de los atletas?

- 28** La gráfica de aceleración-tiempo corresponde al movimiento de una esfera que parte del reposo y se mueve por un plano horizontal.



- Construye la gráfica de velocidad-tiempo para el movimiento.
- ¿Cuál es la velocidad máxima que alcanza la esfera y en qué instante de tiempo la alcanza?
- ¿Cómo es el movimiento de la esfera en los intervalos de 0 s a 6 s; 6 s a 12 s y 12 s a 16 s?
- ¿Cuál es la distancia total recorrida por la esfera en los 16 s?

- 29** Un joven en una camioneta viaja a 80 km/h cuando ve a una persona que cruza la calle sin mirar. Tarda 0,5 s en reaccionar, aplica los frenos y se detiene 2 s después. Si la persona se encontraba a 30 m de la camioneta cuando el joven la vio, ¿alcanzó a ser atropellada?

- 30** Un motociclista se mueve con aceleración constante de  $2 \text{ m/s}^2$  y recorre 200 m alcanzando una velocidad de 30 m/s.

- ¿Con qué velocidad inicia el recorrido el motociclista?
- ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer los 200 m?



## Actividades



### Verifica conceptos

- 1 Responde. ¿Puede afirmarse que un cuerpo en caída libre, describe un movimiento uniformemente variado? ¿Por qué?
- 2 Responde. ¿El lanzamiento en paracaídas puede considerarse como un movimiento en caída libre? ¿Por qué?
- 3 Desde una altura  $h$  se dejan caer 1 kg de hierro y 1 kg de algodón. ¿Gastan los dos el mismo tiempo en recorrer la altura  $h$ ? Justifica tu respuesta.
- 4 Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.
  - Todos los cuerpos en caída libre experimentan la misma aceleración independientemente de su masa.
  - Cuando un cuerpo cae libremente solo la fuerza de atracción gravitacional actúa sobre él.
  - La velocidad que alcanza un cuerpo en caída libre solo depende de la aceleración de la gravedad.
  - La velocidad final de un cuerpo que cae libremente es cero.
- 5 Un objeto se suelta desde determinada altura y emplea un tiempo  $t$  en caer al suelo. Si se cuadruplica la altura desde la cual se suelta:
  - a. el tiempo en caer se duplica.
  - b. el tiempo en caer se cuadruplica.
  - c. la velocidad al caer se cuadruplica.
  - d. la velocidad al caer se reduce a la mitad.
- 6 Una moneda es lanzada verticalmente hacia arriba. Determina cuál de las siguientes afirmaciones es correcta.
  - a. La velocidad en el punto más alto de la trayectoria es diferente de cero.
  - b. La aceleración que experimenta es mayor de subida que de bajada.
  - c. La velocidad inicial con la que se lanza es la máxima durante el movimiento de subida.
  - d. El tiempo de subida es mayor que el de bajada.



### Analiza y resuelve

- 7 La aceleración de la gravedad en la Luna es la sexta parte la de aceleración de la gravedad de la Tierra ( $g/6$ ). En la Luna se deja caer un cuerpo desde una altura de 5 m.
  - a. ¿Cuánto tiempo tarda en tocar la superficie lunar?
  - b. ¿Es este tiempo seis veces mayor que el tiempo que tardaría en caer en la Tierra? ¿Por qué?
- 8 Un estudiante en una práctica de laboratorio, deja caer un cuerpo desde una altura determinada y utilizando un cronómetro electrónico, mide la distancia recorrida en cada segundo que transcurre. Si en su tabla de datos aparece que en un segundo recorre 5 m y lleva una velocidad de 10 m/s:
  - a. ¿se están tomando correctamente los datos? ¿Por qué?
  - b. ¿cuál es el error relativo para la medición realizada de la distancia recorrida en un segundo?
- 9 Responde. ¿Cómo influye la resistencia del aire en la velocidad de regreso al punto de partida de un objeto que inicialmente se lanza hacia arriba?
- 10 Plantea un ejemplo de un caso en el que sea conveniente considerar la aceleración de la gravedad positiva. Indica los signos de la velocidad cuando ha transcurrido determinado tiempo.



### Problemas básicos

- 11 Desde un edificio de 15 m se deja caer una piedra.
  - a. ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo?
  - b. ¿Cuál es su velocidad un instante antes de tocar el suelo?
- 12 Responde. ¿De qué altura se deja caer un cuerpo que tarda 6 s en tocar el suelo?
- 13 Un niño, de pie en el rodadero de un parque de 2,5 m de altura, deja caer una pelota de caucho, que al rebotar alcanza una velocidad igual al 20% de la que alcanzó al llegar al suelo. ¿Qué altura alcanza la pelota después del rebote?





**14** Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba y alcanza una altura de 2,5 m.

- ¿Con qué velocidad fue lanzada?
- ¿Cuánto tiempo tarda en regresar al punto de donde fue lanzada?

**15** Desde la terraza de un edificio se lanza verticalmente hacia arriba una moneda con una velocidad de 5 m/s. Si llega al suelo 4 s después de ser lanzada:

- ¿a qué altura con respecto al suelo está la terraza del edificio?
- ¿qué altura por encima de la terraza del edificio alcanza la moneda?
- ¿con qué velocidad llega la moneda el suelo?

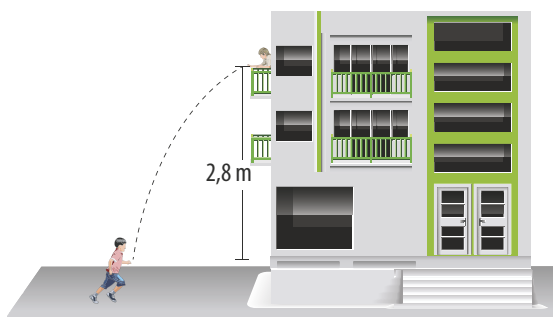


Problemas de profundización

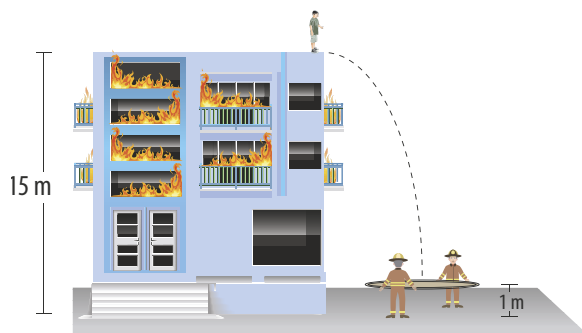
**16** Al salir de su apartamento Juan olvida su billetera y su celular, le timbra a su mamá para que se los lance por la ventana que se encuentra a 15 m de altura. La mamá deja caer primero el celular y 1 segundo después lanza la billetera. Si los dos caen al mismo tiempo en las manos de Juan, que están a 1,5 m del suelo, ¿con qué velocidad lanzó su mamá la billetera?

**17** Camilo avanza con rapidez constante de 3 m/s hacia su casa y antes de llegar silba, para que su hermana María, desde la ventana ubicada en el segundo piso le lance las llaves. Ella saca la mano y deja caer las llaves. Si de la ventana a la altura de la mano de Camilo hay 2,8 m,

- ¿cuánto tiempo antes de que Camilo llegue debajo de la ventana, debe dejar caer las llaves María para que no se caigan al suelo?
- ¿a qué distancia máxima puede estar Camilo de la ventana?



**18** Desde la parte superior de un edificio en llamas, de 15 m de altura, se lanza una persona a una colchoneta de espuma colocada por los bomberos al pie del edificio. Si la colchoneta se sume 35 cm después de que la persona cae sobre ella,



- ¿con qué velocidad toca la persona la colchoneta?
- ¿qué aceleración experimenta la persona mientras está en contacto con la colchoneta?
- ¿cuánto tiempo dura toda la travesía de la persona?

**19** En el pozo de los deseos una pareja lanza hacia abajo una moneda con una velocidad de 1,5 m/s y 2 segundos después escucha el impacto de la moneda en el agua. La rapidez de propagación del sonido es de 340 m/s.

- ¿Qué tiempo emplea la moneda en llegar a la superficie del agua?
- ¿Qué profundidad tiene el pozo hasta la superficie del agua?

**20** María está en la terraza de su casa que se encuentra a 9 m del suelo y Pedro abajo en el andén de la calle. Si María le deja caer a Pedro una pelota y simultáneamente él desde una altura de 1 m sobre el suelo, lanza a María otra hacia arriba con una velocidad de 8 m/s:

- ¿en cuánto tiempo las dos pelotas estarán a la misma altura?
- ¿cuál es el valor de dicha altura?

**21** En un ascensor que se mueve hacia arriba con rapidez constante de 6 m/s, una persona deja caer una moneda de su mano a una altura de 1,2 m con respecto al piso del ascensor. ¿Cuánto tiempo tarda la moneda en llegar al piso del ascensor?



# Movimiento rectilíneo uniforme

En la naturaleza observamos diferentes tipos de movimientos pero nunca nos detenemos a cuestionar las características de estos.

Para reconocer la diferencia entre un movimiento y otro, es indispensable medir tiempos y distancias recorridas por un objeto y analizar los cambios de estas magnitudes. En esta práctica medirás tiempos y distancias para reconocer si es un movimiento rectilíneo uniforme.

## Conocimientos previos

Graficar coordenadas, distancia recorrida, velocidad y tiempo.

## Materiales

- Regla de un metro.
- Un bloque de madera de 5 cm de lado y 10 cm de alto.
- Mesa horizontal.
- Metro.
- Canicas.
- Cronómetro.
- 1 hoja de papel milimetrado.
- Regla de 30 cm.



## Procedimiento

1. Construye un plano inclinado con la regla de un metro y el bloque de madera.
2. Desde el borde inferior del plano inclinado hasta el extremo de la mesa, dibuja marcas separadas a 20 cm.
3. Deja rodar libremente, desde el borde superior del plano inclinado, la canica.
4. Con el cronómetro, toma el tiempo que la esfera emplea en recorrer 20 cm, 40 cm, 60 cm, etc. Para cada distancia, realiza tres veces la medición.
5. Calcula el tiempo promedio entre las tres mediciones.
6. Registra los datos obtenidos en la siguiente tabla.

| Distancia (cm) | Tiempo (s) |
|----------------|------------|
|                |            |
|                |            |
|                |            |
|                |            |
|                |            |
|                |            |

## Análisis de resultados

1. Representa gráficamente los dardos en papel milimetrado. Escribe la distancia recorrida en el eje vertical y el tiempo empleado en el eje horizontal. Luego, traza la gráfica correspondiente.
2. ¿Cuál es la velocidad que alcanza la esfera?
3. ¿La canica se mueve durante todo el intervalo con la misma velocidad? Explica.



## Movimiento vertical

Cuando un cuerpo se deja caer y se desplaza verticalmente con una aceleración constante, hace que su rapidez aumente uniformemente en la medida que transcurre el tiempo de caída. Si se desprecia la resistencia del aire y suponiendo que actúa la aceleración gravitacional de forma constante, entonces, el movimiento es de caída libre.

En esta práctica vas a observar los efectos producidos por la gravedad en algunos objetos.

### Conocimientos previos

Movimiento uniforme variado, aceleración gravitacional y velocidad.

### Materiales

- Una hoja de papel.
- Almohada.
- Libro.
- Tres pelotas de tenis.
- Cuerda.
- Cinta adhesiva.
- Tijeras.



### Experimento 1: Caída libre.

#### Procedimiento

1. Pon la hoja sobre el libro.
2. Sostén el libro horizontalmente a un metro de altura, con una hoja sobre su cara superior.
3. Coloca la almohada en el piso para que proteja la caída del libro.
4. Antes de soltar el libro, trata de adivinar qué pasará con la hoja.

### Experimento 2: Gravedad.

#### Procedimiento

1. Extiende tus brazos sosteniendo una pelota de tenis en cada mano y suéltalas. Observa qué pasa con ellas.
2. Corta un pedazo de cuerda de unos 15 cm y usa cinta adhesiva para fijar un extremo a cada pelota. Así formas un sistema doble.
3. Extiende de nuevo tus manos y sostén con una de ellas la pelota de tenis restante y con la otra, el sistema doble.



#### Análisis de resultados

Responde:

1. ¿Qué sucedió con la hoja y con el libro?
2. ¿Hay alguna diferencia en los dos lanzamientos de las pelotas?  
¿Por qué?

Analiza lo que sucede con cada experimento.





# El primer vehículo robótico

El **Rover Sojourner** es el primer vehículo robótico que fue enviado al planeta Marte en la misión **Mars Pathfinder**.

El vehículo cuenta con 6 ruedas y sus dimensiones son: 65 cm de largo, 45 cm de ancho y 30 cm de altura. Su peso es de 10,6 kg, la máxima velocidad que alcanza es de 1 cm/s y puede desplazarse hasta 500 m desde el **Lander**.

El Rover estaba dotado de un espectrómetro de rayos X alfa protón que fue utilizado para el análisis de la roca Marciana.



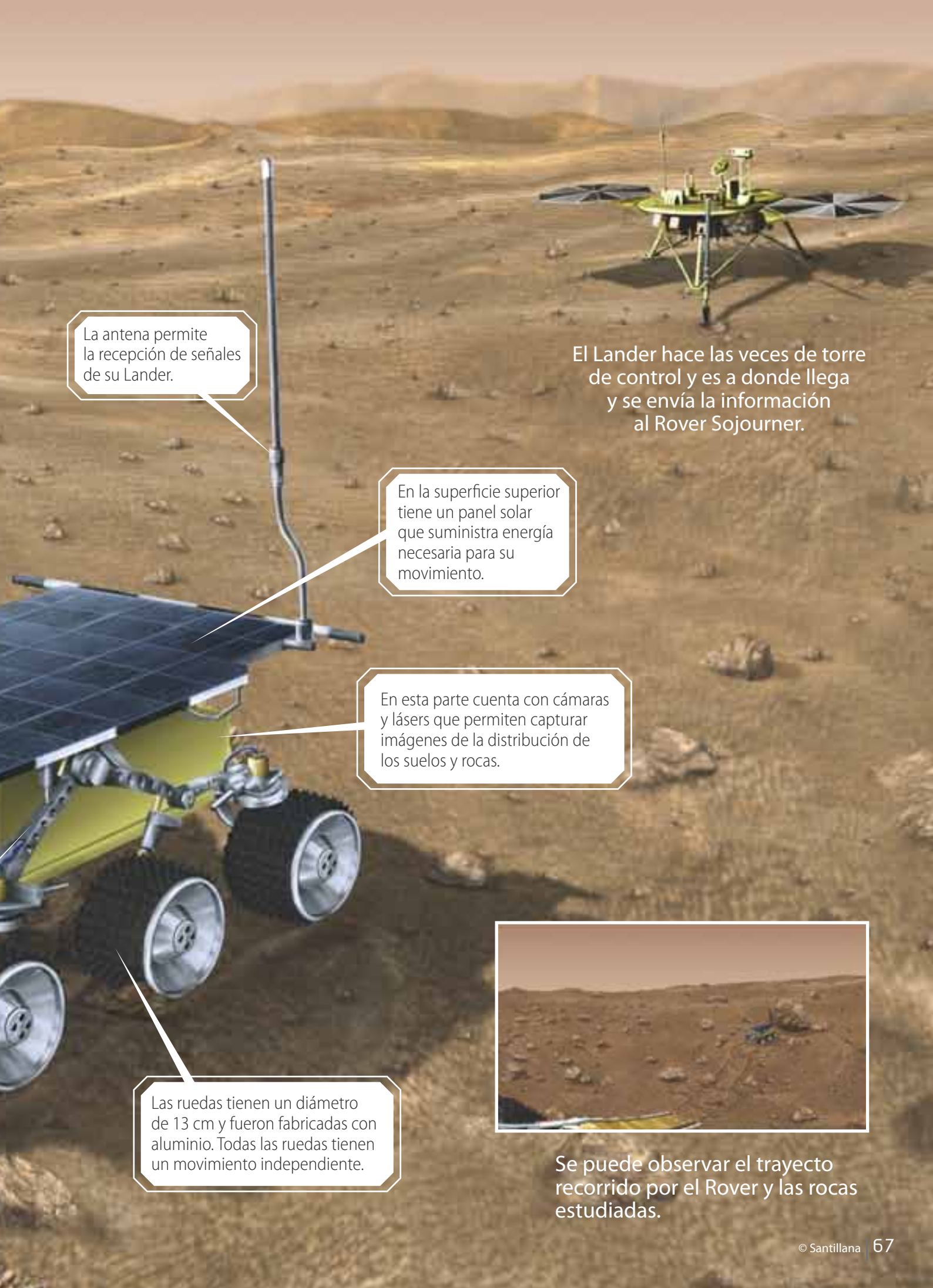
## Mars Pathfinder

Fue una misión a Marte apoyada por Estados Unidos con el fin de explorar el planeta rojo a bajo costo.

Entre la misión se pretendía analizar la atmósfera, el clima y la composición de rocas y el suelo. La misión fue dirigida por el Caltech, Instituto de Tecnología de California.

El contenedor de instrumentos electrónicos cuenta con procesador Intel 80C85 de 8 bits. El contenedor está asistido térmicamente para que el sistema eléctrico resista las extremas condiciones climáticas de Marte.





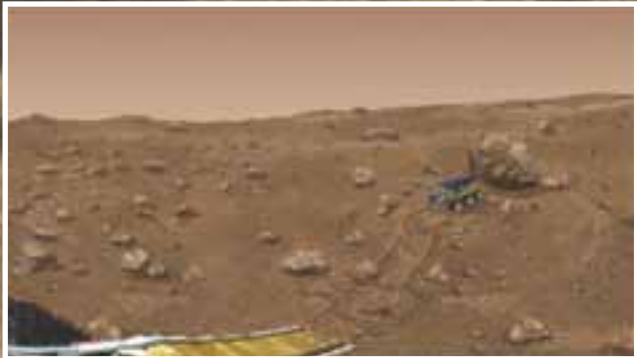
La antena permite la recepción de señales de su Lander.

En la superficie superior tiene un panel solar que suministra energía necesaria para su movimiento.

En esta parte cuenta con cámaras y láseres que permiten capturar imágenes de la distribución de los suelos y rocas.

Las ruedas tienen un diámetro de 13 cm y fueron fabricadas con aluminio. Todas las ruedas tienen un movimiento independiente.

El Lander hace las veces de torre de control y es a donde llega y se envía la información al Rover Sojourner.



Se puede observar el trayecto recorrido por el Rover y las rocas estudiadas.



UNIDAD

# 3

## Movimiento en el plano

### Temas de la unidad

1. Magnitudes vectoriales
2. Movimiento de proyectiles





### ? Para pensar...

La mayoría de los objetos que se encuentran en movimiento no siempre describen trayectorias rectilíneas. Es muy común que se produzcan cambios de dirección al caminar o al movilizarnos en cualquier medio de transporte.

Muchos movimientos se pueden describir con bastante exactitud, a partir del estudio de los movimientos en el plano, como el disparo de proyectiles o el lanzamiento de satélites, cuya trayectoria descrita resulta de la composición de dos movimientos: uno vertical y uno horizontal.

Sin embargo, en el estudio de estos fenómenos, algunas magnitudes no quedan bien definidas si no se conoce hacia dónde están orientadas. Por ejemplo, no es lo mismo dirigirse a 80 km/h hacia la derecha que hacerlo, con la misma rapidez, hacia la izquierda. Por tal razón, es necesario definir su magnitud vectorial, la cual se describe mediante vectores.

En esta unidad, estudiaremos el movimiento de los cuerpos en el plano, su relación con los vectores y la definición vectorial de las magnitudes posición, velocidad y aceleración.

### • Para responder...

- ¿Cuál será la instrucción que da un operador en una torre de control de un aeropuerto para orientar un aviador?
- ¿En qué punto consideras que un balón lanzado hacia la cesta de baloncesto tiene velocidad mínima?
- ¿Cuál es la trayectoria que sigue una persona que intenta atravesar un río nadando en forma perpendicular a la orilla cuando el río corre en cierta dirección?

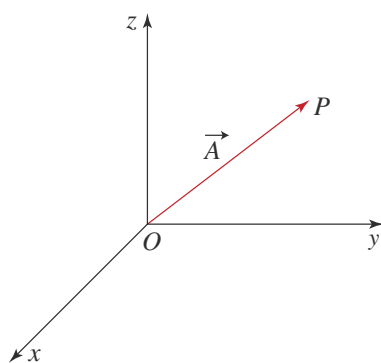


Figura 1. Vector  $A$ , que representa la posición del punto  $P$  con respecto a  $O$ .

# 1. Magnitudes vectoriales

En la unidad anterior vimos que, para describir el movimiento de un objeto, es necesario indicar la posición, el desplazamiento, la velocidad y la aceleración en diferentes instantes. Cuando el movimiento de un objeto se produce en el plano o en el espacio, estas magnitudes se expresan por medio de vectores.

## 1.1 Los vectores

Algunas de las magnitudes que utilizamos para describir los fenómenos sólo requieren un número y una unidad para quedar definidas. Por ejemplo, para indicar la temperatura del cuerpo humano basta con escribir  $37\text{ }^{\circ}\text{C}$ . En este caso, se requiere el número 37 y la unidad  $^{\circ}\text{C}$ . A estas magnitudes, como la masa, la densidad y el tiempo, entre otras, se les llama *magnitudes escalares*.

Otras magnitudes no se pueden representar solamente con un número seguido de una unidad. Por ejemplo, para indicar la velocidad de un avión se debe conocer la rapidez con que se mueve, la cual se describe mediante un número y una unidad, pero también se necesita indicar la dirección del movimiento.

Así, es posible describir la velocidad de un avión como  $800\text{ km/h}$  en dirección  $65^{\circ}$  hacia el noreste, caso en el cual la dirección del movimiento forma un ángulo de  $65^{\circ}$  con la línea oeste-este. De la misma manera, resultaría imposible localizar un punto a partir de otro sin conocer la dirección que se debe seguir. Es muy poco lo que se puede decir de un movimiento sin describir la dirección en que se produce, por esta razón usaremos el concepto de vector para tales descripciones.

### Definición

Un vector es un segmento dirigido cuya longitud es proporcional al valor numérico de la medida que representa. Las magnitudes vectoriales se representan por medio de vectores.

La posición de un objeto con respecto a un punto es una magnitud vectorial.

En la figura 1 se ha trazado un vector  $\vec{A}$  para indicar la posición del punto  $P$  con respecto al punto  $O$ .

La aceleración es una magnitud vectorial pues por ejemplo, la aceleración de la gravedad mide  $9,8\text{ m/s}^2$  y está dirigida hacia abajo. La fuerza, de la cual nos ocuparemos en la siguiente unidad, también es un ejemplo de magnitud vectorial, pues hay diferencia entre aplicar sobre un cuerpo una fuerza hacia la derecha o ejercerla hacia la izquierda.

Todo vector tiene una *norma* y una *dirección*.

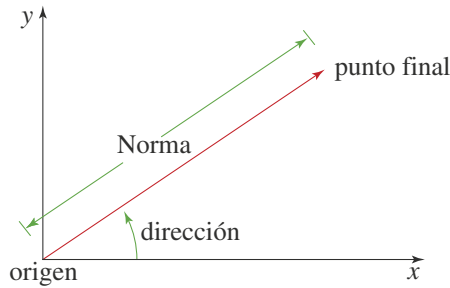
- La **norma** siempre es un número positivo que se expresa en las unidades de la magnitud que representa. Por ejemplo, la norma de la velocidad en el Sistema Internacional de Unidades, se expresa en  $\text{m/s}$  y corresponde a lo que hemos llamado rapidez.
- La **dirección** de un vector está determinada por la dirección de la recta que lo contiene. Por ejemplo, la velocidad en un movimiento rectilíneo, coincide con la dirección de la recta sobre la cual se produce este movimiento.



La dirección está representada por el ángulo que forma el vector con alguna dirección tomada como referencia. En la siguiente gráfica mostramos los elementos mencionados:

- La norma es la longitud del vector.
- La dirección es el ángulo que el vector forma con la parte positiva del eje  $x$ .

Los vectores se denotan simbólicamente con una letra y una flecha sobre la letra. Por ejemplo, la aceleración  $\vec{a}$ , la velocidad  $\vec{v}$ , la posición  $\vec{r}$ . La norma de un vector se representa con la misma letra pero sin flecha o entre barras. Por ejemplo, la norma del vector  $\vec{v}$ , se representa por  $v$  o por  $\|\vec{v}\|$ .



El proceso de medición de una magnitud exige poder compararla con otra de la misma naturaleza. Para ello, se define la igualdad entre vectores.

### Definición

Dos vectores son iguales, si al trasladar uno de ellos manteniendo, constante la norma y la dirección, se puede hacer coincidir con el otro.

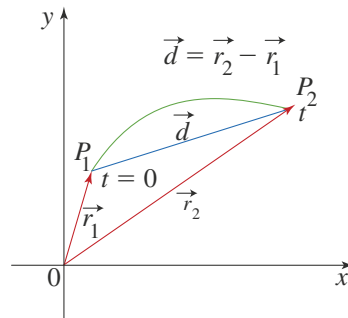
## 1.2 El vector desplazamiento

Consideremos que un cuerpo puntual describe una trayectoria y que este cuerpo en su recorrido pasa por los puntos  $P_1$  y  $P_2$  como se muestra en la gráfica.

Las posiciones en los puntos  $P_1$  y  $P_2$  se representan por los vectores  $\vec{r}_1$  y  $\vec{r}_2$ , respectivamente.

Esta descripción significa que en el tiempo  $t$ :

- el móvil se encuentra en el punto  $P_2$ .
- ha recorrido una distancia a lo largo de la trayectoria descrita desde  $P_1$  hasta  $P_2$ .
- se ha desplazado a partir de la posición inicial  $P_1$  hasta  $P_2$  según el vector  $\vec{d}$ .



### Definición

Se llama vector desplazamiento  $\vec{d} = \Delta r = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$  desde  $P_1$  hasta  $P_2$ , al vector que tiene su origen en la posición inicial  $P_1$  y su punto final coincide con la posición final  $P_2$  del móvil.

## 1.3 El vector velocidad

### 1.3.1 Velocidad media

Para el movimiento rectilíneo hemos definido la velocidad media adquirida por un objeto como  $\vec{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

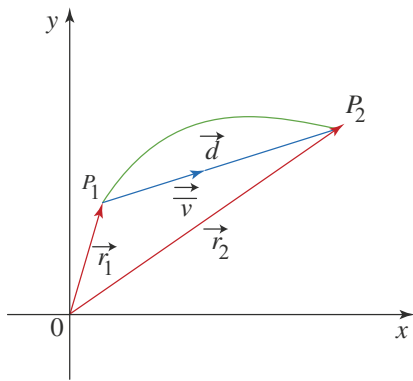


Figura 2. Vector velocidad media entre los puntos  $P_1$  y  $P_2$ .

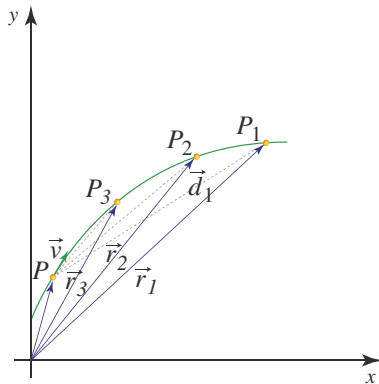


Figura 3. Vector desplazamiento  $d_1$  entre los puntos  $P$  y  $P_1$ .

De manera análoga, como el desplazamiento en el plano se representa por el vector  $\Delta \vec{r}$ , definimos la velocidad media como:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

La dirección del vector velocidad media coincide con la dirección del vector desplazamiento (figura 2).

### 1.3.2 Velocidad instantánea

Supongamos que un cuerpo se traslada desde el punto  $P$  hasta el punto  $P_1$ , en un intervalo de tiempo  $\Delta t_1$ ; en este caso, el vector desplazamiento es  $d_1$  (figura 3). Si tomamos intervalos de tiempo cada vez más cortos, los vectores desplazamiento se van “ciñendo” a la trayectoria. Como la velocidad tiene la misma dirección del desplazamiento, para intervalos de tiempo cada vez más cortos, la velocidad media se aproxima a la velocidad instantánea, cuya dirección es tangente a la trayectoria.

El vector velocidad instantánea tiene las siguientes características:

- Norma. Medida de la velocidad, también llamada rapidez.
- Dirección. La dirección de la velocidad instantánea está determinada por la tangente a la trayectoria en cada punto. La flecha del vector indica la dirección en la cual se produce el movimiento.

Para cada punto de la trayectoria, el vector velocidad instantánea se representa con origen en dicho punto.

## 1.4 Suma gráfica de vectores

Es posible definir operaciones entre vectores. Por ejemplo, la figura 4.

Para ilustrar el significado de la suma de dos vectores, supongamos que un objeto parte del punto  $O$  y se desplaza hasta el punto  $A$  ( $\vec{d}_1$ ). Una vez se encuentra en el punto  $A$ , se desplaza hasta el punto  $B$  ( $\vec{d}_2$ ).

Para determinar el desplazamiento desde el punto  $O$  hasta el punto  $B$ , trazamos un vector con origen en el punto  $O$  y punto final en  $B$ . El vector con punto de partida en  $O$  y punto final en  $B$  es el vector suma  $\vec{d}_1 + \vec{d}_2$  (figura 4).

Para determinar gráficamente la suma de dos vectores se hace coincidir en el punto final de uno de ellos el origen del otro vector, como se muestra en la figura de la izquierda, sin cambiar ni la norma ni la dirección de cada uno; el vector suma se obtiene al unir el origen del primero con el punto final del segundo.

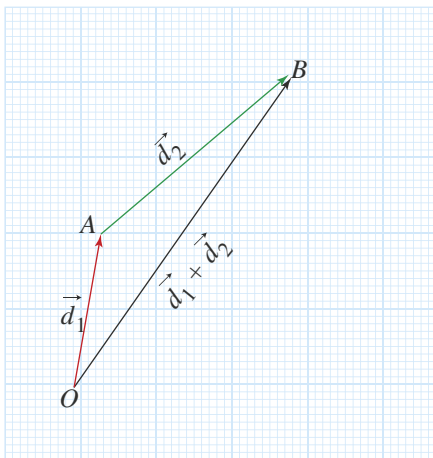
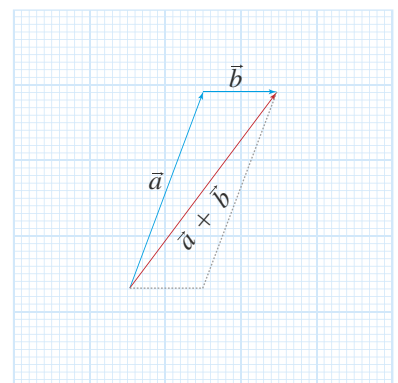
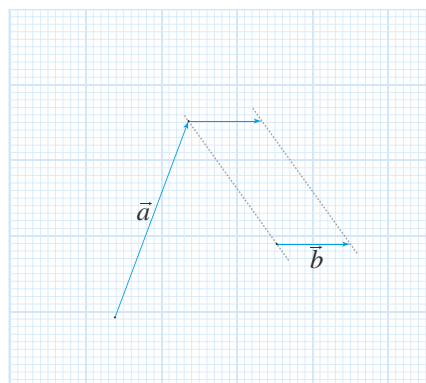


Figura 4. Vector suma, representa el desplazamiento desde  $O$  hasta  $B$ .





Es posible sumar dos vectores que tienen un origen común, por ejemplo, las fuerzas que actúan sobre un objeto. Para aplicar el método que hemos descrito, podemos construir un paralelogramo (figura 5). El vector suma es la diagonal del paralelogramo cuyo origen coincide con el de los dos vectores. A este procedimiento para obtener gráficamente la suma de dos vectores se le llama regla del paralelogramo.

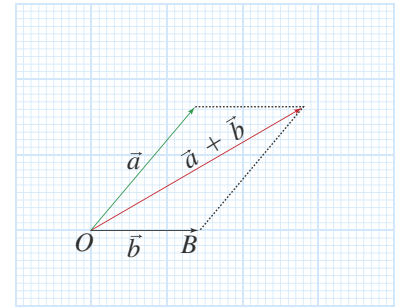
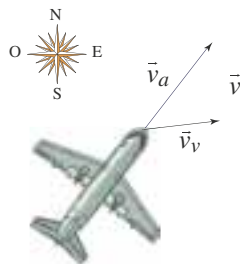


Figura 5. Vector suma de dos vectores con origen común.

### \* EJEMPLO

Cuando no corre viento, un avión se mueve con velocidad  $\vec{v}_a$  como muestra la figura. Si corre viento con velocidad  $\vec{v}_v$ , el movimiento del avión cambia de dirección. Determinar gráficamente la dirección del avión con respecto a la Tierra cuando hay viento con velocidad  $\vec{v}_v$ .



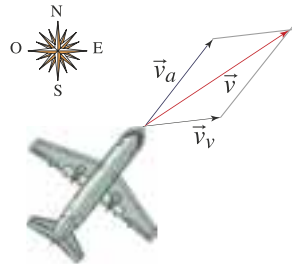
**Solución:**

La velocidad con la cual se mueve el avión con respecto a la Tierra cuando hay viento con velocidad  $\vec{v}_v$  se obtiene sumando los vectores  $\vec{v}_a$  y  $\vec{v}_v$ .

