

## Capítulo 9. TEORIA DE INVENTARIOS o STOCK.

Los inventarios prevalecen en el mundo de los negocios. Mantener inventarios es necesario para las compañías que tratan con productos físicos, como fabricantes, distribuidores y comerciantes. Por ejemplo, los fabricantes necesitan inventarios de materiales requeridos para la manufactura de productos. También deben almacenar productos terminados en espera de ser enviados. De manera similar, tanto los distribuidores como las tiendas deben mantener inventarios de bienes disponibles cuando los consumidores los necesiten. Reducir los costos de almacenamiento evitando inventarios innecesariamente grandes puede mejorar la competitividad de cualquier empresa. Algunas compañías japonesas han sido pioneras en la introducción de los “sistemas de inventarios justo a tiempo”, un sistema que hace hincapié en la planeación y programación para que los materiales necesarios lleguen “justo a tiempo” para su uso. La aplicación de técnicas de la investigación de operaciones en esta área (administración científica de los inventarios) proporciona una herramienta poderosa para lograr una ventaja competitiva. ¿Cómo usan las compañías esta herramienta para mejorar sus políticas de inventarios respecto a cuando y cuanto reabastecer su inventario?. Utilizan la administración del inventario que comprende los siguientes pasos:

- 1) Formular un modelo matemático que describa el comportamiento del sistema de inventario.
- 2) Derivar una política óptima de inventarios respecto a este modelo.
- 3) Utilizar un sistema de procesamiento de la información computarizado para mantener un registro de los niveles de inventario.
- 4) A partir de los registros de los niveles de inventario, utilizar la política óptima de inventarios para señalar cuando y cuanto conviene reabastecer.

En este capítulo se presentan los modelos de inventario estándar diseñados para ayudarle a la gerencia a mantener bajo el costo cumpliendo con la producción y con los requerimientos de servicio al cliente. También se incluyen modelos para propósitos especiales, tales como la variación del precio y la técnica ABC.

### 1. Definición de Inventario.

Inventario son las existencias de cualquier artículo o recurso utilizado en una organización. Un sistema de inventario es la serie de políticas y controles que monitorean los niveles de inventario y determinan los niveles que se deben mantener, el momento en que las existencias se deben reponer y el tamaño que deben tener los pedidos. El inventario en el sector manufacturero se clasifica típicamente en **materias primas, productos terminados, partes componentes, suministros y trabajo en proceso**. En el sector servicios, el inventario se refiere generalmente a los bienes tangibles que van a venderse y a los suministros necesarios para administrar el servicio.

El objetivo básico del análisis de inventario en el sector manufacturero y en los servicios de mantenimiento de las existencias es especificar (1) cuando se deben ordenar los artículos y (2) que tan grande debe ser el pedido.

## 2. Objetivos del inventario.

Todas las firmas (incluyendo las operaciones JIT) mantienen una provisión del inventario por las siguientes razones:

*-Mantener independencia en las operaciones:* un suministro de materiales en un centro de trabajo permite que ese centro tenga flexibilidad en las operaciones. En las líneas de ensamblaje sirve como amortiguador de varias partes dentro de la estación de trabajo de manera tal que los tiempos más cortos de ejecución puedan compensarse con tiempos de ejecución más largos.

*-Ajustarse a la variación de la demanda de productos:* si la demanda del producto se conoce con precisión, puede ser posible producir el bien para satisfacer de manera exacta la demanda. Sin embargo, usualmente la demanda no se conoce por completo y es necesario mantener una reserva de seguridad o de amortiguación para absorber las variaciones.

*-Permitir flexibilidad en la programación de la producción:* operación de menor costo a través de la producción de lotes más grandes.

*-Proveer una salvaguardia para la variación en el tiempo de entrega de las materias primas:* cuando se le pide a un vendedor que despache un material, pueden presentarse demoras por una serie de razones, una variación normal en el tiempo de despacho, una escasez de material en la planta del vendedor que haga que se acumulen los pedidos pendientes, una huelga imprevista en la planta del vendedor, un pedido perdido o un despacho de material incorrecto o defectuoso.

*-Sacarle provecho al tamaño del pedido de compra económico:* menores costos administrativos, menores costos de envío favorecen los pedidos grandes, cuanto mas grande es el envío, menor será el costo por unidad.

Debido a estas razones es necesario saber que el inventario es costoso, y que en general, las grandes cantidades son indeseables.