La velocidad  $\vec{v}$  del avión con respecto a la Tierra es

$$\vec{v} = \vec{v}_a + \vec{v}_v$$

Gráficamente se construye el paralelogramo como se muestra en la figura.



**EJERCICIO**

Un avión viaja a 800 km/h en ausencia de viento. En el caso de que hubiera viento que viaja a 100 km/h en la misma dirección, ¿a qué velocidad se mueve el avión con respecto a la Tierra? ¿A qué velocidad viaja el avión con respecto a la Tierra si el viento corre en contra de él?

## 1.5 Composición de movimientos

En la naturaleza es posible observar que los cuerpos se mueven por acción de dos movimientos, tal es el caso de los barcos que navegan en contra de la corriente. Cuando el movimiento de un móvil es el resultado de dos o más movimientos simultáneos, se dice que está sujeto a una composición de movimientos.

El estudio de este fenómeno se fundamenta en el *principio de independencia*, enunciado por Galileo.

**Definición**

**Principio de independencia**

Si un móvil está sometido a dos movimientos, su cambio de posición es independiente de si la ocurrencia de los movimientos se produce de forma sucesiva o de forma simultánea.

Esto significa que si, debido a un movimiento la velocidad es  $\vec{v}_1$  y debido a otro movimiento la velocidad es  $\vec{v}_2$ , la velocidad  $\vec{v}$  del objeto, resultado de la composición de los dos primeros es:

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

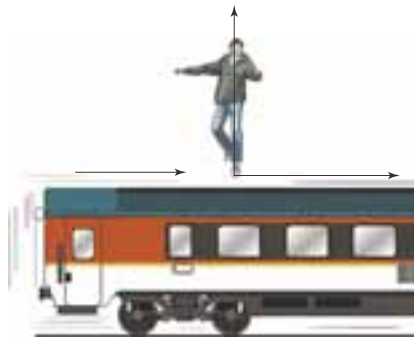


Figura 6. Velocidad de un movimiento que es resultado de la composición de dos movimientos.

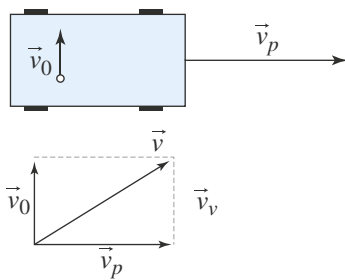


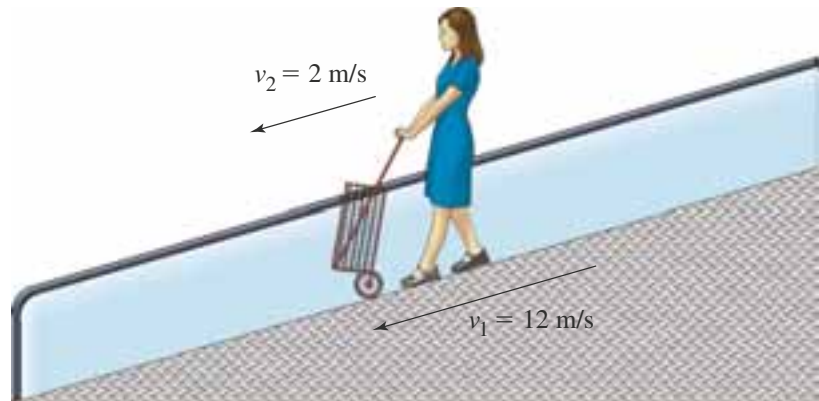
Figura 7. La velocidad  $\vec{v}$  es el resultado de sumar la velocidad  $\vec{v}_p$  de la plataforma y la velocidad  $\vec{v}_0$  de la persona.

En los movimientos uniformes se pueden presentar los siguientes casos:

### Caso 1. Movimientos en el mismo sentido

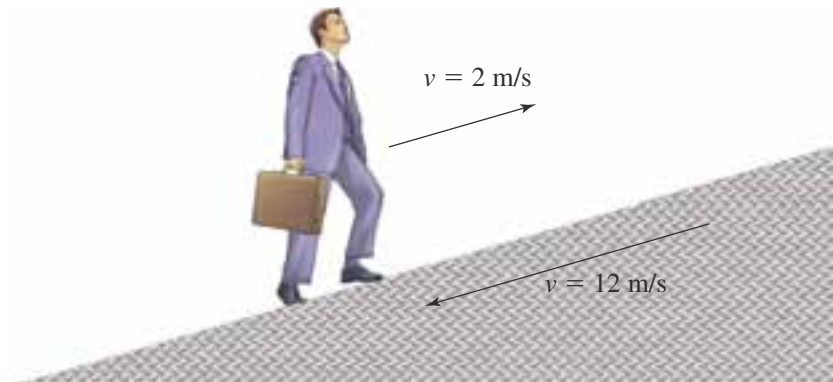
Consideremos una persona que se encuentra sobre una rampa que se mueve con velocidad  $\vec{v}_1$ . Si la persona se mueve en el mismo sentido, y con velocidad  $\vec{v}_2$ , con respecto a la rampa es posible determinar la velocidad de la persona con respecto a un observador en reposo fuera de la rampa. Por ejemplo, si la velocidad de la rampa es 12 m/s y la velocidad de la persona con respecto a la rampa es 2 m/s, con respecto al observador situado fuera de esta, la velocidad que lleva la persona es

$$12 \text{ m/s} + 2 \text{ m/s} = 14 \text{ m/s.}$$



### Caso 2. Movimientos en sentido contrario

Consideremos que la persona se mueve sobre la rampa en sentido contrario al movimiento de esta. Por ejemplo, si la velocidad de la rampa es 12 m/s y la velocidad de la persona con respecto a la rampa es 2 m/s, la velocidad de la persona es  $12 \text{ m/s} - 2 \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$ .



#### HERRAMIENTA MATEMÁTICA

Cuando dos vectores están contenidos en la misma recta, para determinar la norma de la suma se pueden presentar dos casos:

- Si los dos indican en el mismo sentido, se suman las normas y la dirección del vector suma coincide con la de los dos vectores.
- Si los dos vectores indican en sentidos contrarios, se restan las normas y la dirección de la suma coincide con la dirección del vector con mayor norma.

### Caso 3. Composición de movimientos perpendiculares

Si una persona se mueve en dirección perpendicular a la dirección en que se mueve la rampa, el movimiento de la persona con respecto a un observador en la vía resulta de la composición del movimiento de la rampa con velocidad  $\vec{v}_p$  y del movimiento de la persona con respecto a la rampa con velocidad  $\vec{v}_0$ . A la vez que la persona atraviesa la rampa, se mueve lateralmente por la acción del movimiento de esta. La composición de los dos movimientos da lugar al movimiento cuya velocidad  $\vec{v}$  se representa en la figura 6.

La velocidad  $\vec{v}$  que resulta de la composición de los dos movimientos se expresa  $\vec{v} = \vec{v}_p + \vec{v}_0$





## \* EJEMPLO

Una persona se mueve sobre una plataforma en dirección perpendicular a la dirección de esta. Si la velocidad de la plataforma es 12 km/h y la velocidad de la persona es de 2 m/s, determinar la velocidad (norma y dirección) con que la persona se mueve con respecto a la vía.

**Solución:**

Primero se deben expresar todas las magnitudes en las mismas unidades de medida. Así:

$$12 \text{ km/h} = \frac{12 \text{ km}}{\text{h}} \cdot \frac{1.000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3.600 \text{ s}} = 3,3 \text{ m/s}$$

La dirección del movimiento de la plataforma es perpendicular a la dirección del movimiento de la persona. Por tanto, de la gráfica de la situación se puede ver que  $\vec{v}$  es la hipotenusa de un triángulo rectángulo. Así

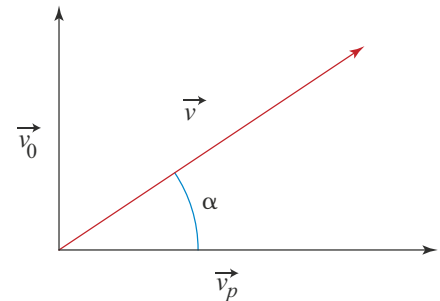
$$v = \sqrt{(3,3 \text{ m/s})^2 + (2 \text{ m/s})^2} = 3,9 \text{ m/s}$$

Para determinar la medida del ángulo  $\alpha$ , tenemos

$$\tan \alpha = \frac{v_0}{v_p} = \frac{2 \text{ m/s}}{3,9 \text{ m/s}} = 0,513 \quad \text{Pues } \tan \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$

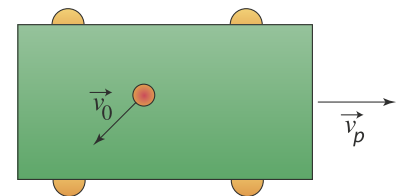
Luego  $\alpha = \tan^{-1} 0,513 = 27,1^\circ$

En conclusión, la persona se desplaza respecto a la vía con una velocidad de 3,9 m/s, en la dirección determinada por el ángulo de  $27,1^\circ$  con respecto a la dirección de movimiento de la plataforma.



## Caso 4. Composición de movimientos uniformes cuyas direcciones forman un ángulo determinado

En la figura 8 (vista superior) se muestra la dirección del movimiento de una persona sobre la plataforma sometida a dos efectos. En primer lugar, se mueve con respecto a la plataforma y, en segundo lugar, la plataforma se mueve con respecto a la vía con velocidad  $\vec{v}_p$ . La persona avanza con respecto a la plataforma, con velocidad  $\vec{v}_0$ , en la dirección señalada. Por medio de la suma de vectores combinamos estos dos efectos. La velocidad  $\vec{v}$  de la persona con respecto a la vía se determina gráficamente, como se muestra en la figura 8.



**Figura 8.** Dirección del movimiento de una persona sometida a dos velocidades (vista superior).

## 1.6 Componentes de un vector

Supongamos que un avión se mueve en la dirección mostrada en la figura 10 de la página siguiente. Su velocidad es el resultado de la composición de dos movimientos, uno en la dirección del eje  $x$  y otro en la dirección del eje  $y$ .

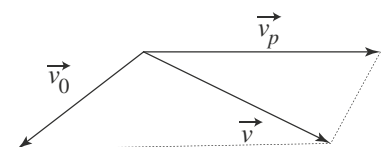
En este caso decimos que la velocidad tiene dos componentes rectangulares, una en cada eje. A la componente sobre el eje  $x$  la llamamos  $v_x$  y a la componente sobre el eje  $y$  la llamamos  $v_y$ .

A partir de las componentes expresamos el vector  $\vec{v}$  como:

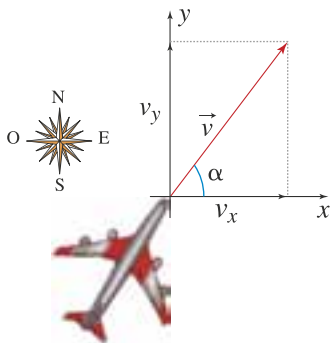
$$\vec{v} = (v_x, v_y)$$

La norma del vector  $\vec{v}$  se relaciona con las componentes por medio del teorema de Pitágoras así:

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$



**Figura 9.** La velocidad  $\vec{v}$  es el resultado de sumar la velocidad  $\vec{v}_p$  de la plataforma y la velocidad  $\vec{v}_0$  de la persona.



**Figura 10.** Vector velocidad de un avión que se mueve bajo la acción de dos velocidades, una horizontal y una vertical.

Las componentes del vector  $\vec{v}$  se relacionan con la norma de  $\vec{v}$  y con el ángulo  $\alpha$  mediante las siguientes expresiones trigonométricas:

$$\cos \alpha = \frac{v_x}{v} \quad \text{sen } \alpha = \frac{v_y}{v}$$

De donde:

$$v_x = v \cdot \cos \alpha$$

$$v_y = v \cdot \text{sen } \alpha$$

### \* EJEMPLO

**Determinar las componentes del vector  $\vec{v}$  cuya norma es 10 cm y forma, con la parte positiva del eje x, un ángulo de  $60^\circ$ .**

**Solución:**

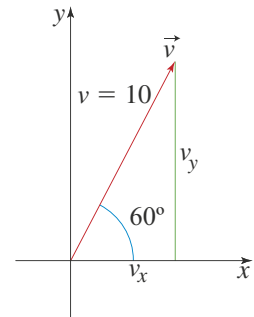
La gráfica de la derecha es una representación de la situación.

Las componentes del vector  $v$  son:

$$v_x = v \cos \alpha = 10 \text{ cm} \cdot \cos 60^\circ = 5 \text{ cm}$$

$$v_y = v \text{sen } \alpha = 10 \text{ cm} \cdot \text{sen } 60^\circ = 8,7 \text{ cm}$$

Por tanto, el vector  $\vec{v}$  se expresa como  $\vec{v} = (5; 8,7)$  con sus componentes medidas en centímetros.

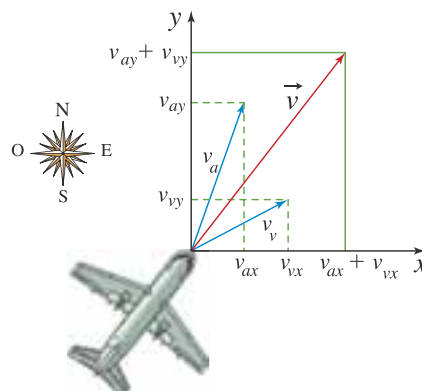


## 1.7 Suma analítica de vectores

Para sumar dos vectores, primero se hallan sus componentes rectangulares y luego, se suman.

### Paso 1. Descomposición de los vectores

Consideremos un avión que se mueve cuando hay viento. Para determinar la velocidad  $\vec{v}$  del avión con respecto a la Tierra, sumamos la velocidad que tendría el avión cuando no corre viento  $\vec{v}_a$  con la velocidad del viento  $\vec{v}_v$ . Ahora resolveremos la situación a partir de las componentes de los vectores velocidad  $\vec{v}_a$  y  $\vec{v}_v$  formando como referencia el plano cartesiano.





La velocidad del avión  $\vec{v}_a$  tiene dos componentes, una sobre el eje  $x$ , a la que llamamos  $v_{ax}$  y otra sobre el eje  $y$ , a la que llamamos  $v_{ay}$ .

Por ende, escribimos el vector velocidad del avión como:

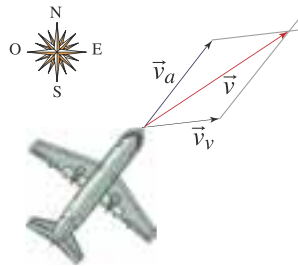
$$\vec{v}_a = (v_{ax}, v_{ay})$$

La velocidad del viento  $\vec{v}_v$  tiene dos componentes  $v_{vx}$  y  $v_{vy}$ , por ende, escribimos el vector velocidad del viento como:

$$\vec{v}_v = (v_{vx}, v_{vy})$$

### Paso 2. Suma de las componentes

A continuación se muestra el vector velocidad,  $\vec{v} = \vec{v}_a + \vec{v}_v$ , del avión con respecto a la Tierra.



Este vector tiene dos componentes una sobre el eje  $x$ ,  $v_x$ , y otra sobre el eje  $y$ ,  $v_y$ . Por ende, escribimos el vector velocidad del avión con respecto a la Tierra como:

$$\vec{v} = (v_x, v_y)$$

Tenemos que las componentes del vector suma  $\vec{v} = \vec{v}_a + \vec{v}_v$  son:

$$v_x = v_{ax} + v_{vx} \quad \text{y} \quad v_y = v_{ay} + v_{vy}$$

La componente en el eje  $x$  del vector suma es igual a la suma de las componentes en el eje  $x$ .

La componente en  $y$  del vector suma es igual a la suma de las componentes en  $y$  de los vectores.

### HERRAMIENTA MATEMÁTICA

Suma analítica de vectores

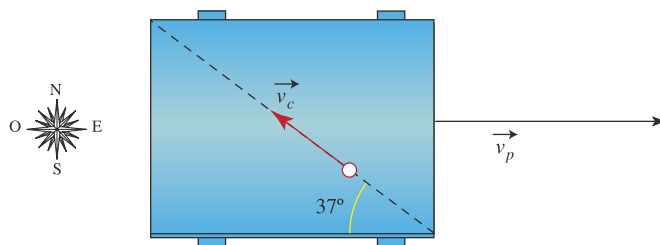
$$\vec{v}_a = (v_{ax}, v_{ay})$$

$$\vec{v}_b = (v_{bx}, v_{by})$$

$$\vec{v}_a + \vec{v}_b = (v_{ax} + v_{bx}, v_{ay} + v_{by})$$

### \* EJEMPLO

Carlos se mueve en línea recta de esquina a esquina de una plataforma en movimiento con velocidad constante de 2 m/s. La velocidad con que se mueve la plataforma es de 5 m/s hacia el este. En la gráfica se representa la situación.



**Determinar:**

- Las componentes del vector velocidad de la plataforma.
- Las componentes del vector velocidad de Carlos con respecto a la plataforma.
- La suma de los vectores velocidad de la plataforma y velocidad de Carlos con respecto a la plataforma.
- La norma y la dirección de la velocidad de Carlos con respecto a la vía.



## \* EJEMPLO

**Solución:**

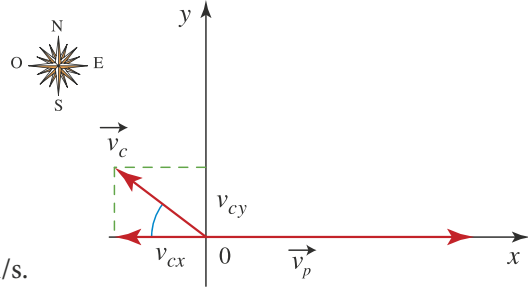
Antes de iniciar con la solución, resulta bastante útil hacer una representación de la situación sobre el plano cartesiano.

- a. Sea  $\vec{v}_p$  el vector velocidad de la plataforma.

Las componentes de  $\vec{v}_p$  se escriben como:

$$v_{px} = 5 \text{ m/s} \quad \text{y} \quad v_{py} = 0$$

Por lo tanto,  $\vec{v}_p = (5, 0)$ , con sus componentes medidas en m/s.



- b. Sea  $\vec{v}_c$  el vector velocidad de Carlos. Las componentes del vector  $\vec{v}_c$  se escriben así:

$$v_{cx} = -v_c \cdot \cos 37^\circ \quad v_{cx} = -2 \text{ m/s} \cdot 0,8 = -1,6 \text{ m/s}$$

$$v_{cy} = v_c \cdot \sin 37^\circ \quad v_{cy} = 2 \text{ m/s} \cdot 0,6 = 1,2 \text{ m/s}$$

Observa que a la componente en  $x$  de la velocidad le asignamos un signo menos, pues este indica la dirección negativa del eje  $x$ .

Así,  $v_c = (-1,6; 1,2)$ , con las componentes medidas en m/s.

- c. La suma de los vectores  $\vec{v}_p$  y  $\vec{v}_c$ , que se representa  $\vec{v}_p + \vec{v}_c$ , se determina sumando las respectivas componentes en  $x$  y en  $y$ . Así:

$$\vec{v}_p = (5; 0)$$

$$\vec{v}_c = (-1,6; 1,2) \quad \text{Las componentes del vector } \vec{v} \text{ están medidas en m/s.}$$

$$\vec{v} = (3,4; 1,2)$$

El vector  $\vec{v} = (3,4; 1,2)$  obtenido representa la velocidad de Carlos con respecto a la vía.

- d. La norma del vector  $\vec{v}$  es:

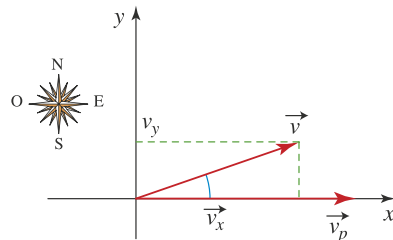
$$v = \sqrt{(3,4 \text{ m/s})^2 + (1,2 \text{ m/s})^2} = 3,6 \text{ m/s}$$

La dirección está dada por el ángulo  $\alpha$  y se determina por la función tangente.

Así:

$$\tan \alpha = \frac{1,2}{3,4} = 0,353 \quad \text{Por tanto, } \alpha = \tan^{-1} 0,353 = 19,4^\circ$$

En conclusión la persona se mueve con respecto a la vía a 3,6 m/s en dirección  $19,4^\circ$  hacia el noreste.



## 2. Movimiento de proyectiles

La trayectoria seguida por un proyectil en su lanzamiento resulta de la composición de dos movimientos, uno vertical y otro horizontal.

### 2.1 El principio de inercia

Cuando damos un empujón repentino a un objeto que está sobre una superficie plana horizontal hecha de cemento, este empieza a moverse y, en algún momento se detiene. Si ahora damos el empujón al mismo objeto sobre una superficie de hielo, podemos observar que antes de detenerse su desplazamiento es mayor con relación al desplazamiento anterior. Cabe preguntarnos, ¿un objeto se puede mover indefinidamente con sólo darle un empujón inicial?



Según la física aristotélica de la antigüedad, se pensaba que en ningún caso, el movimiento de los objetos en la Tierra podría continuar indefinidamente pues este se consideraba de carácter transitorio. En la época de Galileo, se aceptó la tendencia natural del movimiento de un objeto, a menos que fuera interrumpido por la presencia de asperezas en las superficies con las que tuviera contacto, era continuar indefinidamente.

Consideremos el siguiente experimento con dos planos inclinados que se unen por sus extremos como lo muestra la figura 11. Si una esfera se suelta desde cierta altura en uno de los planos, su velocidad se incrementa con aceleración constante hasta llegar a la base del plano y, posteriormente, subirá por el otro plano hasta detenerse en un punto de altura ligeramente menor con respecto a la altura inicial desde la cual se ha soltado en el primer plano.

Al disminuir la inclinación del segundo plano, como muestra la figura 12, el resultado del experimento sigue siendo el mismo. La esfera llega a una altura un poco menor que la altura del punto desde el cual se ha soltado en el primer plano, aún cuando recorre mayor distancia.

Ahora supongamos que el segundo plano se dispone horizontalmente como lo muestra la figura 13 y que su superficie es perfectamente lisa, libre de asperezas, cabe esperar que la bola ruede indefinidamente manteniendo su velocidad constante.

A partir de razonamientos como los presentados en los párrafos precedentes, Galileo enunció el principio de inercia:

**Definición**

*Un cuerpo que se mueve por una superficie plana permanecerá en movimiento en la misma dirección con velocidad constante si nada lo perturba.*

Supongamos que una persona se transporta en un bus que se mueve con velocidad constante. Si lanza una moneda hacia arriba, ¿esta cae de nuevo a sus manos?, ¿cae detrás de ella? o ¿delante de ella?

A continuación se muestra la trayectoria que describiría un observador dentro del bus.

El movimiento descrito por quien lanza la moneda en el bus es el de un objeto que se mueve inicialmente hacia arriba con determinada velocidad hasta que alcanza velocidad cero y entonces, cae.



Figura 11. Movimiento de un cuerpo por dos planos con la misma inclinación.

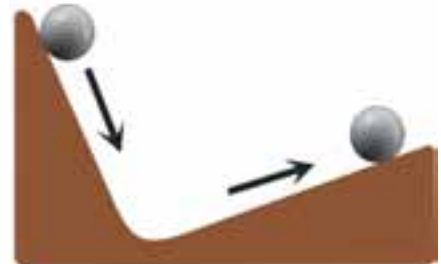


Figura 12. Movimiento de un cuerpo por dos planos con diferente inclinación.

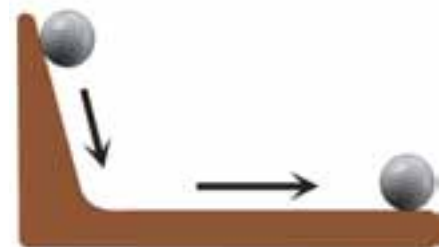
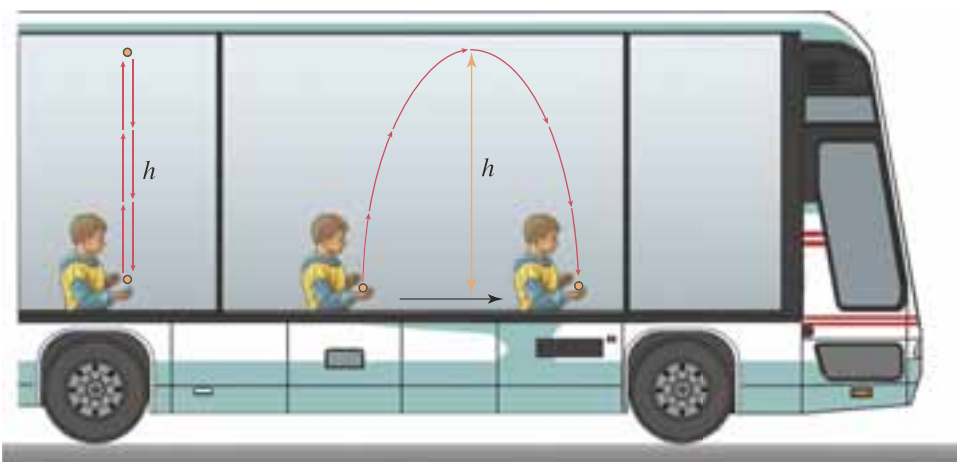


Figura 13. Movimiento de un cuerpo por dos planos, uno inclinado y otro horizontal.





Para analizar lo que vería un observador en la vía, aplicamos el principio de independencia y el principio de inercia. El movimiento de la moneda está compuesto por dos movimientos independientes.

- Uno de ellos corresponde al movimiento vertical de un objeto lanzado hacia arriba que regresa al punto de partida.
- El otro movimiento corresponde al movimiento horizontal con velocidad constante.

### \* EJEMPLO

#### Resuelve la siguiente situación.

Andrés lanza una moneda con velocidad de 2,45 m/s dentro de un bus que se mueve con velocidad de 10 m/s. Determinar:

- El tiempo que emplea la moneda en alcanzar el punto más alto.
- La altura máxima que alcanza la moneda.
- La distancia que recorre el bus mientras la moneda está en el aire.

#### Solución:

Para analizar lo que vería un observador en la vía, aplicamos el principio de independencia y el principio de inercia.

El movimiento de la moneda se compone de dos movimientos independientes.

- Uno corresponde al movimiento vertical de un objeto lanzado hacia arriba que regresa al punto de partida.
  - El otro corresponde al movimiento horizontal con velocidad constante.
- Para determinar el tiempo en que la moneda alcanza el punto más alto, consideremos las características de la situación dentro del bus.

En el punto más alto de la trayectoria, la velocidad de la moneda es cero. Por ende,

$$v = v_0 - gt$$

$$0 = 2,45 \text{ m/s} - 9,8 \text{ m/s}^2 t$$

$$t = 0,25 \text{ s}$$

*Se despeja el tiempo*

El tiempo en que la moneda alcanza la altura máxima es  $t = 0,25 \text{ s}$ .

- La altura que alcanza la moneda se determina mediante la ecuación:

$$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = 2,45 \text{ m/s} \cdot 0,25 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (0,25)^2$$

$$y = 0,30 \text{ m}$$

La altura que alcanza la moneda es 0,30 m.

- La distancia que recorre el bus mientras la moneda alcanza la altura de 0,30 m, se determina con la ecuación para el movimiento uniforme:  $\Delta x = v \cdot t = 10 \text{ m/s} \cdot 0,25 \text{ s} = 2,5 \text{ m}$

La moneda regresa a las manos de Andrés 0,5 segundos después; entre tanto, el bus se desplaza 5 m. Esta medida corresponde al doble de la distancia recorrida por él mientras la moneda asciende.



En la situación planteada en el ejemplo, si el bus está en reposo o se mueve con velocidad constante, la moneda cae en manos de quien la lanzó. El principio de inercia modificó las orientaciones que había acerca del movimiento y entonces se hizo necesario reconocer cierta afinidad entre un objeto en reposo y otro moviéndose en línea recta con velocidad constante.





## 2.2 Lanzamiento horizontal

Llamamos lanzamiento horizontal al movimiento que describe un proyectil cuando se dispara horizontalmente desde cierta altura con velocidad inicial  $v_0$ . Es decir, perpendicularmente a la aceleración de la gravedad  $g$  (figura 14).

Analicemos ahora cuál es la diferencia entre este movimiento de lanzamiento horizontal y el de caída libre que estudiamos en la unidad anterior.

Para analizar este movimiento, supongamos que se lanza una pelota desde la superficie de una mesa en forma horizontal con velocidad  $v_0$  como se muestra a la derecha.

En el caso del lanzamiento horizontal la pelota, al caer, se desplaza horizontalmente. El movimiento se produce en el plano, en dos direcciones: una en el eje  $x$  y la otra en el eje  $y$ . Si bien, a primera vista, la trayectoria de la pelota puede parecer complicada, veremos que el hecho de descomponer el movimiento en estas dos direcciones simplificar notablemente el problema.

### El movimiento horizontal

La figura ilustra que en la dirección horizontal la pelota experimenta desplazamientos iguales en tiempos iguales, es decir, que el movimiento horizontal ocurre con velocidad constante.

Más aún la velocidad con la que avanza la pelota en dirección horizontal coincide con la velocidad con la cual la pelota abandonó la superficie de la mesa. Así, en la dirección horizontal la pelota se mueve siempre con la misma velocidad, es decir, que no hay aceleración, por tanto, el movimiento horizontal es uniforme.

### El movimiento vertical

La figura ilustra que la pelota experimenta desplazamientos cada vez mayores en intervalos iguales de tiempo, es decir, que el movimiento vertical de la pelota se realiza con velocidad variable.

El movimiento vertical de la pelota es igual que el movimiento que describe un objeto en caída libre que se suelta desde el borde de la mesa. Es decir que el movimiento vertical de la pelota es uniformemente acelerado con una aceleración igual a la aceleración de la gravedad.

En la figura hemos proyectado el movimiento de la pelota para cinco intervalos iguales de tiempo.

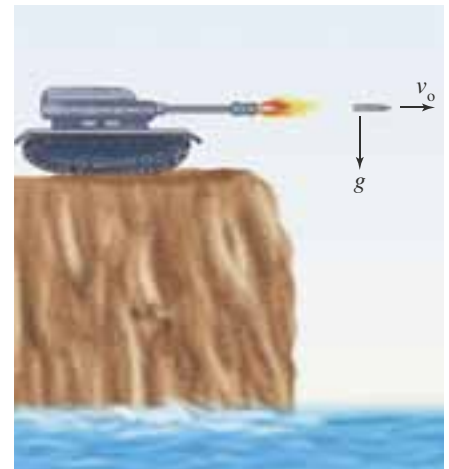
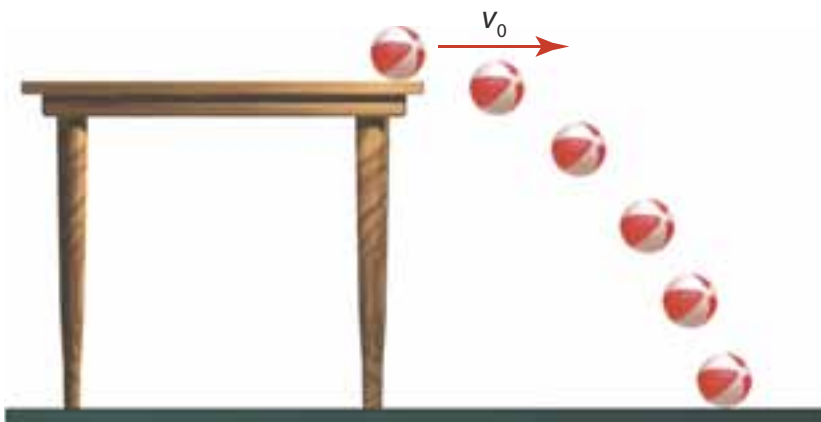
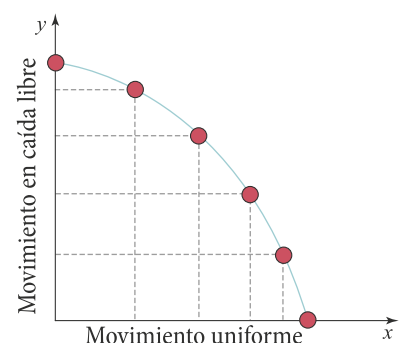


Figura 14. Disparo horizontal de un proyectil.

### EJERCICIO

Imagina que desde el borde de la mesa se lanza horizontalmente una pelota y al tiempo se deja caer otra desde la misma altura. ¿Cuál cae primero al piso? ¿Cuál llega con mayor velocidad?



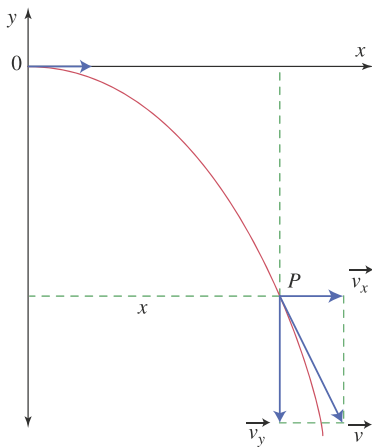


Figura 15. Composición de un movimiento que tiene como sistema de referencia los ejes de coordenadas cartesianas.

En conclusión, el movimiento descrito por un objeto que se lanza horizontalmente, está compuesto por dos movimientos: uno rectilíneo uniforme (en el eje  $x$ ); y otro, rectilíneo uniformemente acelerado (en el eje  $y$ ). La combinación de estos dos movimientos determina la trayectoria que describe el cuerpo.