## 3. Costos del inventario.

Al tomar cualquier decisión que afecte el tamaño del inventario, se deben tener en cuenta los siguientes costos:

1. **Costos de mantenimiento:** Esta categoría incluye los costos de las instalaciones de almacenamiento, el manejo, el seguro, hurto, la rotura, la obsolescencia, la depreciación, los impuestos, y el costo de oportunidad del material. Obviamente, los altos costos de mantenimiento tienden a favorecer unos bajos niveles de inventarios y la reposición frecuente.
2. **Costos de preparación (o de cambio en la producción):** La fabricación de cada producto diferente implica obtener los materiales necesarios, arreglar la preparación del equipo específico, diligenciar los documentos requeridos, cargar de manera apropiada el tiempo, y los materiales, y desalojar los anteriores suministros de material. Si no hubieran costos o pérdida de tiempo en cambiar de un producto a otro, se producirían muchos lotes pequeños. Esto reduciría los niveles de inventario con el resultante ahorro en el costo. Un desafío en la actualidad es tratar de reducir estos costos de preparación para permitir unos tamaños de lotes mas pequeños (este es el objetivo del sistema JIT).

3. **Costos de las órdenes:** Estos se refieren a los costos administrativos y de oficina para elaborar la orden de compra o de producción. Los costos de las órdenes incluyen todos los detalles, tales como contar los artículos y calcular las cantidades de órdenes. Los costos asociados con el mantenimiento del sistema necesario para rastrear las órdenes están también incluidos en estos costos.
4. **Costos de los faltantes:** cuando las existencias de un artículo están agotadas, los pedidos de ese artículo deben esperar hasta que estas se repongan o cancelarse. Existe una transacción entre llevar las existencias para satisfacer la demanda y los costos resultantes del agotamiento de las mismas. Este equilibrio es difícil de lograr, porque no es posible calcular las utilidades perdidas, los efectos de perder clientes o las sanciones por retraso.

Establecer la cantidad correcta que debe pedirse a los proveedores, o el tamaño de los lotes presentados a las instalaciones productivas de una firma, implica una búsqueda del costo total mínimo resultante de los efectos combinados de cuatro costos individuales: los costos de mantenimiento, los costos de preparación, los costos de los pedidos, y los costos de los faltantes.

#### **4. Demanda independiente vs. demanda dependiente.**

En el manejo del inventario es importante entender la diferencia entre demanda dependiente y demanda independiente. La diferencia es la siguiente: en la **demanda independiente**, las demandas de los diferentes artículos no están relacionadas entre sí. Por ejemplo, una estación de trabajo puede producir muchas partes que no están relacionadas entre sí pero satisfacen algún requerimiento de demanda externo. En la **demanda dependiente**, la necesidad de cualquier artículo es un resultado directo de la necesidad de otro artículo, usualmente un artículo de mayor nivel del cual forma parte. La demanda dependiente es un problema computacional relativamente directo. Las cantidades necesarias de un artículo de demanda dependiente se calculan con base en el número necesario de cada artículo de mayor nivel en el cual está siendo utilizado. Por ejemplo, si una compañía automotriz planea producir 500 autos/día, necesitará 2000 llantas (además de los repuestos). El número de llantas necesarias es **dependiente** de los niveles de producción y no se deriva separadamente. Por otra parte, la demanda de autos es independiente, proviene de muchas fuentes externas a la firma automotriz y no forma parte de otros productos, no se relaciona con la demanda de otros productos.

Para determinar las cantidades de artículos independientes que deben producirse, las firmas recurren a los departamentos de ventas y de investigación de mercados. Dado que la demanda independiente es incierta, deben tenerse unidades adicionales en el inventario.

A continuación se presentan los modelos para determinar la cantidad de unidades que deben ordenarse y la cantidad de unidades adicionales que deben tenerse para suministrar el nivel de servicio específico (% de demanda independiente) que la firma desearía para satisfacer de inmediato con las existencias disponibles.

## 5. Sistemas de inventario.

Un sistema de inventario provee la estructura organizacional y las políticas operativas para mantener y controlar los bienes que se van a almacenar. El sistema es responsable de ordenar y recibir los bienes, de coordinar la colocación de los pedidos, y de rastrear lo que se ha ordenado, que cantidad y a quien. Además el sistema debe hacer un seguimiento para responder a preguntas tales como: ¿el proveedor ha recibido el pedido?, ¿el pedido ha sido despachado?, ¿las fechas son correctas?, ¿existen procedimientos para hacer un nuevo pedido o devolver la mercancía indeseable?

### 5.1. Clasificación de los modelos.

Existen dos tipos generales de sistemas de inventario: los modelos de **cantidad fija del pedido** (también llamados cantidad económica de pedido, economic order quantity, **EOQ, modelo Q**) y los sistemas de **periodo de tiempo fijo** (también llamados sistema periódico, sistema de revisión periódica, sistema de intervalo fijo de pedidos, y **modelo P**).

La distinción básica es que los modelos de cantidad fija de pedido son “impulsados por un evento”, y los modelos de periodo de tiempo fijo son “impulsados por el tiempo”.

Esto es, el modelo de cantidad fija de pedido inicia un nuevo pedido cuando se presenta el evento de alcanzar un nivel específico para el nuevo pedido; este evento puede ocurrir en cualquier momento, dependiendo de la demanda de los artículos considerados. Por el contrario, el modelo de periodo de tiempo fijo se limita a colocar pedidos al final de un periodo de tiempo predeterminado, solo el paso del tiempo impulsa el modelo.

En el modelo de cantidad fija de pedido (que coloca un pedido cuando el inventario restante cae a un punto de pedido predeterminado,  $R$ ) el inventario restante debe monitorearse continuamente. Así, el modelo de cantidad fija de pedido es un sistema perpetuo que requiere que cada vez que se haga un retiro o una adición al inventario, los registros deban actualizarse para asegurar que el punto del nuevo pedido se ha alcanzado o no. En un modelo de periodo de tiempo fijo, el conteo tiene lugar solo durante el periodo de revisión.

Las siguientes son algunas diferencias adicionales que tienden a influenciar la elección de los sistemas:

<i>Rasgo</i>	<i>Modelo de cantidad fija de pedido Q</i>	<i>Modelo de período de tiempo fijo P</i>
Cantidad pedida	Q-constante (la misma cantidad ordenada cada vez)	q-variable (varía cada vez que se coloca un pedido)
Cuándo colocar el pedido	R-cuando la posición del inventario cae al nivel del nuevo pedido	T-cuando llega al período de revisión.
Registro	Cada vez que se realiza un retiro o una adición.	Se cuenta solamente durante el período de revisión.
Tamaño del inventario	Menor	Mayor
Tiempo de mantenimiento	Mayor debido al registro perpetuo	
Tipo de artículos	Artículos de mayor precio, críticos o importantes	