Para estudiar esta composición de movimientos rectilíneos, elijamos como sistema de referencia el que se forma por dos ejes de coordenadas cartesianas  $x$ - $y$  cuyo origen  $(0, 0)$  se sitúa en el punto de disparo (figura 15).

En cualquier punto de la trayectoria, la velocidad  $\vec{v}$  del objeto tiene por componentes  $v_x$  y  $v_y$ , es decir, que la velocidad es  $\vec{v} = (v_x, v_y)$  y su dirección es tangente a la trayectoria.

Analicemos los dos movimientos, en el eje  $x$  y en el eje  $y$ , para un objeto que se lanza horizontalmente con velocidad  $v_0$  cuando se desprecia la resistencia del aire.

### Movimiento horizontal

En cualquier posición, la componente  $v_x$  de la velocidad del proyectil coincide con la velocidad inicial  $v_0$ .

Es decir,

$$v_x = v_0$$

La coordenada de la posición en el eje  $x$  se expresa como:

$$x = v_0 t$$

### Movimiento vertical

Es un movimiento de caída libre, con velocidad inicial cero.

Para cualquier posición, la componente  $v_y$  de la velocidad del proyectil coincide con la velocidad de caída de un cuerpo que se suelta desde la misma altura.

Por tanto,  $v_y = v_{0y} - gt$  donde  $v_{0y} = 0$ , luego,

$$v_y = -g \cdot t$$

La coordenada de la posición en el eje  $y$  se expresa como:

$$y = v_{0y} t - \frac{1}{2} gt^2$$

como  $v_{0y} = 0$ , tenemos que

$$y = -\frac{1}{2} gt^2$$

Para determinar la forma de la trayectoria seguida por el proyectil, a partir de la expresión  $x = v_0 \cdot t$  obtenemos que  $t = \frac{x}{v_0}$

Al sustituir esta expresión del tiempo se obtiene

$$y = -\frac{1}{2} gt^2 = -\frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{x}{v_0}\right)^2, \text{ luego } y = -\frac{gx^2}{2v_0^2}$$

lo cual corresponde a la parábola como se muestra en la figura 16.

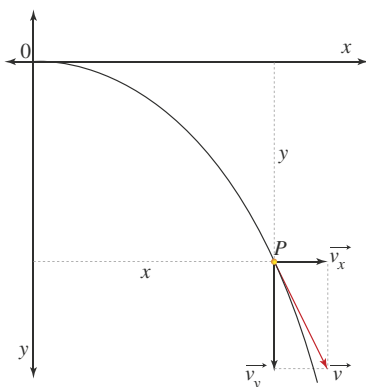


Figura 16. Forma parabólica de la trayectoria del movimiento.



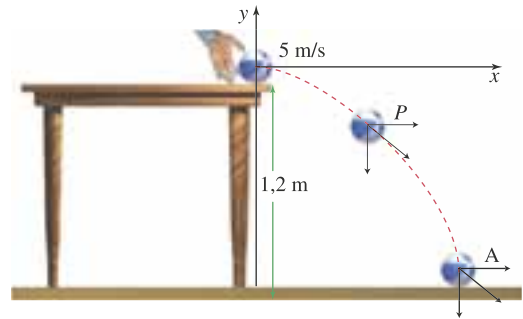
## \* EJEMPLO

Desde la superficie de una mesa de 1,2 m de alto se lanza horizontalmente una pelota, con velocidad inicial de 5 m/s. Determinar:

- La posición de la pelota 0,2 segundos después del lanzamiento.
- La posición de la pelota al chocar con el piso.
- La velocidad de la pelota inmediatamente antes de chocar con el piso.

### Solución:

La situación se puede representar con el dibujo de la derecha.



- Al cabo de 0,2 segundos, las coordenadas de la posición  $P$  son:

$$x = v_0 t = 5 \text{ m/s} \cdot 0,2 \text{ s} = 1 \text{ m}$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 = -\frac{1}{2} (9,8 \text{ m/s}^2) (0,2 \text{ s})^2 = -0,2 \text{ m}$$

La posición a los 0,2 segundos se representa por el vector  $(1, -0,2)$ , con las componentes medidas en metros.

- Al chocar con el piso, la pelota ha empleado un tiempo equivalente al de descenso en caída libre desde la altura de 1,2 m. Así, a partir de la ecuación para  $y$  se obtiene:

$$-1,2 \text{ m} = -\frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2 \quad \text{luego } t = 0,5 \text{ s.}$$

La posición  $A$  al caer al piso, en la dirección de  $y$  es  $y = -1,2 \text{ m}$  y la posición en la dirección de  $x$  se determina mediante la expresión:

$$x = v_0 \cdot t = 5 \text{ m/s} \cdot 0,5 \text{ s} = 2,5 \text{ m}$$

El impacto con el piso ocurre en el punto de coordenadas  $(2,5; -1,2)$ , con las componentes medidas en metros.

- La velocidad en el eje  $x$ , en todos los puntos es  $v_x = 5 \text{ m/s}$  y la velocidad en el eje  $y$  se determina mediante la ecuación.

$$v_y = g \cdot t = -9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,5 \text{ s} = -4,9 \text{ m/s}^2$$

La velocidad al llegar al piso es  $\vec{v} = (5, -4,9)$ , con las componentes medidas en m/s.

La norma de la velocidad es  $v = \sqrt{(5 \text{ m/s})^2 + (-4,9 \text{ m/s})^2} = 7,0 \text{ m/s}$

## 2.3 Movimiento de proyectiles

Supongamos que se lanza un objeto, con velocidad  $v_0$ , que forma con la horizontal un ángulo  $\alpha_0$  (figura 17). La velocidad inicial tiene dos componentes:  $v_{0x}$  y  $v_{0y}$ , las cuales se determinan por:

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha_0$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha_0$$

Al igual que en el lanzamiento horizontal, este movimiento resulta de la composición de dos movimientos: uno vertical, con velocidad  $v_{0y}$ , que corresponde al de un objeto lanzado hacia arriba y que regresa a la tierra, y otro horizontal con velocidad constante  $v_{0x}$  (figura 18).

La aceleración en el movimiento vertical hacia arriba es igual aceleración cuando se dirige hacia abajo. El cuerpo al ascender disminuye la velocidad hasta que por un instante, su velocidad vertical es cero, en el punto más alto, y luego desciende empleando en regresar al nivel desde el que fue lanzado, el mismo tiempo que cuando subió.

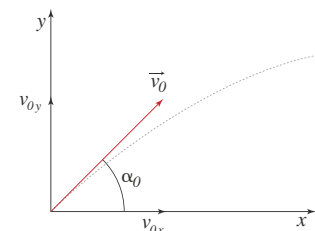


Figura 17. Vector velocidad inicial.

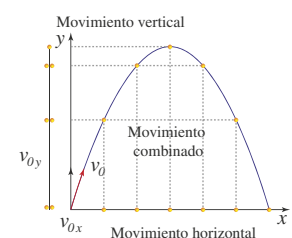


Figura 18. Movimiento parabólico.

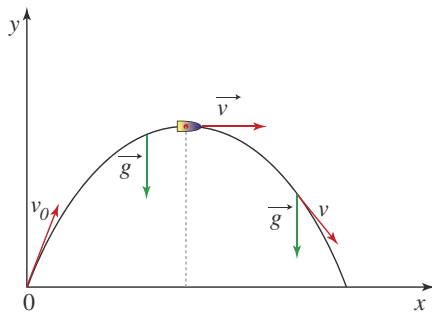


Figura 19. La aceleración solo tiene valor en el eje  $y$ , y es igual a  $g$ .

El movimiento del proyectil es la composición de un movimiento vertical bajo la acción de la aceleración de la gravedad y un movimiento horizontal en el que se realizan desplazamientos iguales en tiempos iguales.

Si se considera el origen, es decir el punto  $(0, 0)$ , en el punto de partida del proyectil, al cabo de determinado tiempo el objeto ocupa la posición  $(x, y)$  y su velocidad es  $v = (v_x, v_y)$ , donde:

$$x = v_x \cdot t$$

$$y = v_{0y} + \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$v_x = v_{0x} = \text{constante}$$

$$v_y = v_{0y} + g \cdot t$$

Puesto que la componente de la velocidad en el eje  $x$  es constante, su valor en cualquier instante es el mismo que en el momento del lanzamiento,  $v_{0x}$ .

La aceleración solo tiene componente en el eje  $y$  que es la aceleración de la gravedad (figura 19).

Como lo hemos dicho, la velocidad de un objeto en cualquier punto de la trayectoria es un vector tangente a la misma.

A partir de las expresiones para  $x$  y para  $y$  es posible determinar la posición del objeto en cualquier instante de tiempo.

Por ejemplo, si se toma el sentido positivo del eje  $y$  hacia arriba, a una posición por debajo del nivel desde el cual se ha lanzado un objeto le corresponde un valor  $y$  y negativo.

## \* EJEMPLOS

Un balón se dispara con velocidad de 15 m/s formando, con la horizontal, un ángulo de  $37^\circ$ .

- Determinar las componentes  $v_{0x}$  y  $v_{0y}$  de la velocidad inicial.
- Calcular los valores de las componentes de la velocidad a los 0,5 s y a los 1,2 s.
- Calcular los valores de las componentes de la posición a los 0,5 s y a los 1,2 s.
- Calcular el tiempo en alcanzar la altura máxima.
- Determinar la altura máxima.
- Calcular la distancia horizontal que alcanza al caer al piso.
- Dibujar la trayectoria y representar el vector velocidad y sus componentes para estos tres casos:
  - en el punto de partida
  - en el punto más alto
  - al cabo de 1,2 s

### Solución:

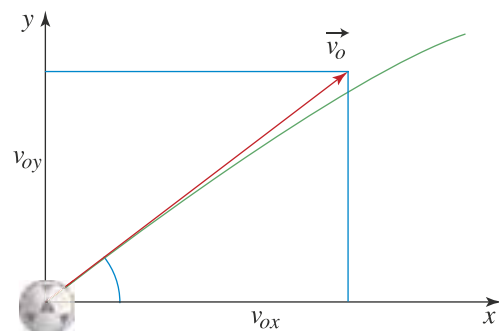
La gráfica muestra una representación de la velocidad inicial.

- Las componentes de la velocidad inicial se calculan mediante:

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha_0 = 15 \text{ m/s} \cdot \cos 37^\circ = 15 \text{ m/s} \cdot 0,8 = 12 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha_0 = 15 \text{ m/s} \cdot \sin 37^\circ = 15 \text{ m/s} \cdot 0,6 = 9 \text{ m/s}$$

El vector velocidad inicial es  $v_0 = (12; 9)$ , cuyas componentes están medidas en m/s.





- b. Al cabo de 0,5 s, la velocidad en el eje  $x$  es constante y su valor es  $v_x = 12$  m/s.

La velocidad en la dirección del eje  $y$  es:

$$v_y = v_{0y} + g \cdot t = 9 \text{ m/s} + (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot 0,5 \text{ s} = 4,1 \text{ m/s}$$

Luego a los 0,5 s la velocidad es  $v = (12; 4,1)$  con las componentes en m/s.

Al cabo de 1,2 s, la velocidad en el eje  $x$  es  $v_x = 12$  m/s y la velocidad en la dirección del eje  $y$  se calcula mediante:

$$v_y = v_{0y} + g \cdot t = 9 \text{ m/s} + (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot 1,2 \text{ s} = -2,8 \text{ m/s}$$

Luego a los 1,2 s la velocidad es  $\vec{v} = (12; -2,8)$  con las componentes en m/s.

- c. La posición al cabo de 0,5 s, se determina mediante:

• En el eje  $x$ :  $x = v_x \cdot t = 12 \text{ m/s} \cdot 0,5 \text{ s} = 6,0 \text{ m}$

• En el eje  $y$ :  $y = v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 9 \text{ m/s} \cdot 0,5 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot (0,5 \text{ s})^2 = 3,3 \text{ m}$

Es decir que a los 0,5 s, ocupa la posición (6; 3,3), con las componentes medidas en metros.

La posición al cabo de 1,2 s, se calcula mediante:

• En el eje  $x$ :  $x = v_x \cdot t = 12 \text{ m/s} \cdot 1,2 \text{ s} = 14,4 \text{ m}$

• En el eje  $y$ :  $y = v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 9 \text{ m/s} \cdot 1,2 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot (1,2 \text{ s})^2 = 3,7 \text{ m}$

Es decir que a los 1,2 s, ocupa la posición (14,4; 3,7) con las componentes medidas en metros.

- d. Para calcular el tiempo en alcanzar la altura máxima, sabemos que en el punto más alto, la componente vertical de la velocidad,  $v_y$ , es cero, por tanto:

$$v_y = v_{0y} + g \cdot t$$

$$0 = 9 \text{ m/s} + (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot t, \text{ de donde, } t = 0,9 \text{ s}$$

El tiempo en alcanzar la altura máxima es 0,9 segundos.

- e. Sabemos que alcanzó la altura máxima en 0,9 s, por tanto, para la altura máxima se tiene:

$$y = v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 9 \text{ m/s} \cdot 0,9 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot (0,9 \text{ s})^2 = 4,1 \text{ m}$$

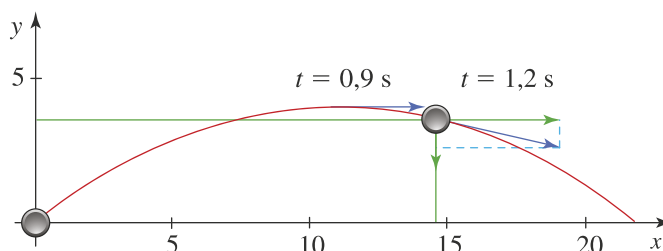
La altura máxima alcanzada por el objeto es 4,1 m.

- f. Como el objeto empleó 0,9 s en alcanzar la altura máxima, podemos concluir que tardó 1,8 s en regresar al nivel desde el cual fue lanzado, por tanto, la distancia horizontal que alcanza al llegar al piso es:

$$x = v_x \cdot t = 12 \text{ m/s} \cdot 1,8 \text{ s} = 21,6 \text{ m.}$$

La posición en el punto más alto es (10,8; 4,1) y en el punto en el cual cayó es (21,6; 0). En ambos casos las componentes se miden en metros.

- g. La trayectoria descrita por el objeto se muestra a continuación:





## Interpreta

1 Representa el vector velocidad resultante en cada uno de los siguientes casos:

- Un atleta que cruza un río nadando hacia la otra orilla a 8 m/s cuando el río corre con una velocidad perpendicular a él de 6 m/s.
- Una golondrina que vuela horizontalmente a 6 m/s mientras que el viento sopla a 2,5 m/s, formándose entre las dos velocidades un ángulo de 50°.

2 La posición que ocupa un cuerpo en diferentes instantes de tiempo se representa por medio de los vectores:

$$t = 0 \text{ s} \quad \vec{r} = (-5, 0)$$

$$t = 1 \text{ s} \quad \vec{r} = (-3, 4)$$

$$t = 2 \text{ s} \quad \vec{r} = (0, 5)$$

$$t = 3 \text{ s} \quad \vec{r} = (3, 4)$$

$$t = 3 \text{ s} \quad \vec{r} = (5, 0)$$

- Ubica cada vector en el plano cartesiano.
- Grafica una posible trayectoria del cuerpo.

3 Dibuja la trayectoria de un proyectil que es lanzado con una velocidad que forma un ángulo con la horizontal de 35°. Sobre ella, dibuja el vector velocidad y el vector aceleración en el punto de salida, en el más alto y, en el punto más bajo de la trayectoria.

4 Un jugador patea una pelota con una velocidad que forma un ángulo con la horizontal. Si la pelota lleva una velocidad horizontal de 2 m/s y cae a 16 m de donde fue lanzada, ¿cuál es la componente vertical de la velocidad de lanzamiento?



## Argumenta

5 Un profesor de física explica a sus estudiantes que la luz se propaga en línea recta. Uno de ellos le pregunta si la luz emitida por el Sol es una magnitud física de carácter vectorial. ¿Qué crees que responderá el profesor? ¿Por qué?

6 Examina las siguientes magnitudes físicas y establece si ellas son vectoriales o escalares; longitud, velocidad, aceleración, temperatura, área y densidad. Justifica tu respuesta.

7 Responde. ¿Puede la componente de un vector ser mayor o igual que su norma? ¿Por qué?

8 Un automóvil parte del reposo hasta alcanzar una velocidad  $v$ , con la que se mueve durante un tiempo  $t$  y finalmente se detiene después de aplicar los frenos. ¿Puede afirmarse que durante todo el movimiento la velocidad y la aceleración tienen la misma dirección?



9 Un proyectil se lanza con velocidad de 10 m/s. Dibuja las trayectorias seguidas si el ángulo de lanzamiento es de 30° y si el ángulo de lanzamiento es de 60°. Realiza los cálculos que consideres pertinentes.



## Propone

10 Da un ejemplo en el que dos cuerpos describan la misma trayectoria pero realicen diferente desplazamiento.

11 Un cuerpo se somete al mismo tiempo a la acción de dos velocidades de diferente norma. ¿Cómo deben ser las direcciones de estas dos velocidades para que el cuerpo se mueva con la máxima velocidad resultante posible? ¿Por qué?

12 Responde. ¿Qué debe hacer el timonel de un barco para que la corriente del río no desvíe su embarcación cuando quiere moverlo en dirección perpendicular a la corriente?

13 Dos automóviles, A y B, se mueven con la misma rapidez en un camino largo y recto, ¿con qué velocidad se mueve el auto B con respecto al auto A?, si:

- se dirigen el uno hacia el otro.
- se alejan el uno del otro.
- se mueven en la misma dirección.

14 Plantea un ejemplo en el que la composición de dos movimientos no dé como resultado un movimiento con trayectoria parabólica.





## Actividades



### Verifica conceptos

- Explica por qué el tiempo transcurrido para un evento determinado no es una magnitud vectorial.
- Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.
  - Toda magnitud vectorial tiene norma y dirección.
  - La norma de un vector representa la longitud del vector.
  - La distancia recorrida por un cuerpo es una magnitud vectorial.
  - Dos vectores con la misma norma no necesariamente son iguales.
  - Todo vector tiene dos componentes que son perpendiculares entre sí.
- Determina cuál de los siguientes valores no puede representar la norma de un vector.
  - 14 m
  - 0 km
  - 8 m/s
  - 250 N
- De las siguientes magnitudes cuál es escalar.
  - El desplazamiento
  - La velocidad
  - El área
  - La aceleración
- La velocidad de un cuerpo es de 25 m/s a  $40^\circ$  hacia el noroeste, dicho vector se representa mediante:
  - $\vec{v} = (-16,05; 19,15)$
  - $\vec{v} = (-19,15; 16,05)$
  - $\vec{v} = (16,05; -19,15)$
  - $\vec{v} = (19,15; -16,05)$
- Responde. ¿Por qué cuando dos automóviles transitan con la misma rapidez paralelos uno del otro en una avenida se dice que sus velocidades son equivalentes?



### Analiza y resuelve

- Un avión vuela una distancia de 620 km, a una velocidad de 800 km/h, con un viento de 65 km/h. Determina el tiempo que emplea el avión en recorrer los 620 km si vuela:
  - con el viento a favor.
  - con el viento en contra.
- Un barco se mueve en un río a favor de la corriente. ¿Puede afirmarse que se mueve a una velocidad mayor que la del río? ¿Por qué?
- Responde. ¿Puede la suma de dos vectores con normas diferentes dar como resultado cero? ¿Por qué?
- Para un atleta que nada en contra de la corriente de un río, ¿puede suceder que en algún caso su velocidad resultante con respecto a la orilla sea cero? ¿Por qué?
- Un orgulloso nadador acostumbrado a atravesar un río, es desafiado a una carrera atravesando una piscina olímpica, reto ante el cual él responde: "He cruzado en tantas oportunidades el río Magdalena con su brioso caudal, que una piscina olímpica no representa un gran reto para mí, tengo confianza en que ganaré". ¿Por qué piensas que el nadador está tan seguro de ganar el reto?



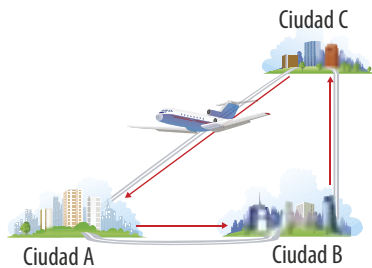
### Problemas básicos

- Un perro que persigue un automóvil recorre 20 m al norte y 30 m al oeste, ¿cuál es la posición final del perro con respecto al punto donde comenzó?
- La mamá de Stella la envía al supermercado con las siguientes indicaciones: caminas 3 cuadras hacia el sur y luego 5 cuadras al este. ¿Cuáles son la norma y la dirección del desplazamiento de Stella?
- Camilo jugando golfito, introduce la pelota en el hoyo en dos lanzamientos. El primero 2 m al sur y el segundo 3,5 m al suroeste a  $45^\circ$ . ¿Qué norma y qué dirección debe tener su lanzamiento para que Camilo haga hoyo en un solo lanzamiento?



## Actividades

- 15 Cuando un pescador rema en su canoa se mueve a una velocidad de 3 m/s. Si va a cruzar el río cuya corriente tiene una velocidad de 1 m/s, ¿con qué velocidad se mueve el pescador con respecto a la orilla del río?
- 16 Un patinador recorre 2,5 km al oeste y luego 4 km al sur. Si el recorrido total lo realiza 45 min:
- ¿con qué rapidez media se mueve el patinador?
  - ¿cuáles son la norma y dirección de su velocidad media?
- 17 Un avión parte de una ciudad A hacia una ciudad B recorriendo 350 km hacia el este. Luego, desde la ciudad B, va a la ciudad C recorriendo 420 km al norte. ¿Qué ubicación debe programar el piloto de la ciudad A, para poder viajar a ella desde la ciudad C?



- 18 Una avioneta se dirige hacia el aeropuerto por el oeste con una velocidad de 200 km/h. Si se presenta un fuerte viento que tiene una velocidad de 48 km/h a  $30^\circ$  al noroeste:
- ¿cuál es la velocidad de la avioneta?
  - ¿hacia qué dirección debe orientarse la avioneta para llegar al aeropuerto y no desviarse?
- 19 Un ciclista recorre 8 km hacia el oeste, luego cambia de dirección. Al final del recorrido se encuentra a 12 km a  $35^\circ$  al noreste. ¿Cuál es la norma y dirección de su segundo desplazamiento?

- 21 Unos niños en una excursión deciden hacer un concurso del tesoro escondido, para lo cual primero deben dibujar el mapa, que tiene las siguientes instrucciones: desde la palmera camine 40 pasos al sur, luego 60 pasos a  $30^\circ$  suroeste, después 50 pasos al norte y finalmente, 30 pasos a  $45^\circ$  al noreste.
- Dibuja el mapa del tesoro.
  - Determina las componentes horizontal y vertical de cada uno de los desplazamientos.
  - Halla gráficamente la posición en la que se encuentra el tesoro con respecto a la palmera.
- 22 Una ruta escolar realiza solo dos paradas en su recorrido después de salir de la estación. La primera a 6 km y  $60^\circ$  al noroeste, donde suben los niños, y la segunda en el colegio que es su destino a 9,5 km y  $40^\circ$  al noreste de la estación. ¿Qué desplazamiento realiza la ruta desde el punto donde se suben los niños hasta el colegio donde estudian?
- 23 Dos atletas parten del mismo punto y se mueven con rapidez de 25 km/h formando entre ellos un ángulo de  $120^\circ$ . Después de 1,5 h:
- ¿a qué distancia está cada uno del punto de partida?
  - ¿qué distancia hay entre los dos?
- 24 Un policía persigue a un ladrón y cuando está a punto de alcanzarlo, este escapa por un atajo recorriendo 300 m hacia el sur y luego 450 m a  $45^\circ$  al sureste. Si el policía se desplaza desde el mismo punto del ladrón 695,3 m, a un ángulo de  $63^\circ$  al sureste, ¿podrá coincidir la posición del policía con la del ladrón?
- 25 Luis rema desde el punto A hasta el punto B en la orilla de un río en el que la velocidad de la corriente es 1 km/h con la corriente a favor y emplea un tiempo de 1 h. Cuando se mueve en contra de la corriente emplea 2 h para ir del punto B al punto A. Determina la velocidad con la cual se mueve el bote en aguas tranquilas.



### Problemas de profundización

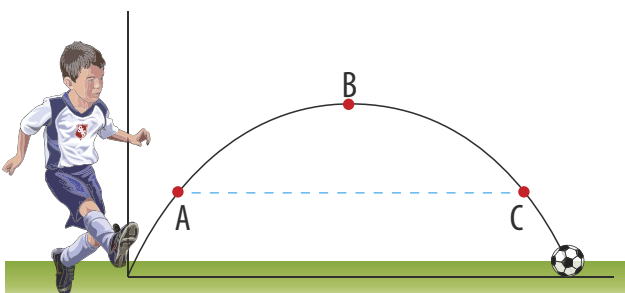
- 20 El piloto de una avioneta debe mantener el rumbo de  $18^\circ$  al noreste para que el avión viaje hacia el este con respecto a la Tierra. La velocidad de la avioneta es 320 km/h y su velocidad con respecto al suelo es de 350 km/h. Determina la velocidad del viento.



**Verifica conceptos**

- 1 Responde. ¿En qué se diferencia el planteamiento hecho por Aristóteles y Galileo con respecto al movimiento de un cuerpo en un plano horizontal?
- 2 Un niño va en su bicicleta y choca contra una piedra. ¿Cómo es su movimiento después del choque? ¿Por qué?
- 3 La trayectoria seguida por un proyectil en su lanzamiento resulta de la composición de dos movimientos, uno vertical y otro horizontal, estos movimientos son respectivamente:
  - a. Rectilíneos uniformes.
  - b. Rectilíneo uniforme y uniformemente acelerado, con aceleración igual a la de la gravedad.
  - c. Uniformemente acelerados.
  - d. Uniformemente acelerado, con aceleración igual a la de la gravedad y rectilíneo uniforme.
- 4 Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.
  - En un lanzamiento horizontal, el movimiento a lo largo del eje  $x$  del cuerpo es rectilíneo uniforme, porque no hay nada que lo perturbe.
  - La posición que ocupa un proyectil durante su movimiento tiene una sola componente que está sobre el eje  $y$ .
  - Para calcular la altura alcanzada por un proyectil en la Tierra es suficiente conocer la velocidad de lanzamiento.
  - La aceleración de un proyectil en el punto más alto de su trayectoria es cero.

Las preguntas 5, 6, 7 y 8 se refieren a la siguiente gráfica, que muestra la trayectoria seguida por un balón que es pateado por un niño, con velocidad  $v_0$  que forma un ángulo  $\alpha$  con la horizontal.



- 5 Responde. ¿Puede afirmarse que el tiempo que tarda el cuerpo en ir del punto A hasta el punto B es el mismo que tarda en ir de B hasta C? ¿Por qué?
- 6 Con respecto a la norma de la aceleración en los puntos A y B es cierto que:
 

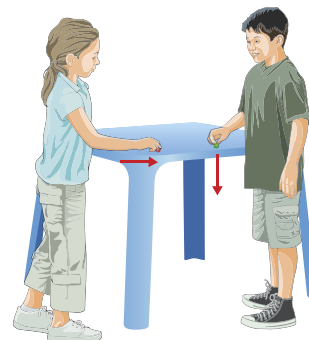
|                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| a. $a_A < a_B$     | c. $a_A = a_B = g$ |
| b. $a_A \cdot a_B$ | d. $a_A = a_B = 0$ |
- 7 En los puntos A, B y C el vector que representa la aceleración es:
 

|    |    |
|----|----|
| a. | c. |
| b. | d. |
- 8 En el punto C de la trayectoria la velocidad está representada por el vector:
 

|                                 |   |
|---------------------------------|---|
| a. $(v_0 \cdot \cos \alpha; 0)$ | c. $(v_0 \cdot \cos \alpha; v_0 \cdot \sin \alpha)$ |
| b. $(0; v_0 \cdot \sin \alpha)$ | d. $(0; 0)$   |

**Analiza y resuelve**

- 9 Dos niños juegan con dos canicas en una mesa, si uno deja caer la canica desde la altura de la mesa y al mismo tiempo el otro niño empuja su canica horizontalmente desde el borde de la mesa,
  - a. ¿cuál de las dos canicas llega primero al suelo? ¿Por qué?
  - b. ¿cuál llega con mayor velocidad al suelo? ¿Por qué?

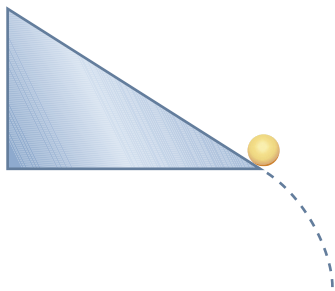


- 10 Responde. ¿Por qué en un partido de fútbol, cuando se cobra un tiro de esquina, suele cobrarse por el aire y no por el suelo?



## Actividades

- 11 Un jugador de baloncesto debe hacer un pase a un compañero que se encuentra al otro lado de la cancha. Si lanza el balón con una velocidad  $v$  formando un ángulo de  $60^\circ$  con la horizontal, ¿obtendrá mayor alcance horizontal que lanzándolo a la misma velocidad  $v$  pero a un ángulo de  $30^\circ$  sobre la horizontal? ¿Por qué?
- 12 Si se desprecia la resistencia del aire, son iguales los alcances de los proyectiles cuyos ángulos de salida son mayores o menores de  $45^\circ$ . ¿Es cierta esta afirmación? ¿Por qué?
- 13 ¿Es correcta la afirmación: “Para que un proyectil tenga su alcance máximo las componentes horizontal y vertical de su velocidad deben ser iguales”? ¿Por qué?
- 14 Para una esfera que rueda por una rampa inclinada y luego se separa de ella, es correcto afirmar que:
- el movimiento durante el tiempo que la esfera está en contacto con la rampa es rectilíneo uniforme.
  - el movimiento de la esfera al separarse de la rampa es una caída libre.
  - la esfera al separarse de la rampa tiene el movimiento de los proyectiles.
  - el movimiento de la esfera al salir de la rampa es un lanzamiento horizontal.



- 15 En el interior de un tren, que se mueve con velocidad constante, una persona lanza verticalmente hacia arriba una manzana. Dibuja la trayectoria que describe la manzana:
- Para la persona que la lanza.
  - Para una persona que está fuera del tren. ¿Son las dos trayectorias iguales o diferentes? ¿Por qué?

- 16 Responde. ¿Qué diferencia existe entre los movimientos hechos por un deportista en una competencia si utiliza el trampolín ajustable o el de cemento que es rígido? Explica tu respuesta.



### Problemas básicos

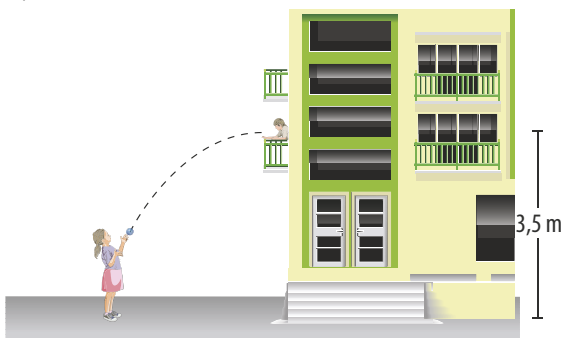
- 17 Desde la terraza de una casa se lanza una pelota con una velocidad horizontal de  $2 \text{ m/s}$ . Si cae al suelo a  $3,5 \text{ m}$  de la base de la casa,
- ¿cuánto tiempo tarda la pelota en tocar el suelo?
  - ¿a qué altura está la terraza?
- 18 Un bebé lanza el tetero con una velocidad horizontal de  $1,5 \text{ m/s}$ , desde su silla-comedor de  $1,2 \text{ m}$  alto.
- ¿Cuánto tiempo tarda el tetero en llegar al suelo?
  - ¿A qué distancia horizontal de la silla-comedor cae el tetero al suelo?
- 19 Un helicóptero, que lleva medicamentos, vuela a una velocidad de  $450 \text{ km/h}$  y a una altura de  $1.200 \text{ m}$ . ¿A qué distancia horizontal, antes de llegar al campamento, donde debe entregar los medicamentos, deberá soltarlos para que caigan justo en el campamento?
- 20 Tratando de bajar de un estante de  $1,8 \text{ m}$  de alto una caja de cereal que contiene un premio, Carlos la empuja horizontalmente haciendo que caiga a  $0,95 \text{ m}$  del estante.
- ¿Con qué velocidad empujó la caja Carlos?
  - ¿Cuánto tiempo tardó la caja de cereal en caer al suelo?
- 21 Un niño parado en la ventana de su casa a  $3,8 \text{ m}$  de altura lanza, con una velocidad horizontal de  $2,2 \text{ m/s}$ , un trompo a su amigo que se encuentra al frente a  $3 \text{ m}$  al pie de su casa.
- ¿Alcanza a caer el trompo a la distancia donde está el amigo?
  - ¿Con qué velocidad debe lanzar el trompo para que llegue hasta su amigo?
- 22 Un arquero lanza desde el suelo una pelota con una velocidad de  $20 \text{ m/s}$  a una elevación de  $50^\circ$ . ¿Cuánto tiempo tarda la pelota en llegar al suelo?