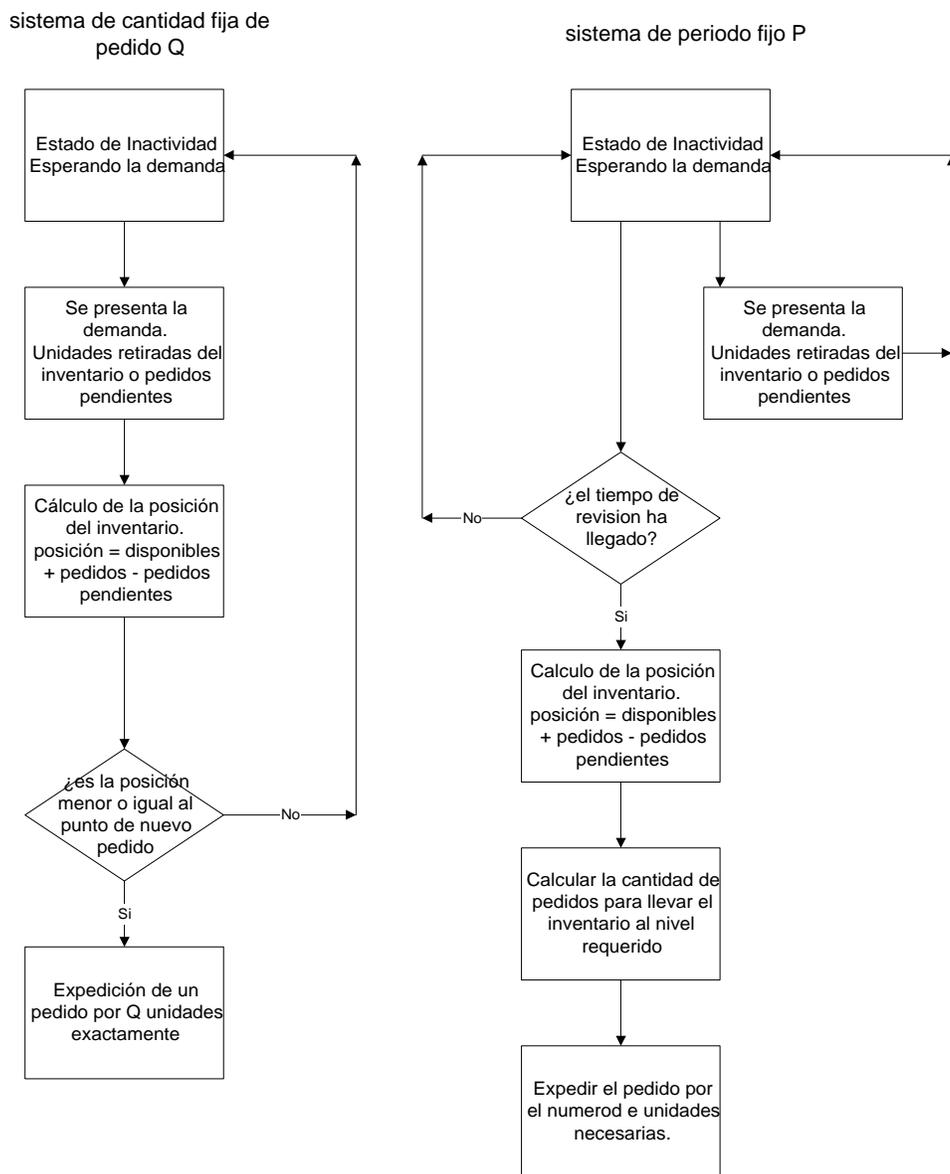
-El modelo de periodo de tiempo fijo tiene un inventario promedio más grande por cuanto debe protegerse contra el agotamiento de las existencias durante el periodo de revisión T; el modelo de cantidad fija no tiene periodo de revisión.

-El modelo de cantidad fija de pedido favorece a los artículos más costosos porque el inventario promedio es menor.

-El modelo de cantidad fija de pedido es mas adecuado para artículos importantes, tales como las partes de reparación criticas, porque hay un monitoreo mas cercano y en consecuencia una respuesta mas rápida al posible agotamiento de existencias.

-El modelo de cantidad fija de pedido requiere más tiempo de mantenimiento porque cada adición o retiro se debe registrar.

En el cuadro siguiente se muestra lo que ocurre cuando cada uno de los dos modelos se pone en uso y se convierte es sistema operativo.



Como se observa, el sistema de cantidad fija de pedido se centra en las cantidades de pedido y en los puntos de un nuevo pedido. Procedimentalmente, cada vez que una unidad se saca de las existencias, el retiro se registra y la cantidad remanente en inventario se compara de inmediato con el punto del nuevo pedido. Si ha caído a ese punto, se coloca una orden de  $Q$  artículos. Si no ha caído, el sistema permanece inactivo hasta el siguiente retiro.

En el sistema de periodo de tiempo fijo, la decisión de colocar un pedido se toma después de que las existencias hayan sido contadas o revisadas. El hecho de si un pedido ha sido colocado realmente depende de la posición del inventario en ese momento.

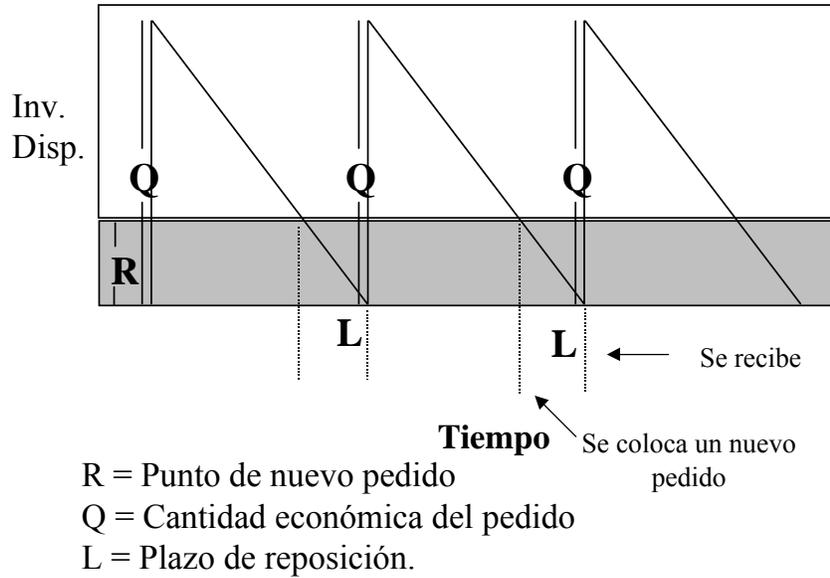
## 5.2. Modelos de cantidad fija del pedido.

Los modelos de cantidad fija de pedido tratan de determinar el punto específico  $R$  en el cual se colocara un pedido y el tamaño del mismo  $Q$ . El punto de pedido  $R$  es siempre un número específico de unidades. Un pedido de tamaño  $Q$  se coloca cuando el inventario disponible (actualmente en almacenamiento y sobre pedido) alcanza al punto  $R$ . La posición del inventario se define como las cantidades disponibles más aquellas pedidas (aquellas pendientes). La solución a un modelo de cantidad fija de pedido puede estipular algo así: cuando la posición del inventario cae a 36, coloque un pedido por 57 unidades más.

El análisis acerca de la derivación de una cantidad óptima del pedido está basado en las siguientes características del modelo:

- La demanda del producto es constante y uniforme durante todo el período.
- El plazo (tiempo que transcurre desde el pedido hasta el recibo), es constante.
- El precio por unidad de producto es constante.
- El costo de mantenimiento del inventario se basa en el inventario promedio.
- Los costos de los pedidos o de preparación son constantes.
- Todas las demandas del producto serán satisfechas (no se permiten pedidos pendientes).

El efecto del “diente de sierra” (**figura 1**) relativo a  $Q$  y  $R$  muestra que cuando la posición del inventario cae al punto  $R$  se coloca un nuevo pedido, el cual se recibe al final del periodo de tiempo  $L$  que no varía en este modelo.



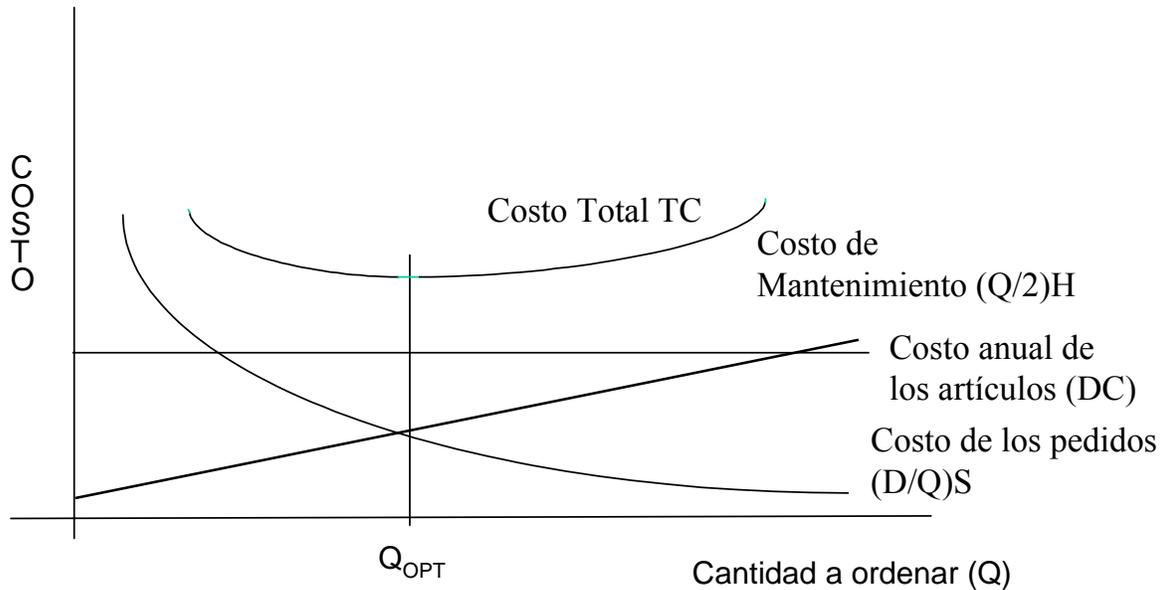
**Figura 1.** Modelo básico de cantidad fija de pedido