- 23** Desde la cima de una montaña a 45 m del suelo se dispara un proyectil con una velocidad de 110 m/s y un ángulo de elevación de  $25^\circ$ . ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la bala por encima del suelo?

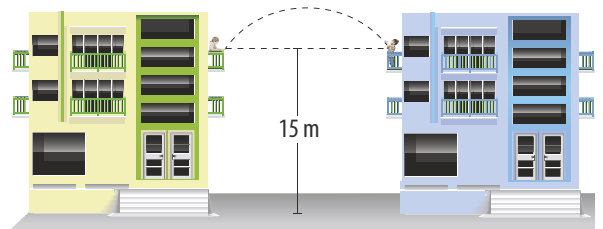
**Problemas de profundización**

- 24** Un jugador de tejo lanza el hierro con un ángulo de  $45^\circ$  sobre la horizontal y cae a un punto situado a 30 del lanzador. ¿Qué velocidad inicial le proporcionó el jugador al tejo?
- 25** Se lanza una moneda al aire formando un ángulo con la horizontal. Cuando se encuentra a 1,5 m del sitio que se lanzó, las componentes de su velocidad son 2,6 m/s en el eje  $x$  y 1,82 m/s en el eje  $y$ .
- ¿Con qué velocidad fue lanzada?
  - ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?
- 26** María se encuentra sentada en el andén a 6 m de distancia al frente de la casa de su amigo Juan, quien le pide le lance la pelota con la que está jugando. Si María lanza la pelota desde el suelo con una velocidad de 6 m/s y una elevación de  $25^\circ$  y Juan se encuentra en su ventana a 3,5 m de altura,
- ¿cuántos metros por encima o por debajo de la ventana de Juan pega la pelota?
  - ¿con qué velocidad debe lanzar la pelota a la misma elevación de la ventana para que llegue justo allí?

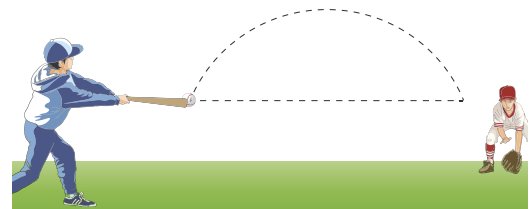


- 27** Desde un restaurante ubicado en la parte superior de un edificio de 25 m de altura, un cliente accidentalmente empuja una mata con una velocidad horizontal de 3 m/s. Después de 1 segundo de caída:
- ¿cuáles son las componentes horizontal y vertical de la velocidad de la mata?
  - ¿cuál es la posición de la mata con respecto al punto de caída?

- 28** Juan lanza horizontalmente desde la ventana de su apartamento que se encuentra a 15 m del suelo, unas llaves a su vecino Camilo que vive en el apartamento del frente a una distancia horizontal de 10 m. Si las llaves alcanzan una altura de 16 m,
- ¿cuánto tiempo están las llaves en el aire?
  - ¿cuáles son las componentes horizontal y vertical de la velocidad con que recibe las llaves Camilo?



- 29** En un partido de béisbol el bateador golpea la pelota a 15 m/s formando un ángulo de  $35^\circ$  sobre la horizontal. Si esta viaja en dirección hacia un jugador que se encuentra a 26 m del bateador, ¿a qué velocidad debe correr el jugador para capturar la pelota justo a la misma altura a la que fue bateada, si inicia su carrera cuando la pelota empieza a caer?



- 30** Desde un acantilado de 15 m de altura se lanza un nadador con una velocidad de 9 m/s formando un ángulo  $15^\circ$  sobre la horizontal.
- ¿Cuánto tiempo dura el nadador en el aire?
  - ¿Cuáles son las componentes horizontal y vertical de su velocidad en el momento de tocar el agua?
  - ¿A qué distancia horizontal de la base del acantilado toca el nadador el agua?
- 31** En un circo, se dispara una bala humana de un cañón con una velocidad de 35 km/h con un ángulo de  $40^\circ$  sobre la horizontal. Si la bala humana abandona el cañón a un metro de distancia del suelo y cae en una red a 2 m sobre la superficie del suelo, ¿qué tiempo permanece en el aire la bala humana?





# Magnitudes vectoriales

Los vectores nos ayudan a describir cantidades que no solo tienen magnitud sino también dirección y sentido. Existen varias cantidades vectoriales como la fuerza, la velocidad o el desplazamiento. En esta práctica vas a descomponer un vector en sus componentes rectangulares utilizando la mesa de fuerzas.

## Conocimientos previos

Ángulos, masa, polea, fuerza, descomposición vectorial y porcentajes.

## Materiales

- Mesa de fuerzas
- Masas de 100 g, 50 g, 20 g y 10 g.
- 3 porta pesas.



## Procedimiento

1. Ubica dos de las poleas, con sus porta pesas, en las posiciones  $0^\circ$  y  $90^\circ$ , respectivamente.
2. Pon en cada porta pesas una masa de 20 g. Observa que el anillo se desliza debido a la acción de las fuerzas.
3. Añade masas a la polea restante y deslízala hasta lograr que el anillo quede centrado sobre la mesa.
4. Escribe los datos obtenidos en la columna “experimental” de la tabla de registro y repite el procedimiento para cada caso.

Tabla de registro

| Caso | Vector (fuerza)                             |   | Resultante (magnitud y dirección) |                     |
|------|---|---|-----------------------------------|---------------------|
|      |   |   | Experimental                      | Análítica           |
| 1    | $f_1 = 20 \text{ g}; \theta_1 = 0^\circ$    | $f_2 = 20 \text{ g}; \theta_2 = 90^\circ$   | $f =$<br>$\theta =$               | $f =$<br>$\theta =$ |
| 2    | $f_1 = 50 \text{ g}; \theta_1 = 0^\circ$    | $f_2 = 40 \text{ g}; \theta_2 = 70^\circ$   | $f =$<br>$\theta =$               | $f =$<br>$\theta =$ |
| 3    | $f_1 = 20 \text{ g}; \theta_1 = 20^\circ$   | $f_2 = 70 \text{ g}; \theta_2 = 60^\circ$   | $f =$<br>$\theta =$               | $f =$<br>$\theta =$ |
| 4    | $f_1 = 50 \text{ g}; \theta_1 = 90^\circ$   | $f_2 = 100 \text{ g}; \theta_2 = 130^\circ$ | $f =$<br>$\theta =$               | $f =$<br>$\theta =$ |
| 5    | $f_1 = 200 \text{ g}; \theta_1 = 60^\circ$  | $f_2 = 50 \text{ g}; \theta_2 = 120^\circ$  | $f =$<br>$\theta =$               | $f =$<br>$\theta =$ |
| 6    | $f_1 = 300 \text{ g}; \theta_1 = 124^\circ$ | $f_2 = 190 \text{ g}; \theta_2 = 97^\circ$  | $f =$<br>$\theta =$               | $f =$<br>$\theta =$ |

5. Determina analíticamente la resultante y escribe los datos obtenidos en la columna “analítica” de la tabla de registro. Ten presente que la resultante es opuesta  $180^\circ$  a la equilibrante.

## Análisis de resultados

1. Representa a escala, en papel milimetrado los vectores registrados en la tabla, trazando la resultante y la equilibrante. A continuación compara los resultados con los obtenidos en las columnas “experimental” y “analítica”.
2. Determina el porcentaje de diferencia entre cada uno de los métodos utilizados.
3. Responde. ¿Podrías mencionar posibles causas de error experimental presentes en esta práctica? ¿Cuáles?





## Descripción de una trayectoria semiparabólica

En el **lanzamiento horizontal**, el movimiento de los objetos se caracteriza porque la componente vertical de la velocidad inicial es igual a cero. Como resultado de la composición del movimiento horizontal, con velocidad constante, y del vertical con aceleración constante e igual a la aceleración de la gravedad,  $g$ , el objeto describe una trayectoria parabólica. En esta práctica nos proponemos describir la trayectoria seguida por un objeto que se lanza horizontalmente y determinar la velocidad con la cual el objeto es lanzado. Además comparamos los resultados obtenidos cuando se lanzan dos esferas de diferente masa.

### Conocimientos previos

Movimiento uniforme, movimiento uniformemente acelerado, trayectoria y velocidad.

### Materiales

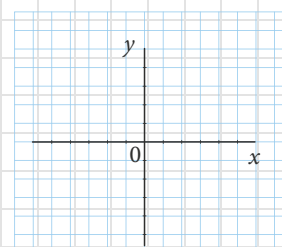
- Rampa inclinada con un último tramo horizontal.
- Tapa plana.
- Dos esferas metálicas (una más liviana que la otra).
- Regla.
- Plomada.
- Papel.
- Papel carbón.



### Procedimiento

1. Fija la rampa de tal manera que su extremo inferior quede a ras con el borde de una mesa.
2. Cubre la tabla con papel carbón y sobre este coloca papel blanco para registrar en él cada impacto de la esfera sobre la tabla.
3. Coloca la tabla en posición vertical, valiéndote de la plomada, justo contra el extremo inferior de la rampa.
4. Suelta la esfera desde el punto más alto de la rampa y deja que golpee la tabla. A este primer punto le asignaremos la posición  $(0, 0)$  del plano cartesiano en el que se dibujará la trayectoria.
5. Desplaza la base de la tabla una distancia de 5 cm, colócala nuevamente en posición vertical y suelta la esfera desde el punto más alto de la rampa para registrar en el papel su impacto contra la tabla.
6. Repite el procedimiento desplazando la tabla 5 cm cada vez, hasta que encuentres que la esfera no golpee contra ella. Siempre debes soltar la esfera desde el mismo punto de la rampa.
7. Registra los datos en una tabla como la que se muestra a continuación y represéntalos en un plano cartesiano.

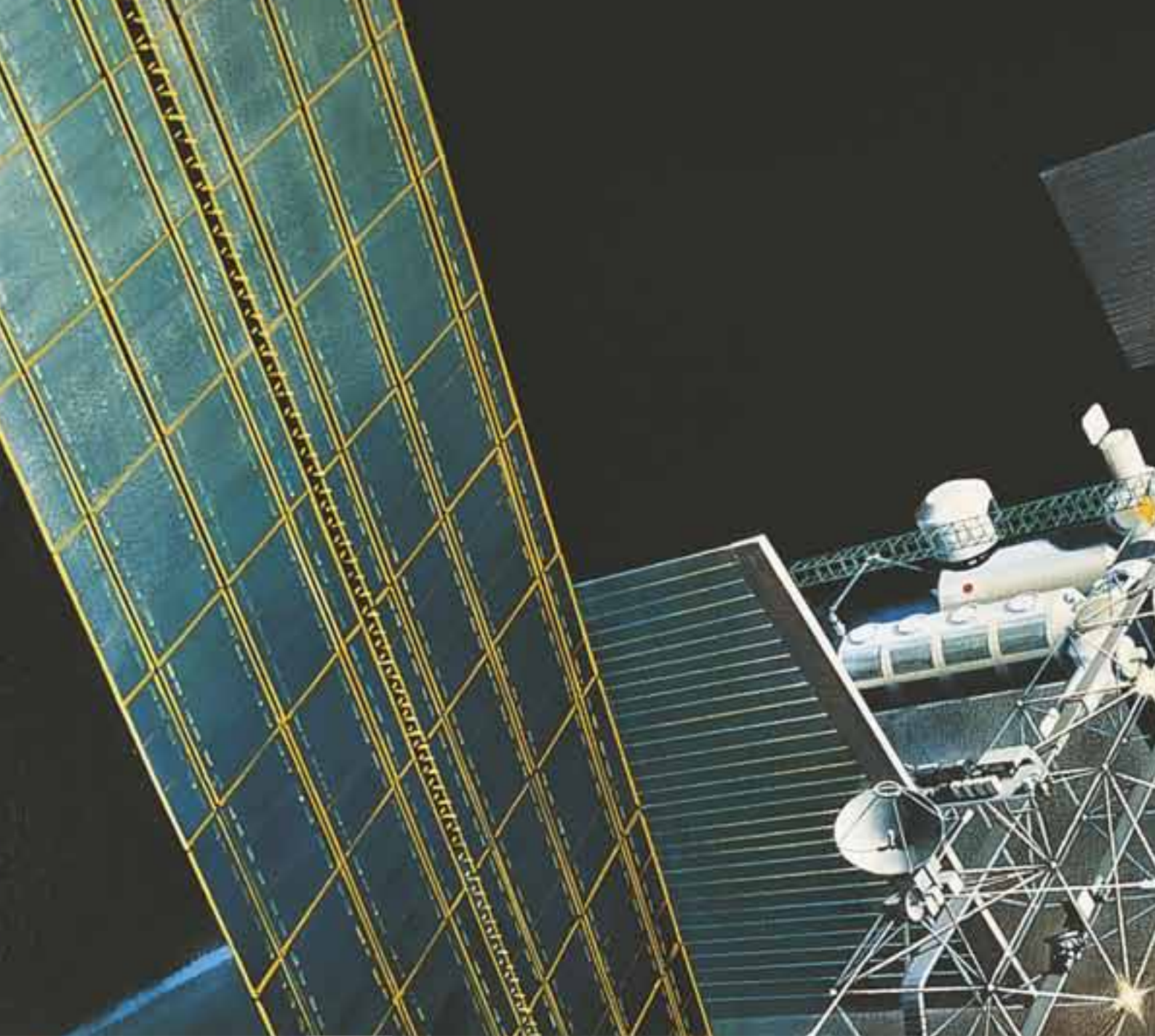
| x (cm) | y (cm) |
|--------|--------|
|        |        |
|        |        |
|        |        |
|        |        |



8. Repite la experiencia con la otra esfera y traza la trayectoria, con otro color, en el mismo plano cartesiano.

### Análisis de resultados

1. Describe las trayectorias seguidas por las esferas.
2. Responde. ¿Encuentras alguna diferencia entre las trayectorias seguidas por las dos esferas?
3. Con las coordenadas del punto en el que una de las esferas cae al suelo, determina la velocidad con la cual esta abandonó el extremo inferior de la rampa.
4. Considera que una de las esferas se suelta desde el borde inferior de la rampa para que caiga verticalmente. ¿Emplearía más, igual o menos tiempo en caer que la esfera del experimento?



# 4

## Las leyes de la dinámica

### Temas de la unidad

1. La fuerza - Primera ley de Newton
2. Ley fundamental de la dinámica - Segunda ley de Newton
3. Acción y reacción - Tercera ley de Newton





### ? Para pensar...

Seguramente alguna vez te habrás preguntado, qué mantiene un edificio en equilibrio, qué hace que un objeto acelere o desacelere, o, cómo es el movimiento de una nave espacial cuando se desplaza por el espacio interplanetario.

Todas las situaciones anteriormente mencionadas nos sugieren la idea de movimiento, cambio de posición o cambio de velocidad de los cuerpos, lo cual puede suceder debido a la acción de factores externos.

Entre estos factores se encuentra la fuerza, la cual no sólo produce cambios en el movimiento de los cuerpos sino que también puede llegar a deformarlos, como ocurre cuando se aplasta una esponja.

A lo largo de esta unidad consideraremos la dinámica, que estudia la relación entre fuerza y movimiento, apoyados en tres grandes principios que fueron enunciados por Isaac Newton y revolucionaron el pensamiento científico de la época en el siglo XVII.

### ● Para responder...

- ¿Crees que un cuerpo puede permanecer en movimiento sin que sobre él actúen fuerzas? Explica.
- ¿Qué fuerzas crees que actúan sobre un cohete cuando se mueve a través del espacio?
- Cuando se da un empujón a una caja y esta se mueve a lo largo de una superficie plana, finalmente se detiene. ¿Cómo explicas esto?



Figura 1. El montacarga ejerce fuerza sobre la caja.

# 1. La fuerza - Primera ley de Newton

## 1.1 Características de las fuerzas

### 1.1.1 Cambios de movimiento

Cuando se empuja un automóvil descompuesto, este se pone en movimiento debido a la acción ejercida sobre él. De igual manera ocurre, cuando un montacargas sube un objeto (figura 1), cuando se empuja el carrito de mercado, cuando se golpea un clavo con un martillo, cuando un jugador de fútbol detiene, patea, o cambia la dirección de la trayectoria de un balón.

Todas estas situaciones nos permiten relacionar la fuerza con una acción que ejerce un cuerpo sobre otro. Sin embargo, la fuerza no está en los objetos en sí, sino en la capacidad que tienen estos de modificar el estado de reposo o de movimiento de otro cuerpo con el cual interactúan.

Las fuerzas pueden causar deformación sobre los objetos o cambiar su estado de movimiento, es decir, aumentar o disminuir su rapidez o cambiar la dirección del movimiento.

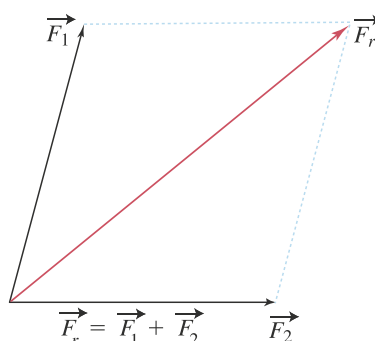
### 1.1.2 Fuerza neta

Todo lo que nos rodea está afectado por alguna fuerza. Por ejemplo, la fuerza de la gravedad actúa en todo instante sobre nuestro cuerpo, sobre nuestros objetos personales, sobre todo lo que está a nuestro alrededor.

Es importante identificar las fuerzas que actúan sobre un cuerpo. En ocasiones, las fuerzas que actúan sobre un cuerpo se contrarrestan entre sí, dando la impresión de no estar presentes. En estos casos se dice que las fuerzas se anulan entre sí.

Para que un cuerpo inicialmente en reposo se ponga en movimiento, se requiere que las fuerzas no se anulen entre sí. Por ejemplo, cuando un automóvil se encuentra estacionado, las fuerzas que actúan sobre él se anulan entre sí, pero cuando el vehículo experimenta la fuerza ejercida por el motor, se pone en movimiento.

Al igual que el desplazamiento, la velocidad y la aceleración, las fuerzas son vectores. Por esta razón, se pueden sumar como se muestra en la figura. A la suma de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo se le llama **fuerza neta**.





### 1.1.3 Efectos de las fuerzas

Además del efecto que tienen las fuerzas de ocasionar cambios en el estado de movimiento o de reposo de los cuerpos, existe otro efecto que también se atribuye a las fuerzas, denominado deformación. Por ejemplo, al aplicar una fuerza a un resorte en uno de sus extremos, se puede observar que el resorte se deforma, de modo que aumenta su longitud natural (figura 2).

La deformación depende del punto en el cual se aplica la fuerza, por ejemplo en el caso del resorte, la longitud de la deformación no será la misma si dicha deformación no se produce en uno de sus extremos sino en el punto medio del resorte.

#### Definición

*Una fuerza es toda acción que puede variar el estado de reposo o de movimiento de un cuerpo o bien, producir deformación sobre él.*

Las fuerzas tienen orígenes muy distintos: la atracción de la Tierra, la fricción entre dos superficies, un fenómeno electromagnético, la fuerza humana, la tensión de una cuerda, entre otras.

Sobre todo cuerpo u objeto, actúan simultáneamente varias fuerzas. La suma de las fuerzas que actúan sobre un objeto recibe el nombre de **fuerza neta**.

Cuando la fuerza neta es cero o nula, el objeto se encuentra en equilibrio. Si la fuerza neta es distinta de cero, no existe equilibrio y por consiguiente la velocidad del objeto cambia.

### 1.1.4 Las unidades de la fuerza

En el Sistema Internacional de Unidades la fuerza se mide en newtons (N). Un newton equivale a la fuerza necesaria para sostener un cuerpo de 102 gramos en la Tierra. Por esta razón, se dice que una fuerza de 1 N equivale a una fuerza de 102,0 gramos-fuerza (g-f).

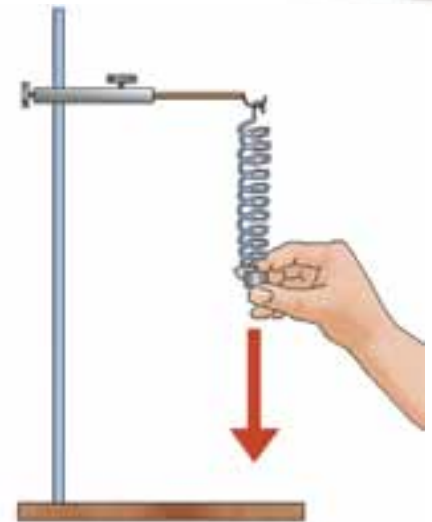
Como lo estudiaremos en el tema 2, un newton también equivale a la medida de la fuerza que se debe ejercer sobre un kilogramo de masa, para ocasionar una aceleración de  $1 \text{ m/s}^2$  en la Tierra.

### 1.1.5 Fuerzas de contacto y a distancia

Cuando se empuja un mueble, cuando se impulsa una bola de tenis por medio de una raqueta, cuando se patear una pelota, cuando se hala una cuerda, o cuando se deforma un objeto, existe un contacto entre el cuerpo que ejerce la fuerza y el cuerpo sobre el cual se le aplica dicha fuerza.

Estas fuerzas que presentan este tipo de condición se denominan de **fuerzas de contacto**.

**Una fuerza de acción a distancia** ocurre cuando no existe contacto directo entre los cuerpos, como es el caso de la fuerza de atracción producida por la Tierra sobre cualquier cuerpo. Por ejemplo, un objeto que se suelta desde cierta altura o se lanza hacia arriba, a lo largo de su recorrido experimenta la fuerza que la Tierra le ejerce, aun sin estar en contacto con ella.



**Figura 2.** La fuerza ejercida por el resorte produce deformación sobre él.





## 1.2 Fuerzas fundamentales

Los nuevos descubrimientos en física han revolucionado la forma de comprender la materia y las fuerzas que determinan su comportamiento. En la búsqueda por encontrar una única fuerza que explique todas las interacciones que ocurren en la naturaleza, se han encontrado cuatro fuerzas fundamentales. Dichas fuerzas explican los fenómenos que no pueden ser atribuidos a otras fuerzas. En la actualidad se consideran como fuerzas fundamentales: la fuerza gravitacional, la fuerza electromagnética, la fuerza nuclear fuerte y la fuerza nuclear débil.

La fuerza gravitacional es la fuerza de atracción que se ejercen mutuamente dos objetos y que afecta a todos los cuerpos. Newton fue el primero en plantear que debido a la fuerza gravitacional los objetos en las cercanías de la Tierra caen con aceleración constante hacia esta y, además, esta fuerza mantiene en movimiento a los planetas alrededor del Sol.

La fuerza electromagnética afecta a los cuerpos eléctricamente cargados, está aplicada en las transformaciones físicas y químicas de átomos y moléculas. Por ejemplo, un electrón cuya carga eléctrica es negativa ejerce fuerza eléctrica de atracción sobre un protón cuya carga es positiva.

La fuerza nuclear fuerte es la fuerza que mantiene unidos los protones con los neutrones para formar los núcleos atómicos. Sin esta fuerza el núcleo no podría existir, ya que la repulsión entre los protones generaría la dispersión de estos.

La fuerza nuclear débil actúa entre partículas elementales. Esta fuerza es la responsable de algunas reacciones nucleares y de una desintegración radiactiva denominada desintegración beta. La vida media del Sol está determinada por las características de esta fuerza.

En la **teoría del todo** iniciada por Einstein, se desarrollan las ecuaciones pretendiendo describir las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza en términos de una sola, esta fuerza tiene todas las propiedades necesarias para que todo sea en efecto como es.

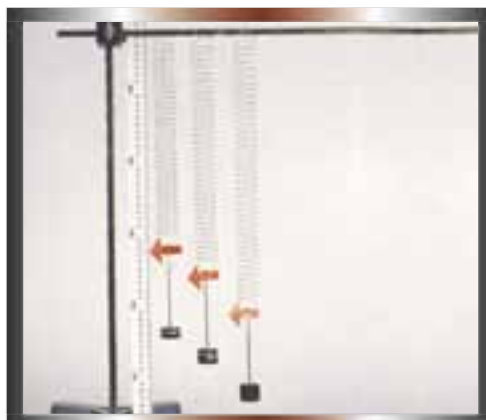
### EJERCICIO

¿Cuál crees que es más intensa al interior del núcleo atómico, la fuerza nuclear entre protones o la fuerza eléctrica entre los mismos?

## 1.3 Medición de las fuerzas - Ley de Hooke

Para determinar la intensidad de una fuerza aplicada sobre un cuerpo, se utiliza un instrumento denominado **dinamómetro**, que consiste en un resorte graduado que al deformarse permite medir el valor de dicha fuerza.

Para explicar el funcionamiento de un dinamómetro, nos basaremos en las propiedades elásticas que tienen algunos materiales. Por ejemplo, si se cuelgan sucesivamente varias pesas del extremo libre de un resorte, se obtienen diferentes variaciones de su longitud con respecto a la longitud natural del resorte, como se observa en la figura.



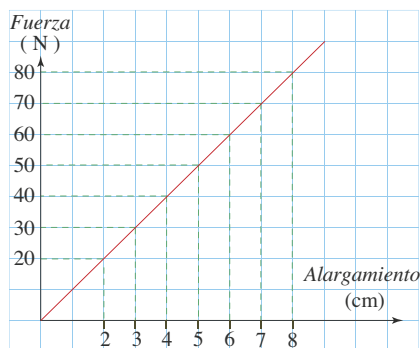


En la siguiente tabla se presentan los datos obtenidos en un experimento como el descrito anteriormente.

Al calcular el cociente entre cada fuerza aplicada y el respectivo alargamiento del resorte, se observa que el valor obtenido es constante.

| Fuerza (N) | Alargamiento (cm) | Cociente (N/cm) |
|------------|-------------------|-----------------|
| 20,0       | 2,0               | 10,0            |
| 30,0       | 3,0               | 10,0            |
| 40,0       | 4,0               | 10,0            |
| 50,0       | 5,0               | 10,0            |
| 60,0       | 6,0               | 10,0            |
| 70,0       | 7,0               | 10,0            |
| 80,0       | 8,0               | 10,0            |

Al representar gráficamente los resultados obtenidos, la gráfica es una recta cuya pendiente es igual al valor de los cocientes.



A partir de los datos de la tabla y de la gráfica se concluye que la fuerza,  $F$ , es directamente proporcional con el alargamiento,  $x$ , del resorte. Esta relación se expresa como:

$$\frac{F}{x} = k$$

donde  $k$  recibe el nombre de constante elástica del resorte. En el ejemplo anterior, la constante elástica corresponde al cociente entre cada fuerza y el respectivo alargamiento calculado, es decir:

$$k = 10 \text{ N/cm} = 1.000 \text{ N/m}$$

Al realizar la misma experiencia con resortes diferentes, se obtiene una relación como la anterior, sin embargo, el valor de la constante elástica  $k$  es distinto para cada uno, ya que esta constante depende de las características del resorte utilizado.

A partir de los resultados anteriormente descritos, se puede enunciar la ley que rige las deformaciones elásticas:

*La longitud de la deformación producida por una fuerza es proporcional a la intensidad de dicha fuerza.*

Esta ley publicada por el físico inglés Robert Hooke en el siglo XVII, se conoce como Ley de Hooke y su expresión matemática es:

$$F = k \cdot x$$

### EJERCICIO

Justifica por qué  
 $10 \text{ N/cm} = 1.000 \text{ N/m}$ .

**\* EJEMPLOS**

1. Se ejerce una fuerza de 200 N sobre un resorte cuya longitud es 20 cm y se observa que la longitud del resorte alcanza un valor de 25 cm. Determinar:

- La constante elástica del resorte.
- El alargamiento si se aplica una fuerza de 300 N.
- La fuerza que se debe aplicar para que el alargamiento sea de 8 cm.
- El valor de la constante del resorte si sobre el mismo resorte se aplica una fuerza de 300 N.

**Solución:**

a. El alargamiento del resorte es:

$$x = 0,25 \text{ m} - 0,20 \text{ m} = 0,05 \text{ m}$$

Para determinar  $k$ , utilizamos la ecuación:

$$F = k \cdot x$$

$$k = \frac{F}{x} \quad \text{Al despejar}$$

$$k = \frac{200 \text{ N}}{0,05 \text{ m}} \quad \text{Al reemplazar}$$

$$k = 4.000 \text{ N/m}$$

La constante elástica del resorte es 4.000 N/m.

b. Para calcular el alargamiento despejamos  $x$  de la ecuación  $F = k \cdot x$ , así:

$$x = \frac{F}{k}$$

$$x = \frac{300 \text{ N}}{4.000 \text{ N/m}} = 0,075 \text{ m} \quad \text{Al reemplazar y calcular}$$

Cuando se aplica una fuerza de 300 N, el alargamiento es 7,5 cm.

c. Si el alargamiento es de 8 cm, se tiene que:

$$F = k \cdot x$$

$$F = 4.000 \text{ N/m} \cdot 0,08 \text{ m} \quad \text{Al reemplazar}$$

$$F = 320 \text{ N} \quad \text{Al calcular}$$

La fuerza aplicada sobre el resorte para que el alargamiento sea 8 cm es 320 N.

d. El valor de la constante del resorte es 4.000 N/m, puesto que este valor es propio del resorte.

2. Tres pasajeros, con una masa total de 210 kg, suben a un vehículo de 1.100 kg comprimiendo los muelles de este 3,0 cm. Considerando que los muelles actúan como un solo resorte, calcular:

- La constante elástica de los muelles del vehículo, si la fuerza aplicada por los tres pasajeros es 2.058 N.
- La longitud,  $x$ , que baja el vehículo si la fuerza aplicada es de 2.744 N.
- La fuerza que se debe aplicar al vehículo para que descienda 6 cm.

**Solución:**

a. Para determinar  $k$ , utilizamos la ecuación:

$$F = k \cdot x$$

$$k = \frac{F}{x} \quad \text{Al despejar } k$$

$$k = \frac{2.058 \text{ N}}{0,03 \text{ m}} \quad \text{Al reemplazar}$$

$$k = 68.600 \text{ N/m} \quad \text{Al calcular}$$

La constante elástica de los muelles del vehículo es 68.600 N/m.

b. Para calcular la longitud que baja del vehículo despejamos  $x$  de la ecuación  $F = k \cdot x$ , así:

$$x = \frac{F}{k}$$

$$x = \frac{2.744 \text{ N}}{68.600 \text{ N/m}} \quad \text{Al reemplazar}$$

$$x = 0,04 \quad \text{Al calcular}$$

Cuando se aplica una fuerza de 2.744 N al vehículo, este desciende 4 cm.

c. Para que el vehículo descienda 6 cm, se tiene que:

$$F = k \cdot x$$

$$F = 68.600 \text{ N/m} \cdot 0,06 \text{ m} \quad \text{Al reemplazar}$$

$$F = 4.116 \text{ N} \quad \text{Al calcular}$$

La fuerza aplicada sobre el vehículo para que descienda 6 cm, es 4.116 N.



## 1.4 La primera ley de Newton

### 1.4.1 El principio de inercia

Todos los cuerpos que nos rodean están sometidos a la acción de una o varias fuerzas, algunas de ellas a distancia y otras de contacto. Sin embargo, existen situaciones en las cuales un cuerpo se encuentra aislado del efecto de otros cuerpos o fuerzas. Por ejemplo, las naves Voyager, enviadas al espacio para explorar otros planetas, en determinados tramos de su trayectoria se encuentran fuera de la influencia de cualquier otro cuerpo y, por lo tanto, se mueven con velocidad constante. También, si en algún momento un cuerpo se encuentra en reposo, fuera de la influencia de cualquier otro cuerpo, debe permanecer en reposo. El movimiento con velocidad constante y el reposo se consideran estados equivalentes.

En la primera ley, denominada el principio de inercia, Newton establece la relación entre las fuerzas que actúan sobre un cuerpo y el tipo de movimiento que dicho cuerpo describe. El principio de inercia establece que:

*Todo cuerpo permanece en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme si no actúa ninguna fuerza sobre él o si la fuerza neta que actúa sobre él es nula.*

Observemos que la primera parte del principio de inercia se refiere a los cuerpos que se encuentran en reposo, y establece que sobre ellos no actúa fuerza alguna o que la suma de las fuerzas que actúan sobre ellos es nula. La segunda parte del principio de inercia establece que, si un cuerpo se mueve con velocidad constante en línea recta, entonces no actúan fuerzas sobre él o la fuerza neta es igual a cero.

La experiencia cotidiana muestra que un cuerpo que describe un movimiento rectilíneo se detiene luego de recorrer cierta distancia. Este hecho se debe a la interacción con el medio material sobre el cual se mueve, el cual se opone al deslizamiento del objeto. Si esto no existiera, un objeto que describe un movimiento rectilíneo continuaría moviéndose indefinidamente con velocidad constante. Por ejemplo, en las mesas de aire, se pone un disco sobre una superficie con agujeros por los que se expulsa aire, con lo cual se disminuye la fuerza de contacto y se permite un libre desplazamiento del disco sobre la mesa.

Los ejemplos, que hemos considerado, ilustran cómo los cuerpos tienen la tendencia a conservar su estado de movimiento o de reposo: un cuerpo en reposo parece oponer resistencia a ponerse en movimiento y un cuerpo en movimiento opone resistencia a detenerse. Esta tendencia a no cambiar su estado de movimiento se conoce con el nombre de **inercia**.



**Isaac Newton.** Físico inglés, realizó estudios sobre el movimiento de los cuerpos, y planteó las leyes del movimiento.





Figura 3. El piloto de un avión experimenta fuerzas ficticias.

## 1.4.2 Sistemas de referencia inerciales

Consideremos un piloto de avión de acrobacias que se desplaza con velocidad constante describiendo una trayectoria rectilínea. Si no hay turbulencia, el piloto tiene la impresión de estar en reposo, y de hecho lo está con respecto a los asientos o las paredes del avión.

Ahora bien, si el avión disminuye su velocidad o toma una curva, el piloto siente la tendencia a moverse hacia delante o hacia un lado, respectivamente. En ambos casos el piloto ve modificado su estado de reposo sin que aparentemente se haya ejercido sobre él una fuerza externa que explique el fenómeno. Desde la interpretación del piloto, debe actuar una fuerza y de hecho parece experimentarla.

La fuerza extraña, que experimenta el piloto cuando el avión disminuye su velocidad o toma una curva es consecuencia del cambio en la velocidad del avión. Estas fuerzas, denominadas **fuerzas ficticias**, aparecen en sistemas de referencia que no mantienen la velocidad constante y suelen manifestarse con sensaciones estomacales como las que tenemos en un ascensor cuando arranca o se detiene.

Mientras el piloto del avión tiene la impresión de haber sido empujado, hacia delante o hacia un lado, respectivamente sin que pueda identificar el agente que le ejerce la fuerza externa, un observador externo al avión, situado en Tierra realiza una descripción diferente. Para dicho observador, el piloto describe un movimiento rectilíneo uniforme mientras no actúan fuerzas externas sobre él.

Para el observador externo, cuando el avión disminuye la rapidez o gira, el piloto tiende a continuar en línea recta con la velocidad con la cual se movía inicialmente, es decir, que tiende a mantenerse con movimiento rectilíneo uniforme.

El observador externo se encuentra en un sistema de referencia diferente al sistema de referencia del avión, el sistema de referencia del observador externo es un sistema de referencia inercial.

### Definición

*Un sistema de referencia inercial es aquel en el que es válido el principio de inercia.*

Así mismo, cualquier sistema que se mueva con velocidad constante con respecto a un sistema de referencia inercial, es considerado también como un sistema inercial.

Los sistemas de referencia inerciales son abstracciones cuyo propósito es facilitar la interpretación y explicación de fenómenos. Por ejemplo, nuestro sistema de referencia habitual es la superficie de la Tierra, la cual gira alrededor del Sol y también en torno a su eje, por ende, no mantiene su velocidad constante con respecto al Sol.

Así mismo, el Sol gira en torno a su eje y alrededor de nuestra galaxia, lo que genera una variación en la velocidad y así sucesivamente.

En la práctica, un sistema de referencia determinado se podrá considerar como inercial si los efectos de la variación de su velocidad no son detectables, podemos considerar la superficie terrestre como sistema de referencia inercial, a menos que sus efectos de rotación sean como de cambios en los movimientos.

Algunos ejemplos de sistemas de referencia no inerciales son los que se encuentran en rotación como un carrusel o los que describen un movimiento acelerado como un ascensor en caída libre. En estos sistemas de referencia la primera ley de Newton no tiene validez y por esta razón se experimentan fuerzas para las cuales no podemos identificar el agente que las ejerce.





### 1.4.3 Masa inercial

Considera tres esferas de igual radio pero de diferente material (de hierro, de madera y de icopor) que se encuentran inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal. Si a cada una de ellas le damos un ligero empujón, por medio de un sistema de resorte que a las tres les ejerce la misma fuerza durante el mismo tiempo, la esfera más difícil de mover es la que opone mayor resistencia al cambio de su estado de movimiento (mayor inercia), lo cual detectamos porque es la esfera que menor cambio en la rapidez experimenta a partir del empujón.

La **masa inercial** es una medida de la resistencia de una masa al cambio de su velocidad con relación a un sistema de referencia inercial.

Para el caso de las esferas de igual radio y diferente material, encontramos que la esfera de hierro experimenta menor cambio en la rapidez por efecto del empujón, razón por la cual le asignamos mayor masa inercial.

#### EJERCICIO

Sobre dos objetos que se encuentran inicialmente en reposo se aplican fuerzas iguales y ambos alcanzan la misma rapidez en el mismo tiempo. ¿Cómo son sus masas?

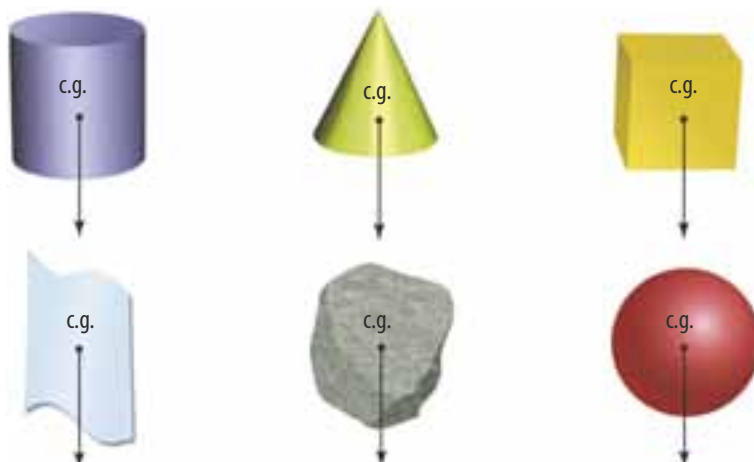
## 1.5 Algunas fuerzas comunes

### 1.5.1 El peso de los cuerpos

Una de las fuerzas básicas de la naturaleza es la interacción gravitacional. Todo cuerpo que se encuentre en la proximidad de la Tierra experimenta una fuerza de atracción gravitacional. Esta fuerza ejercida por la Tierra sobre los objetos se denomina **peso** y el vector que la representa se considera dirigido hacia el centro de la Tierra. Para los objetos que se encuentran cerca de la superficie de la Tierra representamos el vector peso hacia abajo.

Puesto que los cuerpos están formados por una gran cantidad de pequeñas partículas, donde cada una de ellas tiene un peso determinado, el peso total del cuerpo corresponde a la suma de los pesos de dichas partículas. El punto de aplicación del vector peso es el **centro de gravedad** del cuerpo. Dependiendo de la forma del cuerpo y de cómo estén distribuidas las partículas que lo conforman, el centro de gravedad se ubica a mayor o menor distancia con respecto al centro geométrico de dicho cuerpo. Por ejemplo, el centro geométrico de un recipiente cilíndrico de aluminio completamente lleno con agua coincide con su centro geométrico, mientras que el centro de gravedad del recipiente parcialmente lleno de agua se ubica por debajo del centro geométrico del recipiente.

En la siguiente figura se representan el centro de gravedad (c.g.) de algunos cuerpos macizos, por ejemplo, de hierro.





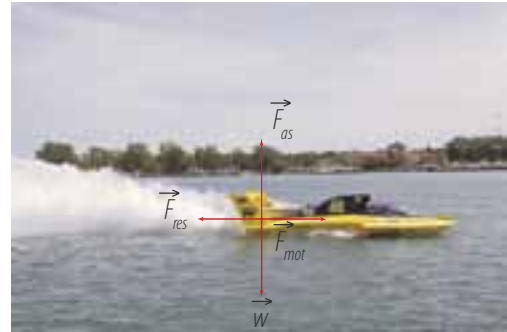
**EJEMPLO**

Una lancha se mueve en línea recta, en un lago, con rapidez constante. Determinar:

- Un diagrama en el que se representen las fuerzas que actúan sobre la lancha.
- Las relaciones existentes entre las fuerzas que actúan sobre la lancha.

**Solución:**

- Como la trayectoria de la lancha es rectilínea, sobre ella actúan las cuatro fuerzas que se muestran en la figura.



- La fuerza ejercida por el motor,  $\vec{F}_{mot}$ .
- La fuerza ascensional,  $\vec{F}_{as}$ , debida a la acción que el agua ejerce hacia arriba sobre la lancha.
- El peso,  $\vec{w}$ , de la lancha.
- La fuerza de resistencia,  $\vec{F}_{res}$ , que el agua ofrece y es opuesta al movimiento de la lancha.

- Puesto que la lancha se desplaza con velocidad constante, de acuerdo con el principio de inercia, la fuerza neta debe ser igual a cero.

$$\vec{F}_{neta} = \vec{F}_{mot} + \vec{F}_{res} + \vec{w} + \vec{F}_{as} = \vec{0}$$

Como la fuerza neta es cero, sus componentes deben ser iguales a cero, por tanto:

En dirección horizontal

En dirección vertical

$$\vec{F}_{mot} + \vec{F}_{res} = \vec{0}$$

$$\vec{F}_{as} + \vec{w} = \vec{0}$$

Lo cual significa que:

$$\vec{F}_{mot} = -\vec{F}_{res}$$

$$\vec{F}_{as} = -\vec{w}$$

De donde, en este caso, la norma de la fuerza que ejerce el motor es igual a la norma de la fuerza de resistencia y la norma del peso es igual a la norma de la fuerza ascensional.

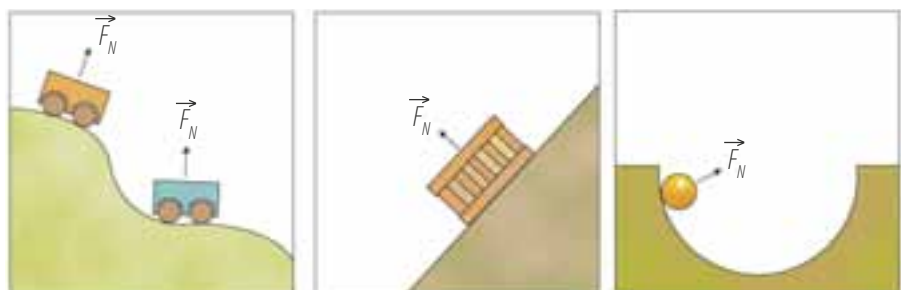
**EJERCICIO**

¿Cómo sería la situación planteada en el ejemplo, si la lancha se mantiene en reposo?

### 1.5.2 La fuerza normal

Todo cuerpo situado sobre una superficie experimenta una fuerza que esta le ejerce. Esta fuerza se denomina **fuerza normal** o simplemente **normal**. La fuerza normal ( $\vec{F}_N$ ) es perpendicular a la superficie que la ejerce.

Cuando el plano sobre el cual está situado el cuerpo es horizontal, la normal es opuesta al peso, pero no ocurre así cuando el plano es inclinado. En la siguiente figura se observan algunas representaciones de la fuerza normal.





### 1.5.3 La fuerza de rozamiento

Un cuerpo que se desplaza sobre una superficie o sobre otro cuerpo, experimenta una fuerza opuesta al sentido de su movimiento, dicha fuerza es ejercida por la superficie de contacto y se denomina fuerza de rozamiento o fuerza de fricción ( $\vec{F}_r$ ), la cual se representa opuesta a la velocidad.

Este fenómeno se debe a que las superficies de contacto no son perfectamente lisas, sino que presentan rugosidades que encajan aleatoriamente entre sí, produciendo esta fuerza que se opone al movimiento (figura 4). Aunque el rozamiento disminuye notablemente el rendimiento de ciertos mecanismos como el de los pistones de un motor, en algunas ocasiones es útil pues si no existiera la fricción varios sistemas no funcionarían, como, por ejemplo, los frenos de los automóviles.

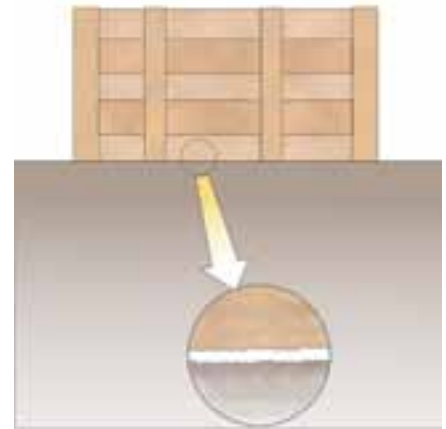


Figura 4. Rugosidades en las superficies producen fuerza de rozamiento.

#### \* EJEMPLO

**El peso de una caja es 400,0 N. Si un hombre le ejerce una fuerza de 200,0 N con una cuerda que forma con la horizontal un ángulo de 30°, determinar:**

- Las fuerzas que actúan sobre la caja.
- La fuerza normal y la fuerza de rozamiento, si la caja se mueve con velocidad constante.

**Solución:**

- En la figura se muestran las fuerzas que actúan sobre la caja: El peso  $\vec{w}$ , la fuerza de rozamiento  $\vec{F}_r$ , la fuerza normal  $\vec{F}_N$  y la fuerza  $\vec{F}$  que ejerce el hombre.

- Las componentes de la fuerza  $F$  son:

$$F_x = F \cdot \cos \theta$$

$$F_y = F \cdot \sin \theta$$

Al remplazar y calcular tenemos que:

$$F_x = 200,0 \text{ N} \cos 30^\circ = 173,2 \text{ N}$$

$$F_y = 200,0 \text{ N} \sin 30^\circ = 100,0 \text{ N}$$

Puesto que la caja se mueve con velocidad constante, la fuerza neta es igual a cero. Por lo tanto,

$$\vec{F} = (173,2; 100,0)$$

$$\vec{w} = (0; -400,0)$$

$$\vec{F}_N = (0; F_N)$$

$$\vec{F}_r = (-F_r; 0)$$

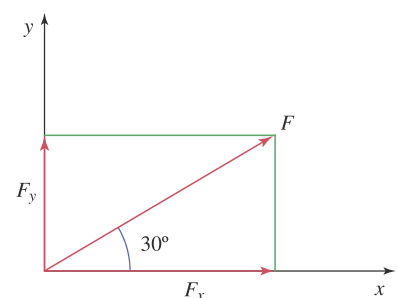
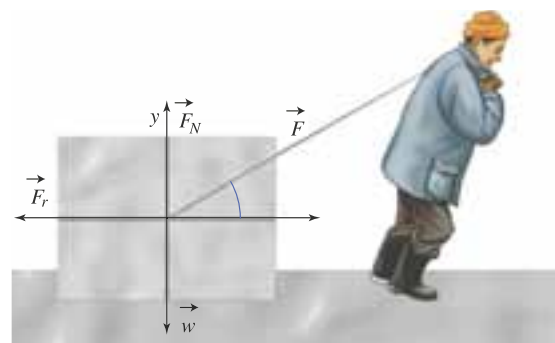
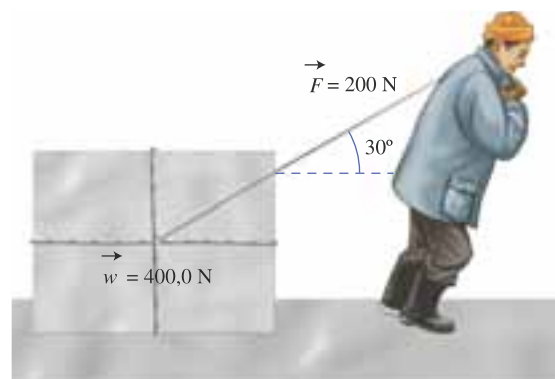
$$\vec{F}_{neta} = (0; 0)$$

Como la suma de las fuerzas verticales y horizontales es cero, entonces:

$$173,2 \text{ N} - F_r = 0, \quad \text{luego, } F_r = 173,2 \text{ N}$$

$$100,0 - 400 \text{ N} + F_N = 0, \quad \text{luego, } F_N = 300 \text{ N}$$

La fuerza normal mide 300 N y la fuerza de rozamiento mide 173,2 N.



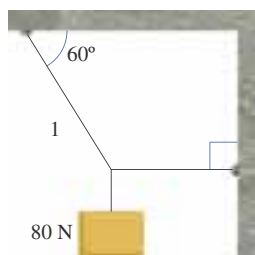


## 1.5.4 La tensión

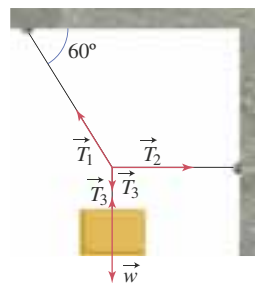
Con frecuencia, se ejercen fuerzas por medio de cuerdas o hilos. Si consideramos que estos son inextensibles, las fuerzas aplicadas sobre ellos se transmiten a los cuerpos a los cuales están unidos. La fuerza que se transmite por medio de un hilo recibe el nombre de tensión y la dirección del hilo determina la dirección de la tensión,  $\vec{T}$ .

## \* EJEMPLO

Para la situación de la figura, determinar la tensión de las cuerdas si la cuerda 1 se tensa 80,0 N.

**Solución:**

Dibujemos las fuerzas que actúan sobre el punto de unión de las tres cuerdas:  $\vec{T}_1$ ,  $\vec{T}_2$  y  $\vec{T}_3$ . Además dibujemos las fuerzas que actúan sobre el objeto que cuelga, es decir, el peso  $\vec{w}$  dirigido hacia abajo y la tensión  $\vec{T}_3$ . La tensión  $\vec{T}_3$  actúa sobre el objeto hacia arriba y sobre el punto de unión de las tres cuerdas hacia abajo.



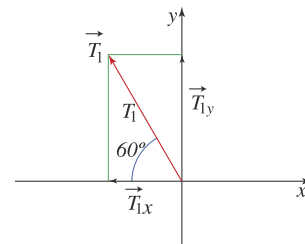
Puesto que el objeto se encuentra en reposo, la suma de las fuerzas es cero, por tanto el peso  $\vec{w}$  y la tensión  $\vec{T}_3$  tienen la misma norma.

**Primer método de solución**

Consideremos el punto de unión de las tres cuerdas y escribamos sus componentes. Las componentes de la tensión  $T_1$  son:

$$\vec{T}_{1x} = -T_1 \cdot \cos 60^\circ = -80,0 \cdot \cos 60^\circ = -40,0 \text{ N}$$

$$\vec{T}_{1y} = T_1 \cdot \sin 60^\circ = 80,0 \cdot \sin 60^\circ = 69,3 \text{ N}$$



La componente en  $x$  de  $\vec{T}_2$  llamada  $\vec{T}_{2x}$  mide igual a la norma de  $\vec{T}_2$  que denominamos  $T_2$ , pues la tensión  $\vec{T}_2$  no tiene componente en  $y$ , es decir que  $T_{2y} = 0$ .

A la componente en  $y$  de la tensión  $\vec{T}_3$ , le antepone-mos un signo menos pues está dirigida hacia abajo y mide igual que la norma de  $T_3$ . La componente en  $x$  de la tensión  $\vec{T}_3$  es igual a cero.

Como el sistema está en reposo, la fuerza neta debe ser cero es decir  $\vec{F}_{neta} = (0, 0)$ , así tenemos:

$$\vec{T}_1 = (-40, 0, 69,3)$$

$$\vec{T}_2 = (T_2, 0)$$

$$\vec{T}_3 = (0, -T_3)$$

$$\vec{F}_{neta} = (0, 0)$$

A partir de las componentes en el eje  $x$  se tiene que:  $-40 \text{ N} + T_2 = 0$ , luego  $T_2 = 40 \text{ N}$ .

A partir de las componentes en el eje  $y$  se tiene que:  $69,3 \text{ N} - T_3 = 0$ , luego  $T_3 = 69,3 \text{ N}$ .

Por ende, las tensiones miden:

$$T_1 = 80,0 \text{ N}, T_2 = 40,0 \text{ N} \text{ y } T_3 = 69,3 \text{ N}.$$

**Segundo método de solución**

Se puede resolver la misma situación por medio de ecuaciones. Para ello, planteamos ecuaciones para las componentes en el eje  $x$  y en el eje  $y$ .

$$\text{En el eje } x: \quad -80,0 \cos 60^\circ + T_2 = 0$$

$$\text{De donde,} \quad -40 \text{ N} + T_2 = 0, \text{ luego } T_2 = 40 \text{ N}.$$

$$\text{En el eje } y: \quad 80,0 \cdot \sin 60^\circ - T_3 = 0$$

$$\text{De donde,} \quad 69,3 \text{ N} - T_3 = 0, \text{ luego } T_3 = 69,3 \text{ N}.$$

Obtenemos los mismos resultados, es decir,

$$T_1 = 80,0 \text{ N}, T_2 = 40,0 \text{ N} \text{ y } T_3 = 69,3 \text{ N}.$$


**HERRAMIENTA  
MATEMÁTICA**

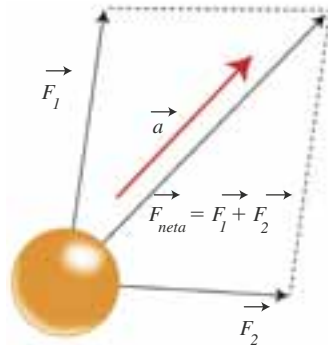
Si se multiplica un vector por un escalar positivo, se obtiene un vector con la misma dirección del primero.

## 2. Ley fundamental de la dinámica

### - Segunda ley de Newton

#### 2.1 La segunda ley de Newton

Cuando sobre un cuerpo actúa una fuerza constante, este experimenta cambios de velocidad iguales en tiempos iguales. Una fuerza neta constante produce una aceleración constante. Los vectores aceleración y fuerza neta tienen la misma dirección como se observa en la siguiente figura.



Cuando cambia el valor de la fuerza neta aplicada sobre el objeto, la aceleración también cambia. Si sobre un mismo cuerpo se ejercen sucesivamente diferentes fuerzas netas cuyas intensidades son  $F_1, F_2, F_3, \dots$ , y como consecuencia, los valores de la aceleración son, respectivamente,  $a_1, a_2, a_3, \dots$ , se tiene que:

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = \dots$$

La segunda ley de Newton, también llamada ley fundamental de la dinámica, establece la relación entre la fuerza neta que se ejerce sobre un cuerpo y la aceleración que este experimenta.

La aceleración,  $\vec{a}$ , de cualquier partícula material tiene en todo momento la misma dirección de la fuerza neta  $\vec{F}_{neta}$  que actúa sobre ella, en donde, el cociente entre las normas del vector fuerza y del vector aceleración, es igual a una constante que depende de la partícula. Es decir:

$$\frac{F_{neta}}{a} = \text{constante}$$

Esta expresión muestra que la fuerza neta y la aceleración son directamente proporcionales. A la constante de proporcionalidad se le llama **masa inercial** del cuerpo. Recuerda que en el Sistema Internacional de Unidades, la masa se mide en kilogramos (kg). En consecuencia, la fuerza neta se puede expresar como:

$$\vec{F}_{neta} = m \cdot \vec{a}$$

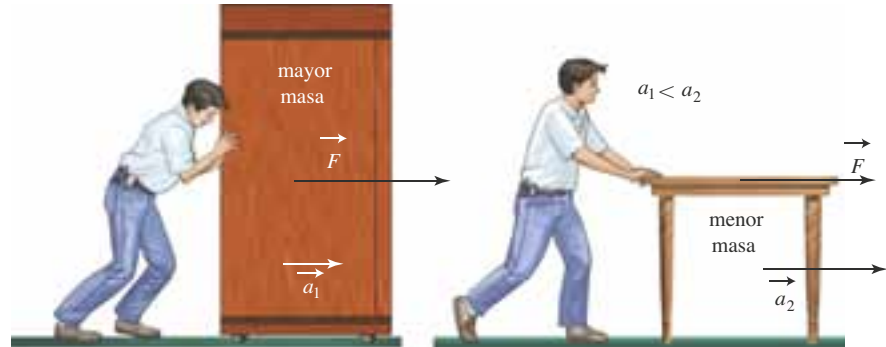
Esta expresión se constituye en la ley fundamental de la dinámica conocida como la segunda ley de Newton la cual se expresa como:

*La fuerza neta que se ejerce sobre un cuerpo es proporcional a la aceleración que dicha fuerza produce, donde la constante de proporcionalidad es la masa del cuerpo.*





A partir de la expresión  $\vec{F}_{\text{neto}} = m \cdot \vec{a}$  podemos ver que cuando sobre dos cuerpos se les aplica la misma fuerza, el de menor masa experimenta mayor aceleración. Esto significa que la masa inercial es una medida de la inercia de un cuerpo, es decir, de la resistencia que dicho cuerpo opone a la variación de su estado de reposo o de movimiento. Para una fuerza neta dada, cuanto mayor es la masa del cuerpo sobre el cual se aplica, menor es la aceleración que produce sobre él, como se observa en la figura.



Puesto que la dirección de la fuerza neta coincide con la dirección de la aceleración que dicha fuerza produce, cuando la rapidez se dirige en el sentido del movimiento del cuerpo, la rapidez aumenta. Cuando la fuerza neta se dirige en sentido contrario al movimiento del cuerpo, la rapidez disminuye. Por ejemplo, podemos observar que a partir de la expresión  $\vec{F}_{\text{neto}} = m \cdot \vec{a}$  se tiene el caso particular en el que  $\vec{F}_{\text{neto}} = 0$ , que equivale a afirmar que  $\vec{a} = 0$ , es decir que si la fuerza neta es igual a cero, el cuerpo permanece en reposo o permanece con velocidad constante, como lo establece el principio de inercia.

## \* EJEMPLO

Un automóvil cuya masa es 1.000 kg se mueve inicialmente con velocidad de 54 km/h y se detiene después de 10 segundos de avanzar por una vía recta. Determinar la fuerza neta que actúa sobre él.

### Solución:

Para determinar la fuerza neta, primero se expresa la velocidad en m/s, para lo cual se tiene:

$$\frac{54 \text{ km}}{\text{h}} = \frac{54 \text{ km}}{\text{h}} \cdot \frac{1.000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3.600 \text{ s}} = 15 \text{ m/s}$$

Si el automóvil frena con aceleración constante, podemos determinar el valor de dicha aceleración a partir de la expresión:

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ 0 &= 15 \text{ m/s} + a(10 \text{ s}) && \text{Al reemplazar} \\ a &= \frac{-15 \text{ m/s}}{10 \text{ s}} && \text{Al despejar } a \\ a &= -1,5 \text{ m/s}^2 && \text{Al calcular} \end{aligned}$$

La fuerza neta se calcula mediante la ecuación:

$$\begin{aligned} F &= m \cdot a \\ F &= -1.000 \text{ kg} \cdot 1,5 \text{ m/s}^2 && \text{Al reemplazar} \\ F &= -1.500 \text{ N} && \text{Al calcular} \end{aligned}$$

El signo menos indica que la fuerza actúa en dirección contraria al movimiento y, en consecuencia, la velocidad del automóvil disminuye, pues la velocidad inicial era 15 m/s y la velocidad final, 0 m/s.



## 2.2 El peso de los cuerpos

El peso de un cuerpo se relaciona con su masa, sin embargo, masa y peso son dos conceptos diferentes. Un cuerpo tiene la misma masa en la Tierra que en la Luna, pero su peso es seis veces menor en la Luna que en la Tierra. Por ejemplo, a un jugador de fútbol americano le resultaría más difícil levantar un contendor de juego en la Tierra que en la Luna, pero requeriría la misma intensidad de fuerza, tanto en la Tierra como en la Luna para detenerlo cuando se mueve con determinada rapidez, pues en ambos sitios tiene la misma masa. Por otra parte, a diferencia del peso, la masa no es una cantidad de carácter vectorial.

El peso de los objetos también varía con la altura, un cuerpo situado sobre la superficie terrestre pesa más que uno ubicado a una determinada altura con respecto a dicha superficie. No obstante, para las alturas en las que nos movemos con respecto a la superficie de la Tierra esta variación es pequeña y puede despreciarse, por tanto podemos considerar que cerca de la superficie de la Tierra, el peso no varía.

Puesto que el peso,  $w$ , es una fuerza podemos relacionar el peso y la aceleración de un objeto que cae a partir de la ecuación  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ . Si la única fuerza que actúa sobre un cuerpo es el peso y la aceleración es la aceleración de la gravedad,  $g$ , tenemos que:

$$w = m \cdot g$$

### \* EJEMPLOS

#### 1. Encontrar:

- El peso de un bloque de 72 kg.
- La masa de una persona cuyo peso es de 150 N.

#### Solución:

Los resultados se determinan a partir de la ecuación

$$w = mg$$

$$a. \quad w = m \cdot g$$

$$w = 72 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 705,6 \text{ N} \quad \text{Al reemplazar y calcular}$$

El peso de un cuerpo de 72 kg es 705,6 N.

$$b. \quad m = \frac{w}{g} \quad \text{Al despejar } m$$

$$m = \frac{150 \text{ N}}{9,8 \text{ m/s}^2} \quad \text{Al reemplazar y calcular}$$

La masa de la persona es 15,3 kg.

#### 2. El peso de una persona en la Tierra es 600 N. Determinar:

- La masa de la persona.

- El peso de la persona en la Luna, donde la aceleración de la gravedad es  $1,6 \text{ m/s}^2$ .

#### Solución:

- Puesto que el peso es 600 N, se tiene que:

$$w = m \cdot g$$

$$m = \frac{w}{g} \quad \text{Al despejar } m$$

$$m = \frac{600 \text{ N}}{9,8 \text{ m/s}^2} = 61,2 \text{ kg} \quad \text{Al reemplazar y calcular}$$

La masa de la persona es 61,2 kg.

- Puesto que la aceleración de la gravedad en la Luna es  $1,6 \text{ m/s}^2$  y la masa de la persona en la Luna es igual que en la Tierra, es decir, 61,2 kg, se tiene que el peso de la persona en la Luna  $w_{\text{luna}}$  es:

$$w = m \cdot g$$

$$\vec{w}_{\text{luna}} = 61,2 \text{ kg} \cdot 1,6 \text{ m/s}^2 \quad \text{Al reemplazar}$$

$$\vec{w}_{\text{luna}} = 97,9 \text{ N} \quad \text{Al calcular}$$

El peso de la persona en la Luna es 97,9 N.



## \* EJEMPLOS

3. Un objeto de 10,0 kg de masa se encuentra suspendido del techo de un ascensor por medio de un dinamómetro. Determinar la lectura del dinamómetro (esta es la fuerza que él ejerce sobre el cuerpo) si:

- El ascensor asciende con aceleración de  $2 \text{ m/s}^2$ .
- El ascensor desciende con aceleración de  $2 \text{ m/s}^2$ .

**Solución:**

a. En la figura se muestran las fuerzas que actúan sobre el objeto.

Si el ascensor sube con aceleración constante de  $2 \text{ m/s}^2$ , la fuerza neta se expresa como:

$$F_{\text{net}} = m \cdot a = 10,0 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s}^2 = 20,0 \text{ N}$$

El peso del objeto es:

$$w = m \cdot g = 10,0 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 98 \text{ N}$$

Por tanto,

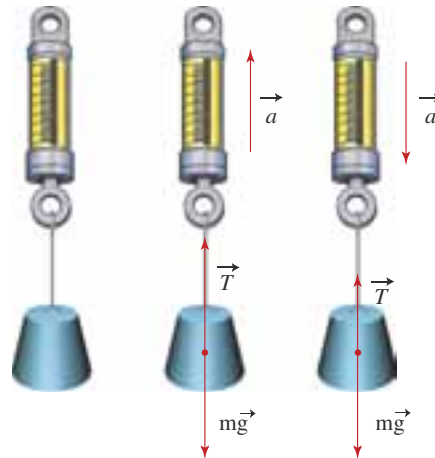
$$F_{\text{net}} = T - (m \cdot g)$$

$$T = F_{\text{net}} + (m \cdot g) \quad \text{Al despejar } T$$

$$T = 20 \text{ N} + 98 \text{ N} \quad \text{Al reemplazar}$$

$$T = 118 \text{ N} \quad \text{Al calcular}$$

Esto muestra que cuando el ascensor acelera hacia arriba, aparentemente el objeto pesa 118 N.



b. Si el ascensor baja con aceleración constante de  $2 \text{ m/s}^2$ , la fuerza neta se expresa como:

$$F_{\text{net}} = m \cdot a = -10,0 \text{ kg} \cdot 2 \text{ m/s}^2 = -20,0 \text{ N.}$$

El peso del objeto es:

$$w = m \cdot g = 10,0 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 98 \text{ N}$$

Por ende,

$$\vec{F}_{\text{net}} = T - (m \cdot g)$$

$$T = \vec{F}_{\text{net}} + (m \cdot g) \quad \text{Al despejar } T$$

$$T = -20 \text{ N} + 98 \text{ N} \quad \text{Al reemplazar}$$

$$T = 78 \text{ N} \quad \text{Al calcular}$$

Esto muestra que cuando el ascensor acelera hacia abajo, aparentemente el objeto pesa 78 N.

## 2.3 La fuerza de rozamiento

Como lo hemos descrito, las superficies, en general, no son perfectamente lisas y presentan una serie de rugosidades que en ocasiones encajan con las de otra superficie cuando se encuentran en contacto. Así, cuando se intenta desplazar un cuerpo sobre una superficie o cuando un cuerpo se desliza sobre ella, aparece la **fuerza de rozamiento**, opuesta a la dirección del movimiento.

### 2.3.1 Fuerza de rozamiento estático

Si al intentar mover un vehículo, empujándolo, este permanece inmóvil, se puede afirmar que la aceleración del vehículo es igual a cero, debido a que la suma de las fuerzas que actúan sobre él es igual a cero.

La fuerza,  $\vec{F}$ , que se ejerce sobre él se equilibra con la fuerza de rozamiento,  $\vec{F}_r$ , puesto que el objeto permanece inmóvil. A este tipo de rozamiento se le denomina **fuerza de rozamiento estático**.