Al construir cualquier modelo de inventario el primer paso es desarrollar una relación funcional entre las variables de interés y la medida de efectividad. En este caso dado que el costo representa una preocupación, se aplica la siguiente ecuación:

$$TC = DC + \frac{D}{Q}S + \frac{Q}{2}H$$

- TC Costo Total anual
- D Demanda
- C Costo por unidad
- Q Cantidad a ordenar (el óptimo se llama cantidad económica del pedido  $Q_{opt}$ )
- S Costo de preparación o colocación de un pedido
- R Punto de nuevo pedido.
- L Plazo de reposición.
- H Costo anual de mantenimiento y almacenaje por unidad del inventario promedio. (se suele tomar como un porcentaje del costo del artículo, como  $H = iC$ , donde  $i$  es el costo de mantenimiento porcentual).

En el lado derecho de la ecuación,  $DC$  es el costo de compra anual de las unidades,  $(D/Q)S$  es el costo anual de los pedidos (el número real de pedidos colocados,  $D/Q$  veces el costo de cada pedido  $S$ ) y  $(Q/2)H$  es el costo anual de mantenimiento (el inventario promedio,  $Q/2$  veces el costo por unidad del mantenimiento y almacenamiento,  $H$ ). Estas relaciones de costos están representadas en la **figura 2**.



**Figura 2.** Costos anuales de los productos basados en el tamaño del pedido.

El segundo paso en el desarrollo del modelo es encontrar esa cantidad del pedido  $Q_{opt}$ , en la cual el costo total es un mínimo. En la **figura 2**, el costo total es mínimo en el punto en donde la derivada es cero. Entonces se toma la derivada del costo total con respecto a  $Q$  y se fija en cero. Para el modelo básico considerado aquí, los cálculos son los siguientes:

$$TC = DC + \frac{D}{Q}S + \frac{Q}{2}H$$

$$\frac{dTC}{dQ} = 0 + \left( -\frac{D}{Q^2}S \right) + \frac{H}{2} = 0$$

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2DS}{H}}$$

Dado que este modelo simple supone una demanda y un plazo constantes, no se necesita reserva de seguridad y el punto del nuevo pedido es:

$$\text{Punto de Reorden, } R = \bar{d}L$$

donde :  $\bar{d}$  = demanda promedio diaria (constante)

$L$  = Plazo en días (constante)

**Ejemplo 1: Cantidad económica del pedido y punto del nuevo pedido.**

Demanda anual (D)= 1,000 unidades

Días por año considerados en la demanda = 365

Costo de los pedidos (S)= \$10

Costo de Mantenimiento (H) = \$2.50 por unidad por año

Plazo (L) = 7 días

Costo por unidad (C) = \$15

$$Q_{OPT} = \sqrt{\frac{2DS}{H}} = \sqrt{\frac{2(1,000)(10)}{2.50}} = 89.443 \text{ unidades}$$

$$Q_{OPT} = \mathbf{90 \text{ unidades}}$$

$$\bar{d} = \frac{1,000 \text{ unidades/año}}{365 \text{ días/año}} = 2.74 \text{ unidades/día}$$

Punto de Reorden :

$$R = \bar{d} L = 2.74 \text{ unidades/día (7días)} = 19.18$$

$$R = \mathbf{20 \text{ unidades}}$$

*La política de inventario es la siguiente: Cuando la posición del inventario cae a 20, colocar un pedido por 90 unidades.*

*El costo total anual será:*

$$TC = 1000(15) + \frac{1000}{90}(10) + \frac{90}{2}(2.50) = 15224\$/\text{año}$$

Observar que en este ejemplo, no se necesitó el costo de compra de las unidades para determinar la cantidad del pedido y el punto del nuevo pedido, porque el costo era constante y no se relacionaba con el tamaño del pedido.