Puede ocurrir que aunque se aumente la fuerza con la cual se empuja el vehículo, este permanezca inmóvil; lo que indica que la fuerza de rozamiento estático también aumenta, es decir  $F = F_r$ .

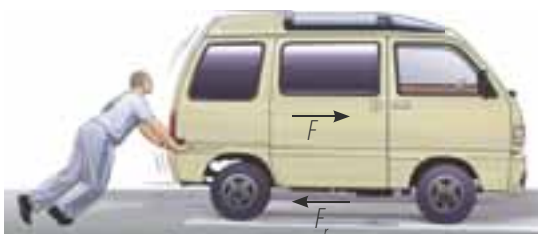


Figura 5. El automóvil no se mueve, por tanto, la suma de las fuerzas que actúan sobre él es igual a cero.



Si dos personas empujan a la vez el vehículo, la fuerza aplicada es mayor y eventualmente puede lograr que el vehículo se ponga en movimiento. El valor de la fuerza de rozamiento estático alcanza un valor máximo que se conoce como **fuerza de rozamiento estático máxima**, siendo este el valor alcanzado en el momento en que el automóvil empieza a moverse.

Para analizar más a fondo lo que sucede con las irregularidades de dos superficies en contacto al ser presionadas, podemos considerar cada superficie como una lija, cuyo material abrasivo corresponde a las irregularidades.

Si se presiona un trozo de lija contra el otro, los granos se entrelazan y, al aplicarse una fuerza paralela a la superficie, dificultan el desplazamiento, lo cual da origen a la fuerza de rozamiento. La cantidad de material abrasivo (granos) de cada lija hace evidente fuerza de rozamiento que actúa sobre cada superficie.

Cuanto más se presionan los trozos de lija, más se incrustan los granos del uno en la superficie del otro y en consecuencia, mayor resulta la fuerza necesaria para desplazar las superficies hasta alcanzar un valor máximo, es decir, hasta el momento en el cual un trozo de lija comienza a moverse con respecto al otro.

La fuerza de rozamiento estático máxima es proporcional a la fuerza que se ejercen mutuamente las superficies en la dirección perpendicular a ellas.

Cuando un objeto se encuentra sobre una superficie, la fuerza perpendicular que la superficie le ejerce es la fuerza normal  $\vec{F}_N$ . Por ende,

$$F_{r \text{ estático}} = \mu_e \cdot F_N$$

La constante de proporcionalidad  $\mu_e$  se denomina coeficiente de rozamiento estático y su valor, que por lo general es menor que 1, depende de la textura de las superficies en contacto.

La fuerza de rozamiento depende de la naturaleza de las superficies que se ponen en contacto, por ejemplo  $\mu_e$  es diferente si las superficies en contacto son asfalto y caucho que si se trata de hielo y metal.

Por otra parte, por depender de la fuerza normal, la fuerza de rozamiento no depende del área de las superficies en contacto de los cuerpos, siempre que la naturaleza de las caras sea la misma como se muestra en la siguiente figura.

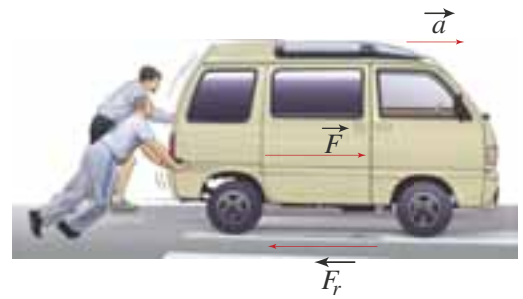
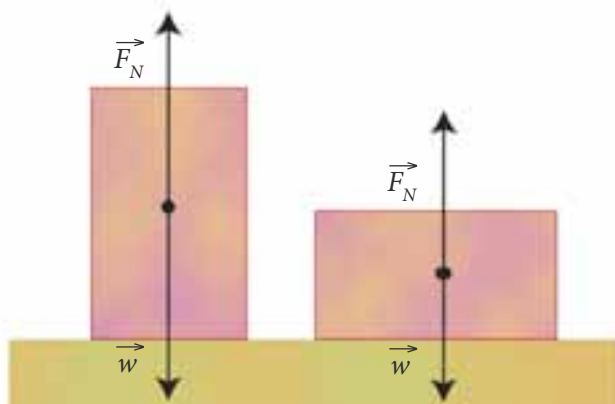


Figura 6. Fuerza de rozamiento.



Figura 7. La fuerza de rozamiento cinético se presenta cuando los cuerpos están en movimiento.

## 2.3.2 La fuerza de rozamiento cinético

Una vez que la fuerza aplicada sobre un objeto supera en intensidad a la fuerza de rozamiento estático, el objeto se mueve. Cuando el objeto se encuentra en movimiento, la fuerza de rozamiento es menor que la fuerza de rozamiento estático máxima. A la fuerza de rozamiento cuando los cuerpos se encuentran en movimiento se le denomina fuerza de rozamiento cinético y se representa opuesta a la dirección del movimiento.

La fuerza de rozamiento cinético es directamente proporcional a la fuerza normal. La constante de proporcionalidad que, como en el caso del rozamiento estático, depende de la naturaleza de las superficies en contacto, se llama **coeficiente de rozamiento cinético**  $\mu_c$ . En este caso tenemos:

$$F_r \text{ cinético} = \mu_c \cdot F_N$$

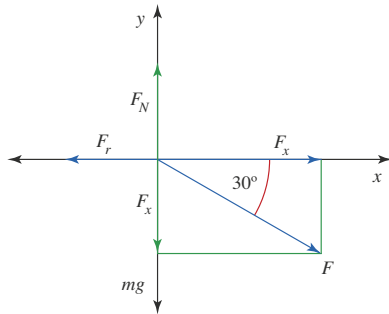
### \* EJEMPLO

Sobre una caja de masa 8,0 kg se aplica una fuerza de 80,0 N que forma con la horizontal un ángulo de 30° y este se desliza sobre una superficie plana. El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la superficie es de 0,20.

Determinar la aceleración con la cual se mueve el objeto.

#### Solución:

En la siguiente figura se representa el diagrama de fuerzas correspondiente.



Las componentes de la fuerza  $F$ , se calculan así:

$$F_x = F \cdot \cos 30^\circ$$

$$F_x = 80,0 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ = 69,3 \text{ N}$$

$$F_y = -F \cdot \sin 30^\circ$$

$$F_y = -80,0 \text{ N} \cdot \sin 30^\circ = -40,0 \text{ N.}$$

El peso de la caja es:

$$w = m \cdot g$$

$$w = 8,0 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 78,4 \text{ N.}$$

No conocemos la componente en  $x$  de la fuerza de rozamiento ni la componente en  $y$  de la fuerza normal. Además, como el objeto permanece en contacto con la superficie sobre la cual se desliza, la componente en  $y$  de la fuerza neta es igual a cero. Escribimos las componentes de las fuerzas, expresadas en N.



$$\vec{F} = (69,3; -40,0)$$

$$\vec{mg} = (0, -78,4)$$

$$\vec{F}_r = (-F_r, 0)$$

$$\vec{F}_N = (0, F_N)$$

$$\vec{F}_{\text{neta}} = (F_{\text{neta}}, 0)$$

Podemos plantear las siguientes ecuaciones para las componentes:

$$\text{Para } y: -40,0 \text{ N} - 78,4 \text{ N} + F_N = 0$$

De la cual podemos deducir que  $F_N = 118,4 \text{ N}$

Para calcular la fuerza de rozamiento, tenemos que:

$$F_r = \mu_c \cdot F_N$$

$$F_r = 0,20 \cdot 118,4 \text{ N} = 23,68 \text{ N} \quad \text{Al reemplazar y calcular}$$

$$\text{Para } x: 69,3 \cdot \text{N} - F_r = F_{\text{neta}}$$

De la cual podemos deducir que:

$$F_{\text{neta}} = 69,3 \text{ N} - 23,68 \text{ N} = 45,62 \text{ N.}$$

Para calcular la aceleración, tenemos que:

$$F_{\text{neta}} = m \cdot a$$

$$a = \frac{F_{\text{neta}}}{m} = \frac{45,62 \text{ N}}{8,0 \text{ kg}} = 5,7 \text{ m/s}^2 \quad \text{Al reemplazar y calcular}$$

La aceleración del objeto es de 5,7 m/s<sup>2</sup>

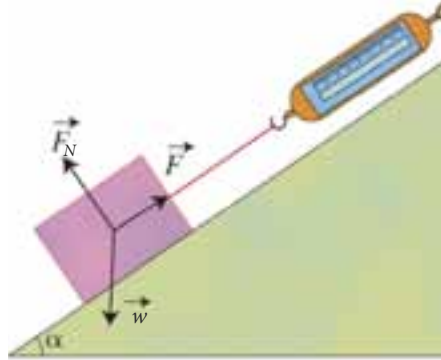




## 2.4 El plano inclinado

Las superficies inclinadas como las rampas son ejemplos de planos inclinados. Un plano inclinado es una superficie plana que forma un determinado ángulo  $\alpha$  con la horizontal.

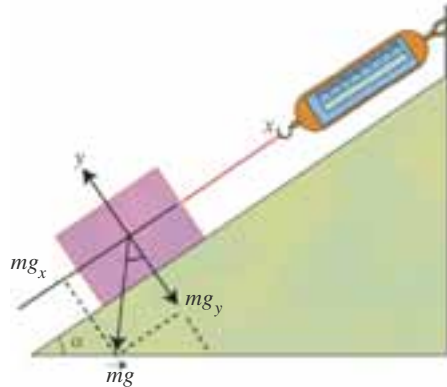
Considera que sobre un plano inclinado liso (de rozamiento despreciable) se coloca un cuerpo sujeto por un dinamómetro a la parte superior del plano tal como se muestra en la siguiente figura.



Se observa que sobre el cuerpo actúan tres fuerzas: su peso ( $\vec{mg}$ ), la fuerza normal ( $\vec{F}_N$ ) y la fuerza que ejerce el resorte del dinamómetro ( $\vec{F}$ ). Como el cuerpo se encuentra en equilibrio bajo la acción de las tres fuerzas, se cumple que:

$$\vec{mg} + \vec{F}_N + \vec{F} = 0$$

El peso,  $\vec{mg}$ , del cuerpo puede descomponerse en otras dos fuerzas: una en el eje  $x$  ( $mg_x$ ), y la otra en el eje  $y$  ( $mg_y$ ), así:



Podemos escribir entonces:

$$\begin{aligned} mg &= (-mg_x, -mg_y) \\ F_N &= (0, F_N) \\ F_D &= (F, 0) \\ \hline F_{neta} &= (0, 0) \end{aligned}$$

Por tanto,

$$mg_x = F \quad \text{y} \quad mg_y = F_N$$

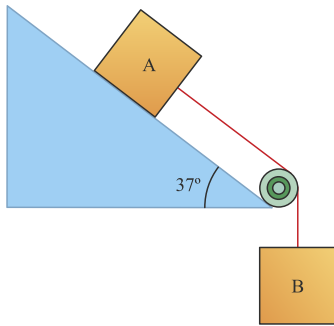
Esto muestra que la componente sobre el eje  $y$  del peso,  $mg_y$  y la fuerza normal son fuerzas de igual norma pero con direcciones contrarias. De la misma manera, la fuerza  $F$  que ejerce el dinamómetro y la componente del peso en el eje  $x$ ,  $mg_x$ , son de igual norma pero opuestas.

### EJERCICIO

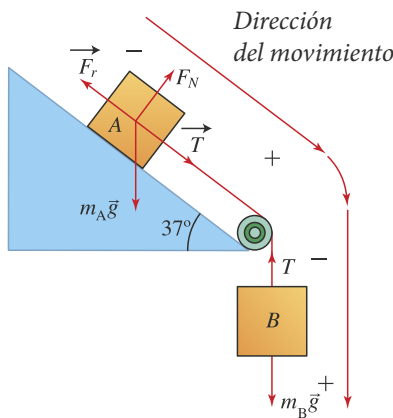
¿Es cierto que siempre se cumple que la norma de la fuerza normal es igual a la norma del peso? Explica por medio de ejemplos.

**EJEMPLO**

Sobre un plano inclinado que forma  $37^\circ$  con la horizontal, se encuentra un bloque A de madera, de masa  $8,0 \text{ kg}$ , unido por medio de una cuerda a otro bloque B, de masa  $4,0 \text{ kg}$  que cuelga de la cuerda, la cual pasa por una polea situada en la parte inferior del plano. Si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es  $0,20$ , calcular la aceleración del sistema y la tensión del hilo.

**Solución:**

La fuerza de rozamiento que actúa sobre A se dirige hacia arriba por el plano. Para escribir las relaciones entre las fuerzas, tomemos las direcciones positivas que se indican en la siguiente figura para cada objeto respectivamente.

**Bloque B:**

Sobre el bloque B, únicamente actúan el peso, que es  $m_B \cdot g = 39,2 \text{ N}$ , y la tensión del hilo,  $T$ . El peso,  $m_B \cdot g$ , está orientado en la dirección del movimiento, mientras que  $T$  se dirige en sentido contrario, por lo cual, al aplicar la ecuación  $F_{\text{net}_B} = m \cdot a$ , tenemos:

$$F_{\text{net}_B} = 39,2 \text{ N} - T$$

es decir,  $39,2 \text{ N} - T = 4,0 \text{ kg} \cdot a$

**Bloque A:**

Puesto que actúan la fuerza de rozamiento, la fuerza normal, la tensión de la cuerda y el peso, debemos

considerar lo que sucede en la dirección del movimiento y en la dirección perpendicular al movimiento.

En dirección perpendicular a la dirección del movimiento actúan la fuerza normal  $F_N$  y la componente del peso,

$$-m_A \cdot g \cdot \cos 37^\circ = -62,6 \text{ N}$$

En la dirección del movimiento, actúan la tensión,  $T$ , la fuerza de rozamiento,  $F_r$  y la componente del peso,  $m \cdot g$

$$m \cdot g \cdot \sin 37^\circ = 47,2 \text{ N.}$$

La componente de la fuerza neta en el eje  $y$  es igual a cero, pues en esta dirección no hay movimiento para el bloque A.

Si suponemos que la cuerda no tiene masa, la tensión en los dos extremos de la cuerda es  $T$  y, por tanto, al escribir las componentes de los vectores tenemos:

$$\vec{T} = (T, 0)$$

$$\vec{F}_N = (0, F_N)$$

$$\vec{F}_r = (-F_r, 0)$$

$$\vec{mg} = (47,2; -62,6)$$

$$\vec{F}_{\text{net}_A} = (8,0 \text{ kg} \cdot a, 0)$$

A partir de las componentes en el eje  $y$ , la fuerza normal es:

$$F_N = 62,6 \text{ N}$$

Con el valor de la fuerza normal podemos calcular la fuerza de rozamiento:

$$F_r = 0,20 \cdot 62,6 \text{ N} = 12,5 \text{ N}$$

A partir de las componentes en el eje  $x$ :

$$T - 12,5 \text{ N} + 47,2 \text{ N} = 8,0 \text{ kg} \cdot a$$

Tenemos entonces las siguientes dos ecuaciones:

$$39,2 \text{ N} - T = 4,0 \text{ kg} \cdot a$$

$$T + 34,7 \text{ N} = 8,0 \text{ kg} \cdot a$$

Sumándolas, obtenemos:

$$73,9 \text{ N} = 12,0 \text{ kg} \cdot a$$

$$\text{Luego, } a = 6,15 \text{ m/s}^2$$

Calculamos la tensión a partir de cualquiera de las ecuaciones anteriores y obtenemos que:

$$T = 14,6 \text{ N.}$$

La aceleración del sistema es  $6,15 \text{ m/s}^2$  y la tensión de la cuerda es  $14,6 \text{ N}$ .

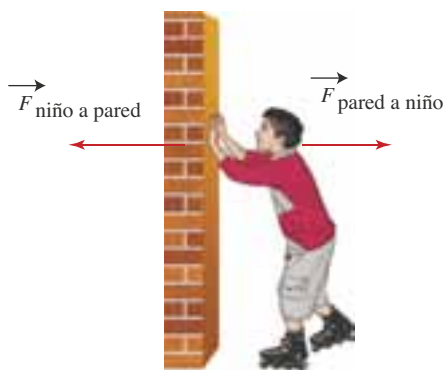


## 3. Acción y reacción

### - Tercera ley de Newton

#### 3.1 La tercera ley de Newton

En la naturaleza, las fuerzas no se presentan solas, sino que forman parte de un sistema de pares de fuerzas que actúan simultáneamente. Por ejemplo, un niño que se desliza sobre unos patines, ejerce una fuerza con sus manos sobre una pared y como consecuencia de ello, el niño se separa de la pared. Esto sucede debido a que la fuerza aplicada por el niño, genera otra fuerza contraria a la que aplicó sobre la pared, como se observa en la siguiente figura.



Para explicar situaciones como la descrita enunciamos la tercera ley de Newton o principio de acción y reacción.

#### Definición

*Si un cuerpo ejerce una fuerza (acción) sobre otro, este produce otra fuerza de la misma intensidad (reacción), pero opuesta sobre el primero.*

Es importante tener en cuenta que las fuerzas de acción y reacción se aplican sobre cuerpos distintos. Así, en el ejemplo del niño sobre patines, si consideramos que la acción es la fuerza ejercida por el niño sobre la pared, la reacción es la fuerza ejercida por la pared sobre el niño, lo cual ocasiona que este se desplace.

Las fuerzas de acción y reacción se manifiestan en la naturaleza, por ejemplo algunos animales como los calamares se desplazan cuando lanzan desde el interior de su cuerpo un líquido (tinta). El animal al expulsar la tinta ejerce fuerza sobre el líquido y, en consecuencia, por el principio de acción y reacción, el líquido ejerce fuerza sobre el animal, lo cual genera que este se desplace.

Cualquier cuerpo que se encuentre en las proximidades de la Tierra experimenta la fuerza de atracción que esta le ejerce, el peso. De acuerdo con el principio de acción y reacción, también el cuerpo ejerce una fuerza de igual intensidad y opuesta sobre la Tierra. Esto significa que debido a la fuerza ejercida por el cuerpo, la Tierra experimenta aceleración, sin embargo no se percibe, puesto que de acuerdo con la segunda ley de Newton, un objeto de mayor masa experimenta menor aceleración que uno de menor masa cuando se les ejerce la misma fuerza. Puesto que la masa de la Tierra es muy grande ( $6,0 \cdot 10^{24}$  kg), la aceleración que esta experimenta es mínima.

#### EJERCICIO

Si un cuerpo se encuentra sobre una superficie horizontal, ¿qué cuerpo ejerce la reacción a la fuerza normal?



Figura 8. Las fuerzas que se ejercen la locomotora y el vagón constituyen un par acción-reacción.

En síntesis, dos cuerpos que interactúan mutuamente ejercen fuerzas de igual intensidad pero opuestas, una de ellas la acción y la otra la reacción. Cualquiera de las dos corresponde a la acción o a la reacción. Por ejemplo, cuando una locomotora hala un vagón le ejerce fuerza y, en consecuencia, el vagón le ejerce una fuerza de igual intensidad y opuesta (figura 8). En este caso no podemos determinar cuál de las fuerzas es la acción y cuál es la reacción, ya que si consideramos que la fuerza que ejerce la locomotora es la acción, entonces la fuerza que ejerce el vagón es la reacción y si la fuerza que ejerce el vagón se considera como la acción, la fuerza que ejerce la locomotora es la reacción.

Aunque las fuerzas de acción y reacción entre pares de cuerpos, son de igual intensidad y opuestas, no ocasionan que el conjunto esté en reposo o que se mueva con velocidad constante, ya que, cada una actúa sobre un cuerpo distinto y por tanto ninguno de los dos puede estar en reposo, a menos que existan otras fuerzas que contrarresten a las anteriores. Por ejemplo, es claro que cuando la locomotora hala el vagón lo pone en movimiento. De acuerdo con el principio de acción y reacción la fuerza que ejerce la locomotora sobre el vagón es de igual intensidad y opuesta a la que ejerce el vagón sobre la locomotora, sin embargo, las fuerzas no se anulan entre sí porque actúan sobre cuerpos diferentes y entonces no podemos esperar que el sistema locomotora-vagón necesariamente se encuentre en reposo o se mueva con velocidad constante.

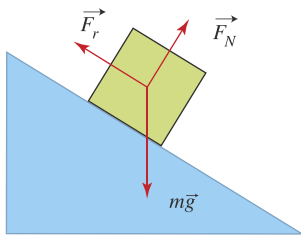
### \* EJEMPLO

#### Un cuerpo se coloca sobre un plano inclinado.

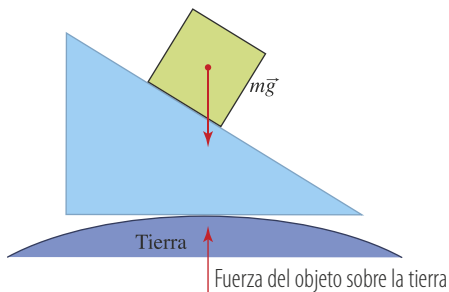
- Dibujar las fuerzas que actúan sobre el cuerpo e indicar qué cuerpo las ejerce.
- Determinar la fuerza de reacción a cada una de las fuerzas y representarlas gráficamente.

#### Solución:

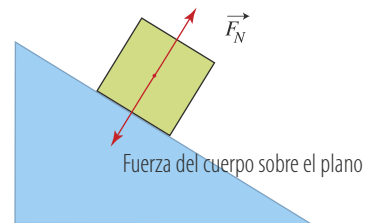
En la figura se representan las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.



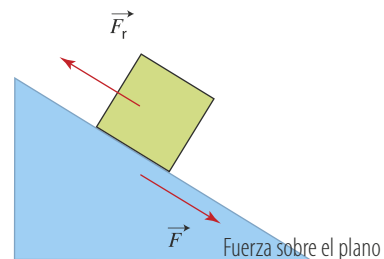
Si consideramos que el peso es la acción, entonces, la reacción es la fuerza que ejerce el objeto sobre la Tierra.



Si consideramos la fuerza normal como la acción, entonces, la reacción es la fuerza que ejerce el cuerpo sobre la superficie del plano inclinado.



La reacción a la fuerza de rozamiento es una fuerza que ejerce el cuerpo sobre la superficie como lo muestra la figura.





## 3.2 La cantidad de movimiento lineal

Alguna vez te has preguntado ¿cómo puede un karateca romper una fila de ladrillos sin romper su mano? ¿Por qué es más difícil detener una pelota cuando se mueve rápido que cuando se mueve despacio?

Como ya lo hemos dicho, para detener un objeto es necesario aplicarle una fuerza y efectivamente la experiencia nos muestra que tenemos mayor dificultad cuanto mayor es la rapidez con la que se mueve el objeto. La experiencia también nos muestra que si dos cuerpos de diferente masa se mueven con la misma rapidez, tenemos mayor dificultad para detener el cuerpo con mayor masa. Lo anterior sugiere que para describir este tipo de situaciones debemos tener en cuenta dos factores, la masa y la velocidad de los objetos. Estas dos magnitudes se relacionan con la magnitud llamada cantidad de **movimiento lineal** o **momentum lineal**.

Newton, en su obra *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, definió la cantidad de movimiento como: *La cantidad de movimiento es la medida del mismo, que nace de la velocidad y de la cantidad de materia conjuntamente.*

En la definición propuesta, Newton menciona la cantidad de materia, sin embargo, cuando definimos masa en el tema anterior, establecimos que esta es una medida de la resistencia que presenta un objeto al que se le cambia su estado de movimiento, definición de masa que es más precisa que la de cantidad de materia.

### Definición

*El momentum lineal o cantidad de movimiento lineal,  $p$ , de un cuerpo se define como el producto de la masa del cuerpo por la velocidad.*

La expresión que describe la cantidad de movimiento lineal es:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Como el producto de una magnitud escalar positiva (la masa) por un vector (la velocidad), es un vector con la misma dirección, tenemos que la dirección del vector cantidad de movimiento coincide con la dirección del vector velocidad.

Para la norma de la cantidad de movimiento se cumple que  $\vec{p} = m\vec{v}$

La unidad de medida de la cantidad de movimiento en el SI es el  $\text{kg} \cdot \text{m/s}$

Por ejemplo, si un automóvil de masa 1.000 kg se mueve con velocidad de 72 km/h hacia el norte y un camión de masa 8.000 kg se mueve con velocidad 9 km/h hacia el norte, podemos verificar que la cantidad de movimiento de los dos vehículos es la misma.

$$\begin{aligned} p_{\text{automóvil}} &= m_{\text{automóvil}} \cdot v_{\text{automóvil}} \\ p_{\text{automóvil}} &= 1.000 \text{ kg} \cdot 20 \text{ m/s} \\ p_{\text{automóvil}} &= 20.000 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \\ p_{\text{camión}} &= m_{\text{camión}} \cdot v_{\text{camión}} \\ p_{\text{camión}} &= 8.000 \text{ kg} \cdot 2,5 \text{ m/s} \\ p_{\text{camión}} &= 20.000 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \end{aligned}$$

Observemos que la cantidad de movimiento de un sistema aumenta cuando aumenta su rapidez y la masa permanece constante o cuando aumenta la masa y la rapidez permanece constante.

### EJERCICIO

Plantea un ejemplo de un automóvil cuya masa es 1.000 kg y cuya cantidad de movimiento lineal es igual a la tuya en una situación en la cual corres.





**Figura 9.** Fuerzas no tan intensas aplicadas durante largos períodos de tiempo (a) pueden producir igual impulso que fuerzas muy intensas aplicadas durante intervalos de tiempo muy cortos (b).

### 3.3 Impulso mecánico

Al cambiar la cantidad de movimiento de un cuerpo, cambia su masa o cambia su velocidad o cambian la masa y la velocidad. La experiencia diaria nos indica que, la masa de los objetos permanece constante y, por lo general, varía la velocidad, es decir, se produce una aceleración. Dicha aceleración se produce como resultado de una fuerza que actúa sobre el cuerpo durante un tiempo determinado.

Como sabemos, un factor importante en el movimiento de los cuerpos es el tiempo durante el cual se ejerce la fuerza. Si se aplica una fuerza durante un intervalo de tiempo corto, el cambio en la cantidad de movimiento es pequeño, y si se aplica la misma fuerza durante un intervalo de tiempo mayor, el cambio en la cantidad de movimiento es mayor.

Si suponemos que un cuerpo se mueve en línea recta con aceleración constante y su velocidad cambia de  $v_0$  a  $v$  durante un intervalo de tiempo  $\Delta t$ , entonces se tiene que:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{\Delta t}$$

Como  $F_{neta} = m \cdot a$

Tenemos,

$$F_{neta} = m \cdot \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{m \cdot v - m \cdot v_0}{\Delta t}$$

Si la cantidad de movimiento inicial es  $p_0 = m \cdot v_0$  y la cantidad de movimiento cuando ha transcurrido el intervalo de tiempo  $\Delta t$  es  $p = m \cdot v$ , entonces:

$$F_{neta} = \frac{p - p_0}{\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Lo cual significa que la fuerza neta que actúa sobre un cuerpo es igual a la razón de cambio de la cantidad de movimiento con respecto al tiempo. Esta expresión muestra que cuanto más intensa es una fuerza, más rápido cambia la cantidad de movimiento del objeto; de la misma manera, si la fuerza no es tan intensa, la cantidad de movimiento del objeto cambia lentamente.

El producto de la fuerza que actúa sobre un cuerpo por el tiempo durante el cual esta actúa recibe el nombre de **impulso mecánico**,  $I$ . Es decir,

$$I = F_{neta} \cdot \Delta t$$

Como  $F_{neta} \cdot \Delta t = p - p_0$ , tenemos

$$I = p - p_0$$

Es decir, que la variación de la cantidad de movimiento de un cuerpo es igual al impulso que actúa sobre el cuerpo.

Esta relación permite explicar por qué fuerzas no tan intensas como la que ejerce el lanzador en béisbol, que actúan durante un intervalo de tiempo largo (figura a), producen efectos comparables con los de fuerzas intensas, como la que ejerce el bateador de béisbol con el bate, que actúan durante intervalos de tiempo cortos (figura b).

La unidad de medida del impulso en el SI es el  $N \cdot s$ .



## \* EJEMPLO

La masa de un balón de fútbol es 450 g. Si el tiempo de contacto entre el pie y un balón en reposo, durante un puntapié, para que este adquiriera una velocidad de 20 m/s, es de  $8 \cdot 10^{-3}$  s, determinar:

- El impulso producido por el puntapié.
- La fuerza ejercida sobre el balón.

**Solución:**

- La cantidad de movimiento inicial es 0 y la cantidad de movimiento final se calcula mediante:

$$p = m \cdot v$$

$$p = 0,450 \text{ kg} \cdot 20 \text{ m/s} \quad \text{Al reemplazar}$$

$$p = 9 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{Al calcular}$$

Para determinar el impulso, tenemos:

$$I = p - p_0$$

$$I = 9 \text{ kg} \cdot \text{m/s} - 0 \quad \text{Al reemplazar}$$

$$I = 9 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{Al calcular}$$

El impulso producido por el puntapié es  $9 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

- Para calcular la fuerza ejercida sobre el balón, tenemos que:

$$I = F_{\text{neto}} \cdot \Delta t$$

$$F_{\text{neto}} = \frac{I}{\Delta t} \quad \text{Al despejar } F_{\text{neto}}$$

$$F_{\text{neto}} = \frac{9 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{8 \cdot 10^{-3} \text{ s}} \quad \text{Al reemplazar}$$

$$F_{\text{neto}} = 1.125 \text{ N} \quad \text{Al calcular}$$

La fuerza ejercida sobre el balón es 1.125 N.

## 3.4 La conservación de la cantidad de movimiento

Consideremos un sistema formado por dos esferas. Se dice que este sistema es aislado porque las únicas fuerzas que actúan sobre ellas son las que se ejercen mutuamente (figura 10).

De acuerdo con el principio de acción y reacción, la fuerza que ejerce la esfera 1 sobre la esfera 2 ( $F_{12}$ ) es de igual intensidad y opuesta a la fuerza que ejerce la esfera 2 sobre la esfera 1 ( $F_{21}$ ). Es decir,  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

Como la segunda ley de Newton, expresada en términos de la cantidad de movimiento  $p$ , establece que la fuerza es igual a la razón de cambio de la cantidad de movimiento con respecto al tiempo, tenemos que las fuerzas que experimentan la esfera 1 y la esfera 2 son respectivamente:

$$F_{21} = \frac{\Delta p_1}{\Delta t} \text{ y } F_{12} = \frac{\Delta p_2}{\Delta t}$$

Por tanto,

$$\frac{\Delta p_2}{\Delta t} = - \frac{\Delta p_1}{\Delta t}$$

El tiempo durante el cual la esfera 1 ejerce fuerza sobre la esfera 2 es igual al tiempo durante el cual la esfera 2 ejerce fuerza sobre la esfera 1, por ende, los cambios de cantidad de movimiento se relacionan mediante la expresión:

$$\Delta p_2 = -\Delta p_1$$

es decir,

$$p_2 - p_{2_0} = -(p_1 - p_{1_0})$$

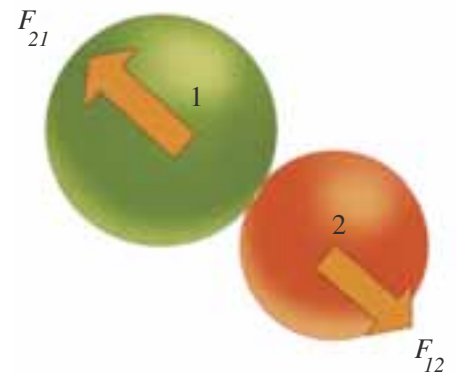


Figura 10.  $F_{12}$  y  $F_{21}$  constituyen un par acción-reacción.

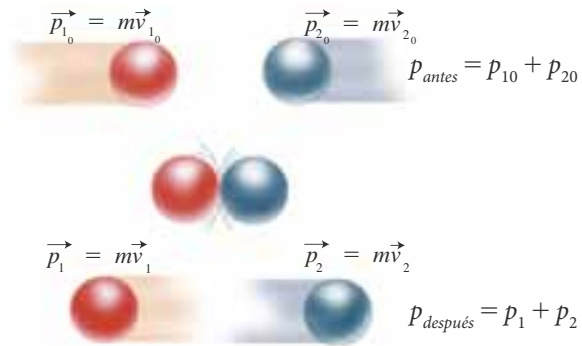


La expresión anterior significa que una disminución en la cantidad de movimiento de la esfera 1 se manifiesta como un aumento de la cantidad de movimiento de la esfera 2.

Esta relación se expresa como:

$$p_1 + p_2 = p_{1_0} + p_{2_0} = \text{constante}$$

Observemos la siguiente figura:



Se concluye que la suma de las cantidades de movimiento de dos objetos que conforman un sistema aislado, antes de que interactúen, es igual a la suma de las cantidades de movimiento de los dos objetos después de la interacción, es decir:

$$P_{antes} = P_{después}$$

En consecuencia la cantidad de movimiento de un sistema aislado permanece constante.

El principio de conservación de la cantidad de movimiento lineal es equivalente a la tercera ley de Newton. Este principio se aplica a un sistema aislado que contenga dos o más partículas. En un sistema conformado por tres partículas que interactúan, cada una experimenta como fuerza la suma de las fuerzas que le ejercen las otras dos.

## \* EJEMPLO

Después de una explosión interna un objeto de masa 4,0 kg, inicialmente en reposo, se divide en dos fragmentos, uno de los cuales, de masa 2,5 kg, sale proyectado hacia la derecha con velocidad de 40 m/s. Determinar la velocidad del otro fragmento después de la explosión.

### Solución:

Cantidad de movimiento inicial del objeto antes de la explosión es  $p_{antes} = 0$ . La cantidad de movimiento final del sistema conformado por los dos fragmentos es:

$$p_{después} = p_1 + p_2 = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2$$

$$p_{después} = 2,5 \text{ kg} \cdot 40 \text{ m/s} + 1,5 \text{ kg} \cdot v_2$$

$$p_{después} = 100 \text{ kg} \cdot \text{m/s} + 1,5 \text{ kg} \cdot v_2$$

De acuerdo con el principio de conservación de la cantidad de movimiento,

$$P_{antes} = P_{después}$$

$$0 = 100 \text{ kg m/s} + 1,5 \text{ kg} \cdot v_2$$

*Al reemplazar*

$$v_2 = -66,6 \text{ m/s}$$

*Al calcular*

La velocidad del segundo fragmento, después de la explosión es  $-66,6 \text{ m/s}$ . El signo menos indica que el segundo fragmento se mueve en sentido opuesto al primer fragmento.



### 3.5 Los sistemas de propulsión

Los sistemas de propulsión como el empleado para producir el movimiento de los cohetes son una aplicación del principio de acción y reacción (figura 11). En este caso, los gases que escapan del combustible quemado son expulsados por la parte posterior del cohete y, en consecuencia, el cohete experimenta aceleración hacia adelante debida a la fuerza que ejercen los gases expulsados.

Pero, ¿por qué un cohete se puede mover sin la interacción de cuerpo alguno? Supongamos que el cohete inicialmente se encuentra en reposo, entonces la cantidad de movimiento total del sistema es igual a cero. Una vez en movimiento, la cantidad de movimiento de los gases que escapan es igual a la cantidad de movimiento del cohete, aunque opuesta. Cuando el cohete expulsa los gases, además de recibir aceleración por efecto de la fuerza que le ejercen los gases, disminuye su masa, lo cual contribuye a que experimente un aumento en la rapidez.

En síntesis, en el movimiento de los cohetes se conjugan dos factores: el primero es la fuerza que ejercen los gases expulsados, la cual es reacción a la fuerza que la nave les ejerce al expulsarlos. El segundo factor es la continua disminución de la masa, lo cual aumenta su rapidez.

En el despegue de un cohete, los gases son expulsados a miles de metros por segundo. Algunos cohetes se denominan cohetes de múltiples etapas, debido a que en su trayecto, se despojan de algunas partes. En consecuencia, su masa disminuye significativamente aumentando de esta manera su rapidez.

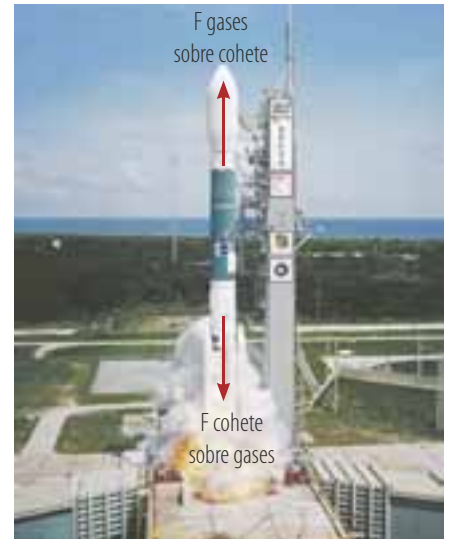
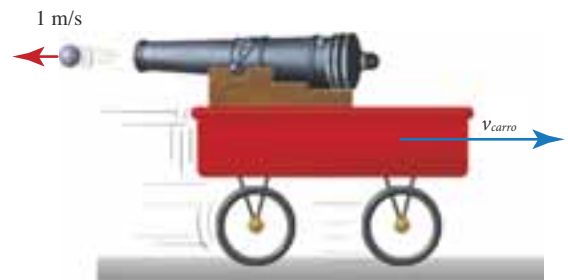


Figura 11. Cohete impulsado por un sistema de propulsión.

#### \* EJEMPLO

Un pequeño carro provisto de un cañón cuya masa total es 20,0 kg se mueve con velocidad de 5,0 m/s hacia la derecha. En determinado instante dispara un proyectil de 1,0 kg con una velocidad de 1,0 m/s, con respecto a la vía. Determinar la velocidad del carro con respecto a la vía después del disparo.



**Solución:**

Antes del disparo, la cantidad de movimiento del sistema es:

$$p_{antes} = m_{inicial\ carro} \cdot v_{inicial\ carro}$$

$$p_{antes} = 20,0\text{ kg} \cdot 5,0\text{ m/s} = 100\text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Después del disparo, la cantidad de movimiento del sistema carro proyectil es:

$$p_{después} = m_{proyectil} \cdot v_{proyectil} + m_{restante\ carro} \cdot v_{carro}$$

$$p_{después} = -1,0\text{ kg} \cdot 1,0\text{ m/s} + 19,0\text{ kg} \cdot v_{carro}$$

Como:

$$P_{antes} = P_{después}$$

$$100\text{ kg} \cdot \text{m/s} = -1,0\text{ kg} \cdot 1,0\text{ m/s} + 19,0\text{ kg} \cdot v_{carro}$$

*Al reemplazar*

$$v_{carro} = 5,3\text{ m/s}$$

*Al calcular*

La velocidad del carro después del disparo es 5,3 m/s.



## 3.6 Colisiones

En muchas situaciones cotidianas observamos que se producen colisiones entre objetos, por ejemplo, lo que sucede con las bolas de billar, o el comportamiento de las partículas de un gas. Una colisión es una interacción entre objetos en la que se produce transferencia de cantidad de movimiento, en ausencia de fuerzas externas. La cantidad de movimiento del sistema conformado por los objetos que interactúan antes de la colisión es igual a la cantidad de movimiento después de la colisión. Para la cantidad de movimiento total de un sistema en una colisión se cumple que:

$$P_{\text{antes}} = P_{\text{después}}$$

Cuando se produce una colisión entre dos objetos que se encuentran sobre una superficie es posible que la fuerza de rozamiento actúe sobre ellas, la cual es una fuerza externa. Sin embargo, la presencia de esta fuerza no le resta precisión a los cálculos que hacemos a partir de la conservación de la cantidad de movimiento, ya que la fuerza de rozamiento es muy pequeña comparada con la fuerza que se ejercen los objetos entre sí.

Puesto que la cantidad de movimiento es un vector, cuando consideramos colisiones que ocurren en el plano, como es el caso de dos objetos que colisionan pero no frontalmente, representamos la situación en el plano cartesiano y por ende, debemos tener en cuenta las componentes de la cantidad de movimiento tanto en el eje  $x$  como en el eje  $y$ .

### \* EJEMPLOS

1. Dos bolas de pool A y B de masa  $m$  se dirigen una hacia la otra, chocando frontalmente. La bola A se mueve con velocidad de 2 m/s y la bola B con velocidad de 1 m/s.

- Determinar la velocidad de la bola A, si después del choque la bola B se mueve con velocidad de 0,6 m/s en dirección contraria a la inicial.
- Construir un diagrama de vectores que ilustre el movimiento de las bolas antes y después de la colisión.

#### Solución:

Determinamos la cantidad de movimiento de las bolas antes y después de la colisión. A la velocidad de la esfera B antes de la colisión le asignamos signo menos puesto que se mueve en dirección contraria a la esfera A.

$$p_{\text{antes}} = p_{A_{\text{antes}}} + p_{B_{\text{antes}}} = m \cdot v_{A_{\text{antes}}} + m \cdot v_{B_{\text{antes}}} = m \cdot (2 \text{ m/s} - 1 \text{ m/s})$$

$$p_{\text{después}} = p_{A_{\text{después}}} + p_{B_{\text{después}}} = m \cdot v_{A_{\text{después}}} + m \cdot v_{B_{\text{después}}} = m \cdot (v_{A_{\text{después}}} + 0,6 \text{ m/s})$$

Como,

$$p_{\text{antes}} = p_{\text{después}}$$

$$m \cdot (2 \text{ m/s} - 1 \text{ m/s}) = m (v_{A_{\text{después}}} + 0,6 \text{ m/s})$$

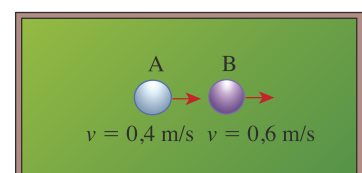
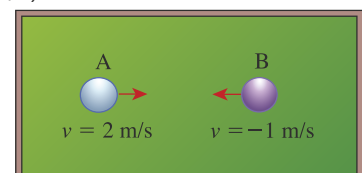
De donde:

$$2 \text{ m/s} - 1 \text{ m/s} = v_{A_{\text{después}}} + 0,6 \text{ m/s}$$

$$v_{A_{\text{después}}} = 0,4 \text{ m/s}$$

La velocidad de la esfera A después de la colisión es 0,4 m/s.

La esfera A disminuyó su rapidez pero no cambió de dirección.







2. Una esfera A de masa 0,5 kg se mueve con velocidad de 2 m/s y choca de manera no frontal con otra esfera B de masa 0,8 kg que se encuentra en reposo. Después de la colisión la esfera A se desvía 30° con respecto a su dirección inicial y se mueve con velocidad de 1 m/s. Determinar la velocidad de la esfera B después del choque.

**Solución:**

Analizamos la cantidad de movimiento del sistema antes y después de la colisión. Puesto que el proceso ocurre en el plano debemos considerar las componentes en el eje x y en el eje y.

**Antes de la colisión tenemos**

- Para la esfera A:

$$p_{A_{antes\ x}} = 0,5\text{ kg} \cdot 2\text{ m/s} = 1\text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$p_{A_{antes\ y}} = 0$$

$$\vec{p}_{A_{antes}} = (1, 0)\text{ Componentes medidas en kg} \cdot \text{m/s}$$

- Para la esfera B:

$$\vec{p}_{B_{antes\ x}} = 0\text{ y } p_{B_{antes\ y}} = 0$$

$$p_{B_{antes}} = (0, 0)$$

Por tanto,

$$\vec{p}_{antes} = \vec{p}_{A_{antes}} + \vec{p}_{B_{antes}}$$

$$\vec{p}_{antes} = (1, 0) + (0, 0) = (1, 0)$$

Componentes medidas en kg · m/s.

Después de la colisión tenemos:

- Para la esfera A:

$$v_{Ax} = 1\text{ m/s} \cdot \cos 30^\circ = 0,87\text{ m/s}$$

$$v_{Ay} = 1\text{ m/s} \cdot \sin 30^\circ = 0,5\text{ m/s}.$$

Por tanto,

$$p_{A_{después\ x}} = 0,5\text{ kg} \cdot 0,87\text{ m/s} = 0,43\text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$p_{A_{después\ y}} = 0,5\text{ kg} \cdot 0,5\text{ m/s} = 0,25\text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\vec{p}_{A_{después}} = (0,43; 0,25)$$

Componentes medidas en kg · m/s

- Para la esfera B:

$$\vec{p}_{B_{después}} = (p_{Bx}; p_{By})$$

$$\vec{p}_{después} = (0,43; 0,25) + (p_{Bx}; p_{By})$$

$$\vec{p}_{después} = (0,43 + p_{Bx}; 0,25 + p_{By})$$

Componentes medidas en kg · m/s

Puesto que:

$$\vec{p}_{antes} = \vec{p}_{después}$$

$$(1, 0) = (0,43 + p_{Bx}; 0,25 + p_{By})$$

Luego,

$$1 = 0,43 + p_{Bx}$$

$$0 = 0,25 + p_{By}$$

Por tanto,

$$p_{Bx} = 0,57\text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$p_{By} = -0,25\text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

De donde,

$$0,8\text{ kg} \cdot v_{Bx_{después}} = 0,57\text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$0,8\text{ kg} \cdot v_{By_{después}} = -0,25\text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Luego,

$$v_{Bx} = 0,71\text{ m/s y}$$

$$v_{By} = -0,31\text{ m/s}$$

La velocidad de la esfera B después de la colisión se representa por el vector:

$$\vec{v}_{B_{después}} = (0,71, -0,31)$$

Componentes medidas en m/s.

La norma del vector velocidad de la esfera B después de la colisión es:

$$\|v_{B_{después}}\| = \sqrt{(0,71\text{ m/s})^2 + (0,31\text{ m/s})^2} = 0,77\text{ m/s}$$

El ángulo que forma la velocidad de B con la dirección inicial de la esfera A se calcula mediante:

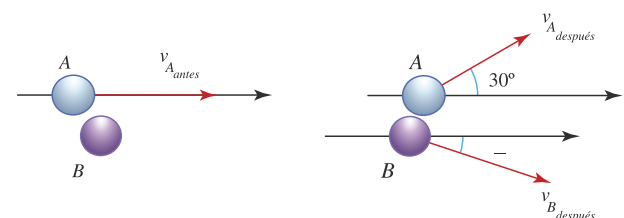
$$\tan \alpha = \frac{-0,31}{0,71} = -0,4$$

Luego,

$$\alpha = \tan^{-1}(-0,4).$$

$$\alpha = -21,8^\circ$$

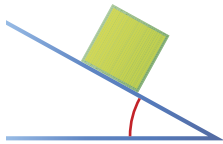
La esfera B, se mueve con velocidad de 0,77 m/s formando un ángulo de -21,8° con la dirección inicial de la esfera A, como muestra la figura.



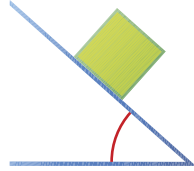
**i** Interpreta

- 1 Construye el diagrama de fuerzas que actúan sobre tu cuerpo cuando estás de pie sobre el suelo.
- 2 Responde. ¿En cuál de los siguientes casos la fuerza de rozamiento es mayor, si las masas de los dos cuerpos son iguales y entre la superficie y el cuerpo hay el mismo coeficiente de rozamiento?

a.



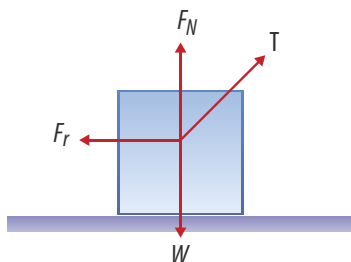
b.



- 3 Una esfera de 6 kg de masa inicialmente en reposo explota dividiéndose en tres fragmentos. Dos de ellos con igual masa de 1,5 kg salen con velocidades perpendiculares entre sí de 8 m/s. ¿Cuál es la norma y dirección de la velocidad del tercer fragmento?
- 4 Dos esferas de masas iguales que se mueven a 2 m/s en direcciones que forman entre sí un ángulo de  $90^\circ$ , chocan y después de la colisión, quedan unidas. Determina la velocidad del conjunto.
- 5 Responde. ¿En qué se basa el funcionamiento de un dinamómetro?

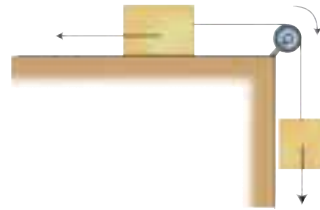
**o** Argumenta

- 6 Responde. ¿Puede un cuerpo sobre el cual la fuerza neta sea cero estar en movimiento? Da un ejemplo.
- 7 Responde. ¿Cómo debe ser el valor de  $F_N$  en la figura para que el sistema esté en equilibrio? ¿Por qué?



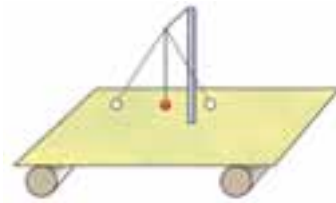
- 8 Responde. ¿Por qué razón las fuerzas de acción y reacción no se anulan si son de la misma magnitud y direcciones contrarias?

- 9 Explica por qué si la fuerza neta sobre un cuerpo es cero, su cantidad de movimiento permanece constante.
- 10 Observa el dibujo.

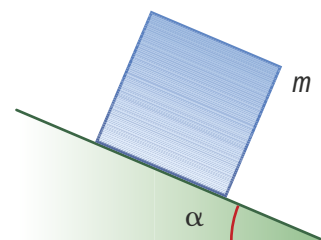


¿Qué condiciones se deben dar para que se mueva el objeto que se encuentra sobre la superficie horizontal?

- 11 Sobre un carrito que inicialmente se mueve a una velocidad  $v$ , se colocan suavemente dos bloques, uno por uno. ¿Qué sucede con la velocidad  $v$ , cada vez que se coloca un bloque?
- 12 Imagina que colocas un cartón sobre un par de rodillos y sobre él un soporte liviano que sostiene un péndulo como muestra la figura. Si se coloca a oscilar el péndulo, ¿cómo es el movimiento del carrito? ¿Por qué?

**o** Propone

- 13 Responde. ¿Es posible encontrar un ejemplo de un cuerpo que se mueva en sentido diferente a la fuerza neta que actúa sobre él? ¿Cuál?
- 14 Un cuerpo de masa  $m$ , cae a lo largo de un plano inclinado. El coeficiente de rozamiento es  $\mu_c$ .
  - a. Construye el diagrama de fuerzas que actúan sobre  $m$ .
  - b. Demuestra que la aceleración del cuerpo es  $a = g(\sin \alpha - \mu_c \cos \alpha)$ .





# Actividades



## Verifica conceptos

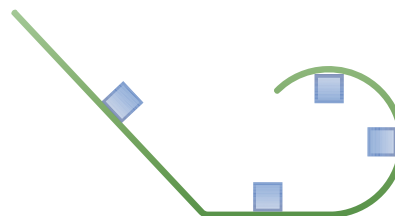
- 1 Responde. ¿Qué es un sistema de referencia inercial?
- 2 Responde. ¿Qué instrumento se utiliza para medir la fuerza? Explica cómo funciona.
- 3 Escribe V, si el enunciado es verdadero o F, si es falso.
  - Para que un cuerpo se mueva con velocidad constante, es necesario que los efectos de las fuerzas que actúan sobre él, se anulen entre sí.
  - La suma de todas las fuerzas que actúan simultáneamente sobre un cuerpo recibe el nombre de fuerza neta.
  - La fuerza que ejerce el Sol sobre los planetas es una fuerza de contacto.
  - En el sistema británico la unidad de medida de la fuerza es la libra (lb).
  - Se la suma de las fuerzas que actúan sobre un objeto es igual a cero, el cuerpo se encuentra en reposo.
- 4 La fuerza que actúa entre los protones y los neutrones para formar los núcleos atómicos, recibe el nombre de:
  - a. nuclear fuerte
  - b. electromagnética
  - c. gravitacional
  - d. nuclear débil.
- 5 Responde. ¿Qué representa  $k$ , en la expresión matemática que describe la ley de Hooke?
- 6 Determina cuál de las siguientes fuerzas experimenta un cuerpo que descansa sobre una superficie:
  - a. Peso
  - b. Normal
  - c. Fricción
  - d. Tensión



## Analiza y resuelve

- 7 Responde. ¿Qué fuerza ocasiona que un jugador de hockey pueda detenerse sobre la pista cuando se desliza?
- 8 Un automóvil a gran velocidad llega a una esquina y al intentar dar el giro el conductor pierde el control. Describe cómo puede ser el movimiento del carro. Justifica tu respuesta.

- 9 Responde. ¿Qué condiciones deben cumplir dos fuerzas para que al ser aplicadas sobre un mismo cuerpo, este se mueva con velocidad constante?
- 10 Responde. ¿Por qué hay que aplicar más fuerza para empujar un carro cuando está quieto que cuando se mueve con velocidad constante?
- 11 Dibuja la fuerza normal que experimenta el cuerpo en cada una de las siguientes posiciones mostradas.



## Problemas básicos

- 12 Se tienen dos resortes y la constante elástica de uno es igual a la mitad de la constante elástica del otro. Si el de mayor constante requiere de una fuerza de 25 N para elongarse 5 cm, ¿cuánto se elongará el otro al aplicarle una fuerza de 50 N?
- 13 A un resorte que pende verticalmente se le aplican fuerzas en uno de sus extremos, y se mide el alargamiento generado por la acción de cada fuerza. Los datos se muestran en la siguiente tabla:

| Fuerza (N) | Alargamiento (cm) |
|------------|-------------------|
| 0          | 0                 |
| 4          | 2                 |
| 8          | 4                 |
| 12         | 6                 |
| 16         | 8                 |
| 20         | 10                |
| 24         | 12                |
| 28         | 14                |
| 32         | 16                |
| 36         | 18                |

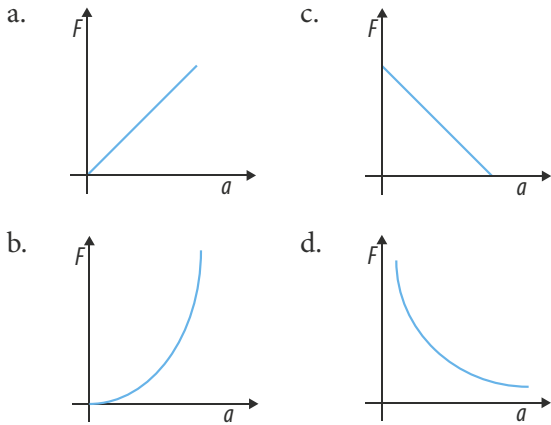
- a. Construye la gráfica de fuerza en función del alargamiento del resorte.
- b. Determina el valor de la constante elástica del resorte.
- c. Responde. ¿Cuánto se estira el resorte al aplicar una fuerza de 40 N?





**Verifica conceptos**

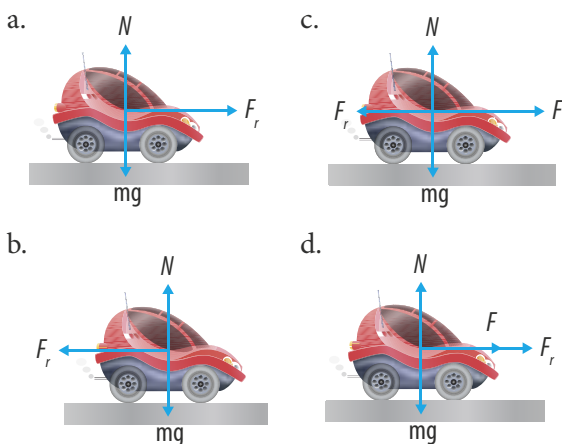
1 Responde. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa la relación entre la fuerza y la aceleración planteada en la segunda ley de Newton?



2 Escribe V, si el enunciado es verdadero y F, si es falso.

- Para determinado cuerpo, cuando la fuerza se duplica, la aceleración se reduce a la mitad.
- La masa de un cuerpo es seis veces menor en la Tierra que en la Luna.
- La fuerza de rozamiento estático toma un valor que varía.
- Una bomba que flota en el aire no experimenta fuerza de atracción gravitacional.
- El coeficiente de rozamiento entre dos superficies es generalmente mayor que 1.

3 Julián da un empujón a su carrito de juguete sobre una mesa horizontal con fricción. El diagrama que representa las fuerzas que actúan sobre él es:



4 Tres personas tienen los siguientes pesos  $w_A = 568,4 \text{ N}$ ,  $w_B = 539 \text{ N}$  y  $w_C = 607,6 \text{ N}$ . ¿Cuáles son sus masas?

5 El coeficiente de rozamiento entre dos superficies depende de:

- a. el área en contacto.
- b. la masa de cada cuerpo.
- c. el tipo de superficies en contacto.
- d. la fuerza aplicada sobre el cuerpo para deslizarlo sobre la superficie.

6 La fuerza de rozamiento puede ser estática o cinética; ¿cuál de las dos es mayor y por qué?

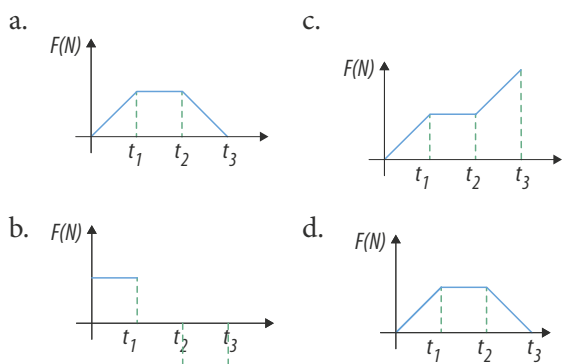
**Analiza y resuelve**

7 Pedro y su hermanita hacen una apuesta de quién lanza más lejos una canica aplicándole aproximadamente la misma fuerza. Pedro da a su hermanita la canica más pequeña que tiene y él, utiliza su canica más grande. ¿Crees que Pedro ganará? ¿Por qué?

8 Comenta con tus compañeros la precisión de las siguientes expresiones.

- a. El pateó con mucha fuerza.
- b. Para el arquero fue muy difícil detener el balón porque se movía con mucha fuerza.
- c. El pesista tiene mucha fuerza.
- d. La velocidad realiza fuerza sobre los objetos.

9 Un camión parte del reposo y al cabo de un tiempo  $t_1$ , alcanza una velocidad  $v$ , con la que se mueve hasta un tiempo  $t_2$ , luego aplica los frenos y se detiene en el instante  $t_3$ . La gráfica que muestra el comportamiento de la fuerza neta sobre el camión es:

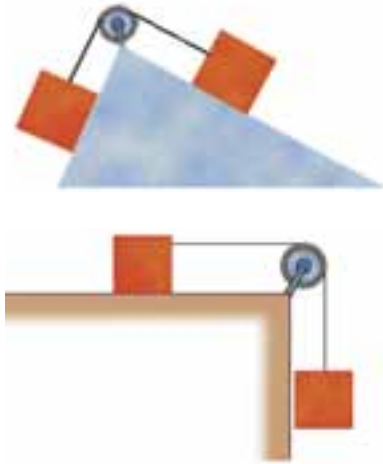








- 24 Un nadador de 55 kg de masa, se lanza desde el borde de un acantilado de 30 m de altura. Si toca el agua 3 s después de lanzarse, ¿cuál es el valor de la fuerza de rozamiento que ejerce el aire sobre el nadador?
- 25 Una caja de 8 kg de masa es empujada sobre un piso horizontal, mediante una fuerza de 90 N que forma un ángulo de  $40^\circ$  bajo la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento cinético es 0,25, determina si la caja se mueve con velocidad constante, y en caso contrario, determina la aceleración que experimenta.
- 26 Para los siguientes sistemas determina el valor de la aceleración y la tensión en la cuerda si  $m_A = 8$  kg,  $m_B = 12$  kg y  $m_c = 0,15$ .

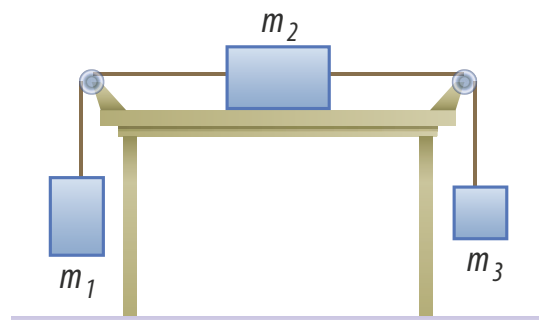


- 27 Se tiene un cajón de madera de 50 kg sobre una superficie horizontal rugosa; si se requiere una fuerza paralela al plano de 90 N para que apenas comience a moverse y una fuerza de 70 N para que se mueva con velocidad constante,
- ¿cuál es el valor del coeficiente de rozamiento estático?
  - ¿cuál es el valor del coeficiente de rozamiento cinético?
- 28 Una ambulancia de 1.800 kg, desciende por una calle empinada de 800 m de longitud que forma un ángulo de  $28^\circ$  con la horizontal. Si la ambulancia lleva una aceleración de  $1,5 \text{ m/s}^2$ , y parte del reposo,
- ¿cuál es el valor de la fuerza de rozamiento?
  - ¿en cuánto tiempo llega la ambulancia al final de la calle?
  - ¿cuál es su velocidad en ese instante?

- 29 Un niño baja en su monopatín por una pendiente de  $20^\circ$  de inclinación; con un coeficiente de rozamiento cinético  $\mu_c = 0,2$ .
- ¿Qué aceleración alcanza el niño?
  - ¿Necesitas conocer la masa del niño y su monopatín? ¿Por qué?

Problemas de profundización

- 30 Un avión de 10.000 kg toca la pista de aterrizaje a una velocidad de 600 km/h y el sistema de frenado experimenta una fuerza de 110.000 N. Determina:
- La aceleración del avión.
  - La longitud mínima de la pista para que el avión pueda aterrizar.
- 31 ¿Qué fuerza horizontal se debe aplicar a un cubo de madera de 4 kg de masa, para que al ser empujado en un plano horizontal rugoso con un coeficiente de rozamiento cinético  $\mu_c = 0,3$  alcance una aceleración de  $3 \text{ m/s}^2$ ? ¿Qué distancia recorre y qué velocidad alcanza al cabo de 7 s?
- 32 Un niño hala su camión de madera sobre una superficie horizontal, mediante una cuerda a la que le aplica una fuerza de 35 N. Si el camión tiene una masa de 5,5 kg y la fuerza de fricción es de 21 N, ¿qué ángulo forma la cuerda con la horizontal para que el cuerpo se mueva con velocidad constante? ¿Cuál es el valor del coeficiente de rozamiento cinético entre el camión y la superficie?
- 33 Determina la aceleración del sistema y la tensión en las cuerdas si la masa  $m_1 = 16$  kg, la masa  $m_2 = 8$  kg, la masa  $m_3 = 4$  kg y el coeficiente de rozamiento cinético entre la masa  $m_2$  y el plano es  $\mu_c = 0,25$ .





# Actividades



## Verifica conceptos

1 Marca V, si la afirmación es verdadera o F, si la afirmación es falsa. Justifica tu respuesta.

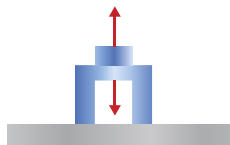
- Toda fuerza en la naturaleza tiene su par que actúa simultáneamente con ella.
- El impulso es la relación entre la masa, la velocidad y el movimiento del cuerpo.
- La cantidad de movimiento en un sistema aislado se mantiene constante.
- La cantidad de movimiento de un sistema, en una colisión, es la misma antes y después de la colisión.

2 Responde. Cuál de los siguientes pares de fuerzas indicados no representa un par de fuerzas de acción y reacción?

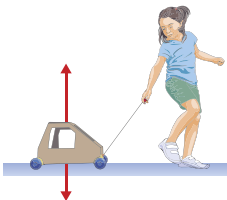
a.



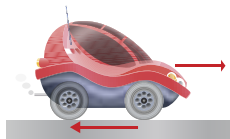
c.



b.



d.



3 El choque de dos bolas de billar es una colisión elástica o inelástica? ¿Por qué?

4 Responde. ¿Qué es un sistema aislado?



## Analiza y resuelve

5 Si la fuerza que ejercen los gases expulsados sobre un cohete es constante, ¿por qué la aceleración del cohete puede ser cada vez mayor?

6 Explique por qué al disparar un rifle este puede golpear a la persona con la culata.

7 Responde. ¿Es posible clavar de un solo golpe una puntilla en la pared? ¿Por qué?

8 Responde. ¿Qué diferencia existe entre los vehículos diseñados para desplazarse en el asfalto, el hielo y la arena? ¿A qué se deben estas diferencias?

9 En una granja, al abrir la puerta del establo salen corriendo, con la misma cantidad de movimiento, una oveja y una gallina. Si la oveja tiene mayor cantidad de masa que la gallina, determina cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera.

- a. La oveja se mueve con menor velocidad que la gallina.
- b. La gallina se mueve con menor velocidad que la oveja.
- c. La gallina y la oveja tienen la misma velocidad.
- d. Es más fácil detener a la gallina.

10 Una granada, inicialmente en reposo, estalla en dos trozos. Si uno de ellos sale hacia el este, ¿hacia dónde saldrá el otro? ¿Por qué?

11 Un patinador se encuentra en reposo sobre una pista de hielo. Otro patinador viene hacia él y lo golpea. Si los dos patinadores tienen el mismo peso, ¿qué ocurre con el segundo patinador después del golpe?

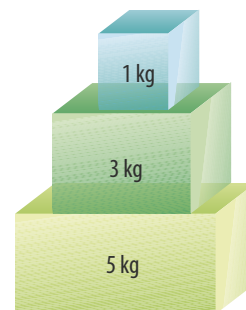
12 En un partido de fútbol el arquero se estira y tapa con sus manos un lanzamiento a portería, golpeando el balón con una fuerza de 18 N. ¿Qué fuerza ejerce el balón sobre sus manos?



## Problemas básicos

13 Un tenista golpea la pelota con una fuerza de 12 N. ¿Qué fuerza ejerce la pelota sobre la raqueta?

14 En un supermercado, para organizar un mostrador de promoción de un producto se colocan tres cajas grandes de cartón una sobre otra como muestra la figura. Dibuja y describe todos los pares de fuerzas de acción y reacción.



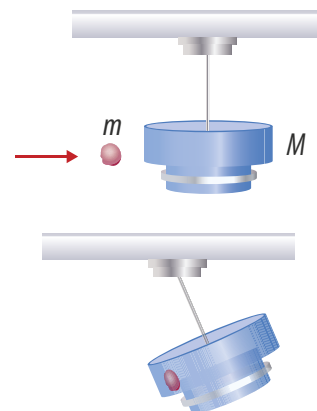


- 15** Una señora empuja el coche con su bebé con una fuerza de 15 N formando un ángulo de  $35^\circ$  bajo la horizontal.
- ¿Qué fuerza ejerce el coche sobre ella?
  - Dibuja la dirección de la fuerza que realiza el coche sobre ella.
- 16** Una silla de 4 kg de masa se coloca sobre el suelo, luego una persona de 45 kg se sienta en la silla.
- ¿Cuál es el módulo y la dirección de la fuerza de acción que ejerce la silla sobre el piso, antes de que se siente la persona?
  - ¿Con qué módulo y en qué dirección ejerce el suelo la fuerza de reacción cuando la persona se sienta en la silla?
- 17** Un niño le pega con sus dedos a una canica de 4 g de masa que inicialmente se encuentra en reposo, sometiéndola a un impulso de 7 N/s. ¿Qué velocidad adquiere la canica?
- 18** En un juego de fútbol americano un jugador de 85 kg que corre a 10 m/s, embiste frontalmente a otro jugador de 70 kg, que viene corriendo a 8 m/s, llevándose con él agarrado por la cintura. ¿A qué velocidad se mueven los dos mientras uno lleva al otro por la cintura?
- 19** El mejor tiempo alcanzado en una carrera de 100 m planos es 9,2 s. ¿Cuál es la cantidad de movimiento promedio de un corredor de 60 kg que termina la carrera en dicho tiempo?
- 20** Un balón de voleibol de 280 g de masa, llega a los brazos de una jugadora a una velocidad de 22 m/s, quien lo golpea y devuelve en la misma dirección con una velocidad de 14 m/s. Si el tiempo de contacto del balón con la jugadora es de 0,03 s, ¿con qué fuerza golpeó la jugadora el balón?
- 21** Una bala de 0,8 g, está en la recámara de un rifle cuando se genera la explosión que la pone en movimiento. Si el cañón del rifle mide 56 cm y la bala sale con una velocidad de 120 m/s, responde.
- ¿qué fuerza experimenta la bala?
  - ¿cuál es el impulso generado por la explosión sobre la bala?
- 22** En una práctica de polígono una persona dispara una pistola de 4 kg de masa. Si el proyectil sale con una velocidad de 180 m/s y tiene una masa de 5 g, ¿cuál es la velocidad de retroceso de la pistola?



Problemas de profundización

- 23** Un automóvil viaja a una velocidad de 20 m/s por una avenida y una moto viaja a 14 m/s por una calle perpendicular a la avenida; los dos se aproximan al mismo tiempo al cruce del semáforo que se encuentra dañado. La moto y el automóvil siguen su camino estrellándose de tal manera que la moto queda incrustada en el carro. ¿Cuál es la magnitud y dirección de la velocidad con la que se mueven después del choque?
- 24** Un cuerpo de 11 kg de masa, inicialmente en reposo, estalla dividiéndose en tres fragmentos. Dos de los trozos, cada uno con 4 kg de masa, se mueven con una velocidad de 10 m/s, y formando entre sí un ángulo de  $70^\circ$ . ¿Qué velocidad tiene el tercer fragmento?
- 25** Una ballesta dispara una flecha de 15 g de masa que se mueve con una velocidad de 115 m/s y se dirige hacia un objeto de madera de 15 g, que se encuentra en reposo sobre una mesa. El coeficiente de rozamiento entre la caja de madera y la superficie de la mesa es de 0,4. Si la flecha se incrusta en la caja, determina:
- La velocidad con que se mueve el conjunto después del choque.
  - El espacio recorrido por el conjunto hasta quedar en reposo.
- 26** Un niño juega con un trozo de plastilina de masa  $m$  y lo lanza horizontalmente contra una lámpara de masa  $M$  que pende del techo. Después del golpe la plastilina queda pegada a la lámpara y hace que se eleve una altura  $h$ , con respecto al punto donde estaba. ¿Cuál sería la expresión de la velocidad de la plastilina en términos de las masas y la altura  $h$ ?





## El dinamómetro

El dinamómetro es un instrumento de medida que se utiliza para medir la intensidad de las fuerzas. Su funcionamiento se basa en las propiedades elásticas que tienen algunos materiales al ser deformados por la acción de la fuerza.

En la siguiente práctica aprenderás a construir y calibrar un dinamómetro.

### Conocimientos previos

Fuerzas elásticas, características de las fuerzas y tipos de fuerza.

### Materiales

- 1 tabla cuadrada de 30 cm × 40 cm.
- Un bloque de madera de 5 cm de lado y 10 cm de alto.
- 1 tornillo.
- 1 armella o alcayata.
- 1 clip.
- 1 banda de caucho.
- 1 vaso de icopor.
- Cuerda.
- Cinta adhesiva.
- Hoja de papel.
- Monedas de la misma denominación.

### Procedimiento

1. Atornilla el bloque de madera al centro de la tabla.
2. Clava la armella o alcayata en una de las caras del bloque para suspender de ella la banda de caucho.
3. Con el fondo del vaso de icopor, realiza un plato que vas a utilizar para colocar los objetos que vas a pesar.
4. Amarra tres pedazos de cuerda al plato.
5. Fija los extremos de la cuerda al clip con cinta adhesiva.
6. Con el clip, cuelga el plato de la banda de caucho.



### Análisis de resultados

1. Con ayuda de tu profesor calibra el dinamómetro por medio de una balanza. Luego, establece en la hoja una escala en gramos y fíjala sobre la tabla.
2. Coloca monedas sobre el plato y realiza cinco mediciones diferentes. Luego, grafica la fuerza en newtons en función de la distancia que se elonga la banda de caucho.





## La fuerza de rozamiento

Cuando un objeto se encuentra en reposo sobre una superficie e intentamos deslizarlo a lo largo de esta, aplicándole una fuerza, encontramos que podemos aumentar la fuerza aplicada hasta cierto valor sin lograr que el objeto se mueva. Mientras el objeto no se mueve, la fuerza que aplicamos es de igual o menor valor que la fuerza de rozamiento estático ejercida sobre el cuerpo. Al aumentar la fuerza aplicada, la fuerza de rozamiento estático aumenta justo un instante antes de que el objeto empiece a moverse, la fuerza de rozamiento estático alcanza su máximo valor. En esta práctica vas a medir la fuerza de rozamiento estático máxima y a describir los factores de los cuales depende dicha fuerza.

### Conocimientos previos

Fuerzas de la naturaleza, principio de inercia y fuerzas comunes.

### Materiales

- Bloque de caras rectangulares, las cuales deben tener una textura similar y  $W$  conocido.
- Trozo de papel de lija.
- Cuerda.
- Dinamómetro.
- Superficie sobre la cual deslizarás el bloque, por ejemplo vidrio.



### Procedimiento

1. Cubre con el papel de lija una de las caras del bloque.
2. Coloca el bloque en la superficie horizontal de tal manera que quede apoyado sobre una de las caras que no están cubiertas por lija.
3. Ata el dinamómetro al bloque y, manteniendo una dirección horizontal, hala de él con una fuerza tan pequeña que el borde no se mueva.
4. Aumenta poco a poco la fuerza, de manera que, para algún valor de esta, el bloque empiece a moverse. Registra este valor en la tabla. Repite dos veces más la medición de la fuerza necesaria para que el objeto empiece a moverse y registra los dos datos en la tabla 1. En la última casilla anota el promedio de las tres medidas.
5. Coloca el bloque de manera que quede apoyado sobre otra de las caras que no tiene lija y cuya área sea diferente a la de la cara considerada en los pasos anteriores. Repite el procedimiento anterior y registra los datos en la tabla 2:
6. Coloca el bloque sobre la cara cubierta por lija y repite el experimento (tabla 3).
7. Con base en los datos, completa la tabla 4.

**Tabla 1** Sobre una cara del bloque sin lija

|           |  |
|-----------|--|
| 1 medida  |  |
| 2 medida  |  |
| 3 medida  |  |
| $\vec{F}$ |  |

**Tabla 2** Sobre otra cara del bloque sin lija

|           |  |
|-----------|--|
| 1 medida  |  |
| 2 medida  |  |
| 3 medida  |  |
| $\vec{F}$ |  |

**Tabla 3** Sobre la cara del bloque con lija

|           |  |
|-----------|--|
| 1 medida  |  |
| 2 medida  |  |
| 3 medida  |  |
| $\vec{F}$ |  |

**Tabla 4**

|                                     | $\vec{w}$ | $F$ | $F_r$ | $F_N$ | $m$ |
|-------------------------------------|-----------|-----|-------|-------|-----|
| Sobre una cara del bloque sin lija  |           |     |       |       |     |
| Sobre otra cara del bloque sin lija |           |     |       |       |     |
| Sobre la cara del bloque con lija   |           |     |       |       |     |

### Análisis de resultados

1. ¿En qué caso es mayor la fuerza de rozamiento?
2. ¿Cómo es el coeficiente de rozamiento,  $m$ , en los diferentes casos?
3. ¿Qué puedes decir de la medida registrada en el dinamómetro una vez que el objeto se ha puesto en movimiento?
4. ¿A qué atribuye que se obtengan diferentes medidas para la fuerza  $F$  cuando se hala el bloque, apoyado por la misma cara?

# Puente del Estrecho de Bering

La construcción del puente del Estrecho de Bering es un proyecto muy ambicioso por la magnitud de la construcción que permitiría comunicar a Siberia y Alaska. En total se deben construir 85 km de autopista que traerían facilidad en el transporte de mercancía, pasajeros y hasta combustibles fósiles como el petróleo y el gas natural.

*Para la base del puente se necesitarían 220 pilares de 50.000 toneladas y 40 pisos de altura para soportar el peso de toda la estructura y generar mayor estabilidad. Deben ser fabricadas en un material especial que soporte temperaturas de hasta 50 °C bajo cero.*

*En la planta baja se encontrarán tubos que transportan durante el año petróleo y gas hacia Norte América.*



La idea de construir un puente que una dos continentes va más allá de lo pensado y es construir autopistas que permitan unir a África, Europa, Asia y América desde el Cabo de Buena Esperanza en Suráfrica hasta la Patagonia en Argentina.



*Para soportar cada parte del puente, también son necesarios cables cubiertos por concreto para lograr mayor resistencia y durabilidad.*

La construcción del puente del Estrecho de Bering es un proyecto muy ambicioso por la magnitud de la construcción que permitiría comunicar a Siberia y Alaska. En total se deben construir 85 km de autopista que traerían facilidad en el transporte de mercancía, pasajeros y hasta combustibles fósiles como el petróleo y el gas natural.

*Contará con una autopista para carros y camiones que funcionará solamente 4 meses al año durante el verano ártico.*

El proyecto también tiene aspectos negativos como una catástrofe ecológica en esta parte de la Tierra considerada como reserva natural.

*Los trenes son de alta velocidad y tienen una forma especial que les permite menor fricción con el aire y así aprovechar la energía en velocidad.*



Cada pilar debe tener la forma de la proa de un barco para eliminar la fricción con los bloques de hielo que chocarían constantemente con la estructura del puente.



# 5

## El movimiento de rotación

### Temas de la unidad

1. El movimiento circular
2. La mecánica celeste
3. Rotación de sólidos





### ? Para pensar...

El estudio del movimiento de los objetos celestes ha sido del interés de físicos, filósofos, matemáticos, astrónomos y de muchas personas que desean desentrañar sus misterios. Las leyes de la dinámica y la ley de gravitación universal propuestas por Newton proporcionaron un modelo de explicación del comportamiento del universo.

Los movimientos de rotación, muy frecuentes en la naturaleza, no sólo son descritos por los objetos celestes, muchos mecanismos como motores y máquinas basan su funcionamiento en este movimiento.

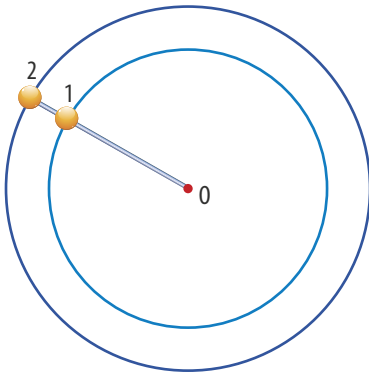
Hasta el momento hemos considerado los objetos como partículas puntuales, sin embargo, cuando consideramos que los objetos tienen dimensiones, debemos ampliar nuestro estudio al movimiento de los cuerpos sólidos, los cuales no se pueden considerar como cuerpos puntuales ya que pueden experimentar movimiento de rotación.

En esta unidad, estudiaremos el movimiento de rotación y estableceremos relación con el movimiento de los objetos celestes.

### • Para responder...

- ¿Cómo determinarías la rapidez de la Tierra alrededor del Sol?
- ¿Qué sistemas conoces que funcionen por medio de engranajes?
- ¿Qué fuerzas hacen que una escalera recargada contra una pared no se deslice?





**Figura 1.** La esfera 2 recorre mayor distancia que la esfera 1 en el mismo tiempo, lo cual significa que se mueve con mayor rapidez.

# 1. El movimiento circular

## 1.1 La velocidad en el movimiento circular

### 1.1.1 La velocidad angular

Consideremos dos esferas sujetas a una varilla que gira alrededor del punto O (figura 1). En consecuencia las esferas describen circunferencias con centro en dicho punto. Si el radio de la circunferencia que describe la esfera 1 es de 2 m, la distancia recorrida mientras da una vuelta es:

$$s = 2\pi \cdot r$$

$$s = 2 \cdot 3,14 \cdot 2 \text{ m} = 12,6 \text{ m}$$

Ahora, si la esfera da una vuelta en 3 segundos, tenemos que la rapidez media es:

$$\text{Rapidez media} = \frac{\text{camino recorrido}}{\text{tiempo empleado}}$$

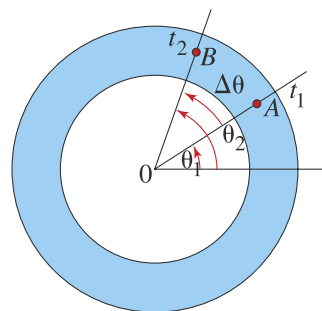
$$\text{Rapidez media} = \frac{126 \text{ m}}{3 \text{ s}} = 4,2 \text{ m/s}$$

El radio de la trayectoria de la esfera 2 es mayor que el radio de la esfera 1. Puesto que la varilla es rígida, mientras esta gira, las dos esferas permanecen una al lado de la otra. La rapidez de la esfera 2 debe ser mayor que la rapidez de la esfera 1. Durante un intervalo de tiempo, la varilla describe determinado ángulo el cual corresponde a lo que se conoce como desplazamiento angular.

#### Definición

El *desplazamiento angular*,  $\Delta\theta$ , se define como el ángulo determinado por la línea que une el centro de la trayectoria con el objeto. La unidad de medida del desplazamiento angular es el **radián** (rad).

En la siguiente figura, se ilustra el desplazamiento angular de un objeto que se mueve desde el punto A al punto B.



Se puede observar que el objeto en el instante  $t_1$  ocupa la posición determinada por el ángulo  $\theta_1$  y en un instante posterior  $t_2$  ocupa la posición determinada por el ángulo  $\theta_2$ . La velocidad angular media,  $\omega$ , que describe el movimiento del objeto, es el cociente entre el ángulo de barrido  $\Delta\theta$  y el tiempo empleado  $\Delta t$ . Es decir,

$$\vec{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$$

En el SI, la velocidad angular se mide en radianes por segundo (rad/s).



Para el ejemplo de la introducción, se puede decir que las esferas no se mueven con la misma rapidez; sin embargo, la velocidad angular para las dos es la misma, puesto que, en el mismo intervalo de tiempo, los ángulos barridos por las dos son iguales.

La expresión para la velocidad angular media es análoga a la definición de velocidad media definida en la unidad 2. Sabemos que cuando el intervalo de tiempo se hace muy pequeño, la velocidad media se aproxima a la velocidad instantánea. Así mismo, cuando el intervalo de tiempo para un objeto que describe un movimiento circular se hace muy pequeño, la velocidad angular media se aproxima al valor de la velocidad angular instantánea.

### \* EJEMPLO

**La distancia media de la Tierra al Sol es  $1,5 \cdot 10^{11}$  m. Si se considera que la trayectoria que describe la Tierra alrededor del Sol es circular. Determinar:**

- La velocidad angular de la Tierra alrededor del Sol.
- La rapidez de la Tierra alrededor del Sol.

**Solución:**

Para determinar la velocidad angular, sabemos que la Tierra da una vuelta alrededor del Sol en 365 días, es decir, en  $3,2 \cdot 10^7$  segundos. Por tanto,

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{3,2 \cdot 10^7 \text{ s}} = 2,0 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}$$

La velocidad angular de la Tierra en su movimiento alrededor del Sol es  $2,0 \cdot 10^{-7}$  rad/s.

Para determinar la rapidez, tenemos que:

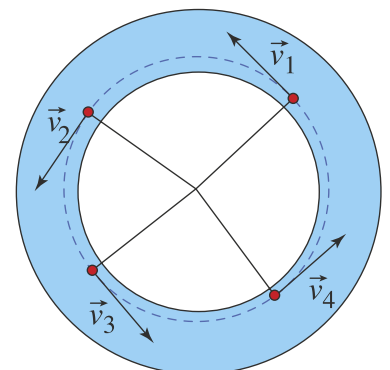
$$\text{Rapidez media} = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo empleado}} = \frac{2\pi \cdot 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}}{3,2 \cdot 10^7 \text{ s}} = 2,9 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

La rapidez de la Tierra es  $2,9 \cdot 10^4$  m/s, lo cual equivale a 104.400 km/h

## 1.1.2 Relación entre la velocidad lineal y la velocidad angular

Para un objeto que describe una trayectoria circular, como la representada en la figura 2, el vector velocidad instantánea  $\vec{v}$  es tangente a la trayectoria, cuya norma corresponde a la rapidez  $v$  del objeto en determinado instante. La velocidad en un movimiento circular se denomina **velocidad lineal**.

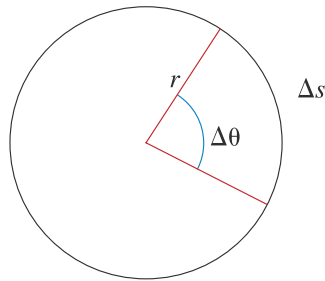
En algunas situaciones, por ejemplo en el movimiento de traslación de la Tierra, a velocidades angulares muy pequeñas le pueden corresponder velocidades lineales de valor grande, lo cual nos indica que la velocidad angular no siempre determina la velocidad lineal con la que un móvil describe un movimiento circular. Por tal razón, en un movimiento circular, es conveniente conocer los valores de las dos velocidades, angular y lineal, y establecer una relación entre estas.



**Figura 2.** Velocidad instantánea para un objeto que describe una trayectoria circular.



Cuando un objeto describe una trayectoria circular de radio  $r$ , al desplazamiento angular,  $\Delta\theta$  le corresponde una distancia recorrida,  $\Delta s$ , tal como se observa en la siguiente figura.



Puesto que se cumple que  $\Delta s = r \cdot \Delta\theta$ , tenemos,  $\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r}$ .

Ahora, como  $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ , tenemos que:

$$\omega = \frac{\Delta s/r}{\Delta t} = \left(\frac{1}{r}\right)\left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right)$$

Siendo  $\frac{\Delta s}{\Delta t}$  la rapidez media  $v$  del objeto, es decir:

$$\omega = \left(\frac{1}{r}\right)(v) = \frac{v}{r}$$

Por lo tanto, la relación entre la norma de la velocidad lineal y la velocidad angular es:

$$v = \omega \cdot r$$

## \* EJEMPLO

**El segundero de un reloj mide 1 cm. Para el movimiento del extremo y del punto medio del segundero determinar:**

- La velocidad angular.
- La velocidad lineal.

**Solución:**

- Como la velocidad angular es igual para todos los puntos del segundero, tenemos que:

$$\vec{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} \quad \text{Al remplazar}$$

$$\omega = 0,1 \text{ rad/s} \quad \text{Al calcular}$$

La velocidad angular de cualquier punto del segundero es 0,1 rad/s, lo cual equivale a  $6^\circ$  en cada segundo.

- La velocidad lineal se calcula por medio de la ecuación  $v = \omega \cdot r$ .

- Para el extremo del segundero,

$$v = 0,1 \text{ s}^{-1} \cdot 1 \text{ cm} = 0,1 \text{ cm/s}$$

- Para el punto medio del segundero, tenemos:

$$v = 0,1 \text{ s}^{-1} \cdot 0,5 \text{ cm} = 0,05 \text{ cm/s}$$

La velocidad lineal del punto medio del segundero es 0,05 cm/s y la de su extremo es 0,1 cm/s. Aunque la velocidad angular es igual en todos los puntos del segundero, el extremo del segundero se mueve con mayor rapidez.

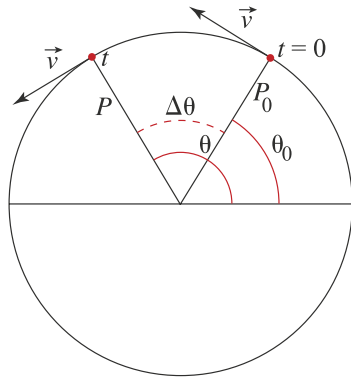


## 1.2 Movimiento circular uniforme

Cuando la norma de la velocidad lineal, es decir, la rapidez de un objeto que describe un movimiento circular permanece constante a lo largo de la trayectoria, se dice que dicho movimiento es **circular uniforme**. Dado que en este movimiento, la norma de la velocidad lineal,  $v$ , y el radio de la trayectoria,  $r$ , son constantes, se puede concluir a partir de la expresión  $v = \omega \cdot r$ , que la velocidad angular,  $\omega$ , también es constante. En consecuencia, el valor de la velocidad angular media coincide con el valor de la velocidad angular en cualquier instante. Por lo tanto,

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

En la siguiente figura se representa el movimiento circular uniforme que describe un cuerpo.



Se puede observar que:

- En el instante  $t = 0$  s, el objeto se encuentra en la posición  $P_0$  cuyo vector posición, con respecto al centro de trayectoria, forma un ángulo  $\theta_0$  con el semieje horizontal positivo.
- En el instante posterior  $t$ , el objeto se encuentra en la posición  $P$ , cuyo vector posición, con respecto al centro de trayectoria, forma un ángulo  $\theta$  con el semieje horizontal positivo.

Por ende, tenemos que el desplazamiento angular en el tiempo  $t$  es  $\Delta\theta$ , es decir:

$$\Delta\theta = \omega \cdot t$$

En la siguiente tabla, se establece una analogía entre el movimiento rectilíneo uniforme y el movimiento circular uniforme.

Tabla 5.1

| Movimiento rectilíneo uniforme | Movimiento circular uniforme    |
|--------------------------------|---------------------------------|
| $v = \text{Constante}$         | $\omega = \text{Constante}$     |
| $\Delta x = v \cdot t$         | $\Delta\theta = \omega \cdot t$ |

Se puede verificar que en ambos casos la forma de las ecuaciones es la misma, solo que, para el movimiento rectilíneo el desplazamiento  $\Delta x$ , y la velocidad,  $v$ , se miden metros y m/s, respectivamente. Mientras que, para el movimiento circular uniforme, el desplazamiento angular,  $\Delta\theta$ , se mide en radianes y la velocidad angular,  $\omega$ , en rad/s.

EJERCICIO

Una rueda de bicicleta emplea 2 segundos en dar una vuelta. ¿Cuál es la velocidad angular de uno de los rayos?



Todo objeto que describe un movimiento circular uniforme emplea siempre el mismo tiempo en realizar una vuelta o revolución. Este tiempo se denomina **período** y la cantidad de revoluciones que realiza el objeto en cada unidad de tiempo, **frecuencia**.

#### Definición

El período se define como el tiempo que tarda un objeto que describe un movimiento circular uniforme, en realizar una revolución. Se denota con la letra  $T$  y se expresa en unidades de tiempo.

#### Definición

La frecuencia ( $f$ ) es el número de revoluciones que realiza un objeto en cada unidad de tiempo. Se expresa en revoluciones por segundo (rev/s), lo cual, usualmente, se escribe como  $s^{-1}$ . En ocasiones, la frecuencia se expresa en revoluciones por minuto (r.p.m.).

Si un cuerpo describe un movimiento circular uniforme y en un tiempo  $t$  realiza  $n$  revoluciones, el período y la frecuencia se expresan como:

$$T = \frac{t}{n} \text{ y } f = \frac{n}{t}$$

Por ende, el período  $T$  y la frecuencia  $f$  se relacionan mediante la expresión:

$$f = \frac{1}{T}$$

### \* EJEMPLO

**Un satélite geostacionario siempre se encuentra sobre el mismo punto del Ecuador de la Tierra a una distancia de 36.000 km sobre la superficie terrestre. Para un satélite geostacionario determinar:**

- El período de revolución.
- La frecuencia del satélite.
- La distancia recorrida por el satélite en 1 día.
- La velocidad angular.
- La rapidez del movimiento.

#### Solución:

- Puesto que el satélite siempre se encuentra sobre el mismo punto de la Tierra, su período de revolución coincide con el período de revolución de la Tierra, es decir,  $T = 24$  horas.
- Para determinar la frecuencia tenemos que:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{24 \text{ h}} = 0,04 \text{ rev/h}$$

La frecuencia del satélite es 0,04 rev/h.

- Como el radio de la Tierra es 6.400 km, tenemos que el radio de la trayectoria del satélite, es:

$$r = 6.400 \text{ km} + 36.000 \text{ km} = 42.400 \text{ km}$$

Por tanto, la distancia recorrida por el satélite en un día es:

$$2\pi \cdot r = 2\pi \cdot 42.400 \text{ km} = 266.407 \text{ km}$$

- Para determinar la velocidad angular tenemos:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{24 \text{ h}} = 0,26 \text{ rad/h}$$

El valor de la velocidad angular del satélite es igual al de la velocidad angular de un punto de la Tierra.

- Para la medida de la velocidad lineal:

$$\text{Rapidez} = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo empleado}}$$

$$\text{Rapidez} = \frac{266.407 \text{ km}}{24 \text{ h}} = 11.100 \text{ km/h}$$

La rapidez del satélite es 11.100 km/h, la cual es mayor que la rapidez de un punto del Ecuador.





### 1.3 Aceleración centrípeta

Cuando un objeto describe un movimiento circular uniforme su rapidez permanece constante; sin embargo, su velocidad cambia de dirección, de lo cual se deduce que experimenta aceleración. Para determinar dicha aceleración considera que el movimiento circular es la composición de dos movimientos, uno en línea recta con velocidad constante y otro hacia el centro  $O$  de la trayectoria, como se muestra en la figura 3.

Se observa que para un tiempo  $t$ , el objeto describe un movimiento circular con velocidad lineal,  $\vec{v}$ , y su trayectoria es el arco  $AB$  de longitud  $s$ . En el movimiento a través de este arco se puede considerar que el objeto se desplaza en línea recta una distancia aproximada a  $s$  y, al mismo tiempo, se dirige hacia el centro de la circunferencia una distancia  $h$ . Al aplicar el teorema de Pitágoras, al triángulo  $OAC$  cuyos lados miden  $r$ ,  $s$  y  $r + h$ , tenemos que:

$$(r + h)^2 = r^2 + s^2$$

por tanto,

$$r^2 + 2 \cdot r \cdot h + h^2 = r^2 + s^2$$

es decir,

$$2 \cdot r \cdot h + h^2 = s^2$$

Si el intervalo de tiempo es muy pequeño, el segmento  $AB$  se aproxima a la trayectoria curva. En este caso, la cantidad  $h^2$  se hace extremadamente pequeña en comparación con  $2 \cdot r \cdot h$ , por tanto,

$2 \cdot r \cdot h = s^2$ , luego:

$$h = \frac{s^2}{2 \cdot r}$$

Como la distancia  $s$  recorrida con rapidez constante se expresa como  $s = v \cdot t$ , entonces:

$$h = \frac{v^2 \cdot t^2}{2 \cdot r}$$

Es decir, para el movimiento en dirección hacia el centro de la circunferencia, tenemos:

$$h = \frac{1}{2} \left( \frac{v^2}{r} \right) t^2$$

Al comparar esta expresión con la obtenida para un objeto que describe un movimiento acelerado:

$$\Delta x = \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Tenemos que la aceleración en la dirección hacia el centro es:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Esta aceleración se denomina aceleración centrípeta y es experimentada por los cuerpos que describen un movimiento circular. Por ende, cuando un cuerpo describe un movimiento circular está sometido a una aceleración centrípeta representada por un vector dirigido hacia el centro de la circunferencia (figura 4).

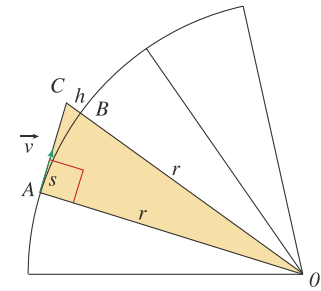


Figura 3. El movimiento circular uniforme se puede considerar como la composición de un movimiento rectilíneo tangente a la trayectoria y otro dirigido hacia el centro.

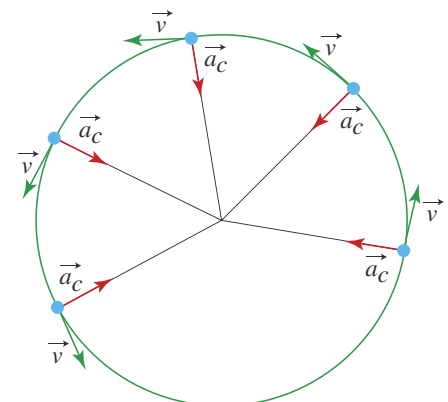
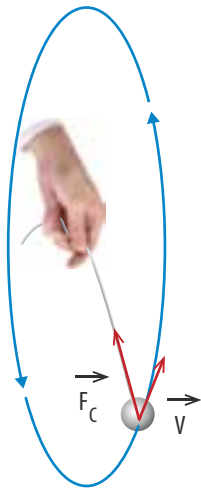


Figura 4. El vector dirigido hacia el centro representa la aceleración centrípeta.



**Figura 5.** El vector fuerza centrípeta está dirigido radialmente hacia el centro y es perpendicular al vector velocidad.

## 1.4 Fuerza centrípeta

Como lo establece la primera ley de Newton, si sobre un cuerpo en movimiento no actúa fuerza alguna o la fuerza neta es cero, el cuerpo describe un movimiento rectilíneo uniforme. Pero, si el cuerpo describe un movimiento circular, su trayectoria no es rectilínea y, en consecuencia, su velocidad cambia de dirección constantemente, lo cual significa que debe actuar alguna fuerza sobre él. A la fuerza que ocasiona dicho cambio en la dirección se le conoce como fuerza centrípeta.

El vector fuerza centrípeta  $\vec{F}_c$  se representa en dirección radial hacia el centro de la trayectoria y es perpendicular al vector velocidad (figura 5). En el movimiento circular uniforme aunque la norma de la velocidad permanece constante, se presenta una aceleración centrípeta,  $a_c$ , en la misma dirección de la fuerza centrípeta,  $\vec{F}_c$ .

De acuerdo con la segunda ley de Newton, para un cuerpo de masa  $m$ , que gira con rapidez  $v$  y describe una circunferencia de radio  $r$ , la fuerza centrípeta,  $\vec{F}_c$  se expresa como:

$$F_c = m \cdot a_c$$

Como,  $a_c = \frac{v^2}{r}$ , tenemos:

$$F_c = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Es importante aclarar que la fuerza centrípeta que actúa sobre un cuerpo es ejercida por otros cuerpos y actúa en la dirección radial hacia el centro de la trayectoria. Es decir, la fuerza centrípeta puede ser según el caso, elástica, de rozamiento, gravitacional, eléctrica, entre otras.

### \* EJEMPLOS

1. Un automóvil de masa 1.000 kg toma una curva de 200 m de radio con rapidez de 108 km/h (30 m/s). Determinar la fuerza de rozamiento necesaria para que el automóvil continúe su trayectoria sobre la vía circular.

#### Solución:

Como, el automóvil describe un arco de circunferencia, debe actuar sobre él una fuerza centrípeta,  $\vec{F}_c$ , que en este caso es la fuerza de rozamiento,  $\vec{F}_r$ , ejercida por el piso de la carretera sobre las ruedas, ocasionando que el automóvil siga sobre la vía y no se salga en la dirección tangencial.

Por tanto,  $F_r = F_c$

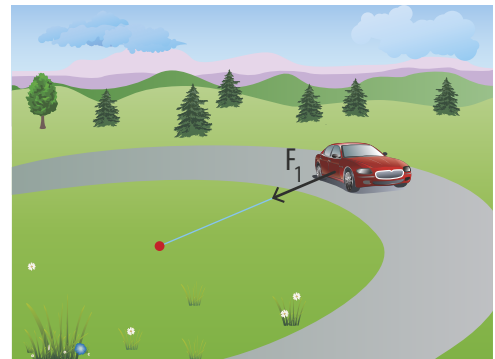
Luego,

$$F_r = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$F_r = 1.000 \text{ kg} \cdot \frac{(30 \text{ m/s})^2}{200 \text{ m}}$$

$$F_r = 4.500 \text{ N}$$

La fuerza de rozamiento que actúa sobre el automóvil es 4.500 N.



*Al remplazar y calcular*