**5.2.1. Modelo de cantidad fija de pedido durante el tiempo de producción.**

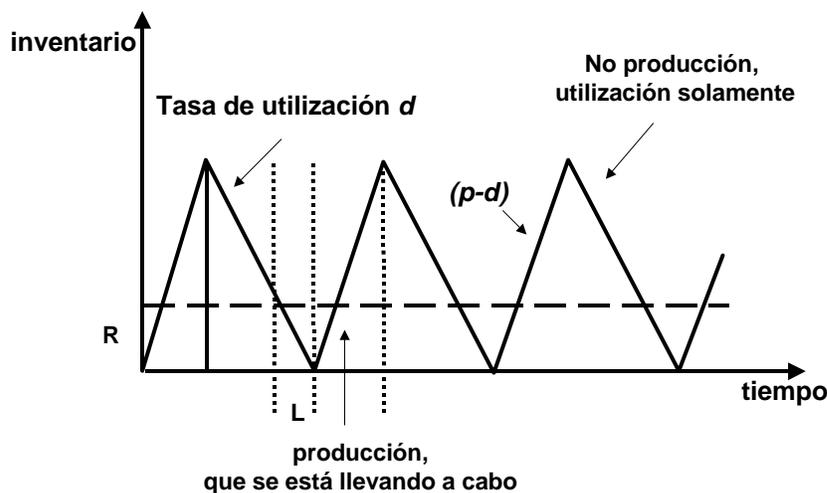
La ecuación del costo total anual vista anteriormente, supuso que la cantidad ordenada se recibiría en un lote pero, a menudo este no es el caso. En muchas situaciones, la producción de un artículo del inventario y la utilización del mismo tienen lugar de manera simultánea. Esto es especialmente cierto cuando una parte de un sistema de producción actúa como proveedor de otra parte. Por ejemplo: aunque las extrusiones de aluminio se están haciendo para cumplir con un pedido de ventanas de aluminio, estas se cortan y se ensamblan antes de completarse el pedido total de extrusiones. Entonces, se define  $d$  como una tasa de demanda constante de algún artículo que vaya a producirse y  $p$  la tasa de producción del proceso que utiliza el artículo, se puede desarrollar la ecuación del costo total.

$$TC = DC + \frac{D}{Q}S + \frac{(p-d)QH}{2p}$$

haciendo la diferenciación con respecto a Q y fijando la ecuación en cero, se obtiene:

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2DS}{H(p-d)}}$$

El modelo se muestra en la figura 3. Se puede ver que el número de unidades disponibles es siempre menor a la cantidad de pedido Q.



**Figura 3.** Modelo de cantidad fija de pedido que se utiliza durante el tiempo de producción.

**Ejemplo 2: Tamaño óptimo del lote.** El producto X es un artículo estándar en el inventario de una firma. El ensamblaje final del producto se lleva a cabo en una línea de ensamblaje que esta funcionando todos los días. Un componente del producto X (llámese X1) se fabrica en otro departamento. Cuando produce el X1, este departamento trabaja a una tasa de 100 unidades diarias. La línea de ensamblaje utiliza el componente X1 a una tasa de 40 unidades diarias. Dados los siguientes datos, ¿cual es el tamaño óptimo del lote para la producción del componente X1?

- Tasa de utilización diaria (d) = 40 unidades.
- Demanda anual (D) = 10000 (40 unidades por 250 días de trabajo)
- Producción diaria (p) = 100 unidades.
- Costo de preparación de la producción (S) = \$ 50
- Costo de mantenimiento anual (H) = \$ 0.50 por unidad.
- Costo del componente X1 (C) = \$7 cada uno.
- Plazo (L) = 7 días.

### 5.2.2. Establecimiento de los niveles de reserva por seguridad.

El modelo anterior supuso que la demanda era constante y conocida. En la mayoría de los casos, sin embargo, la demanda no es constante ya que varía de un día para otro. En consecuencia se debe mantener una reserva de seguridad con el fin de proveer algún nivel de protección contra el agotamiento de las existencias. La reserva de seguridad se puede definir como la cantidad de inventario que se lleva además de la demanda prevista. En una distribución normal, esta sería la media, por ejemplo, si la demanda mensual promedio es de 100 unidades y se espera que la del próximo mes sea la misma y se tienen 120 unidades, existe una reserva de seguridad de 20 unidades.

La literatura general sobre el tema de reservas de seguridad contiene dos enfoques relativos a la demanda del inventario que debe protegerse. El primero es la probabilidad de que la demanda exceda alguna cantidad específica. Por ejemplo, un objetivo puede ser algo como “establezca el nivel de la reserva de seguridad de manera tal que haya solo un cinco por ciento de posibilidad de la que la demanda exceda las 300 unidades”. El segundo enfoque se relaciona con el “numero previsto de unidades faltantes”. Por ejemplo, un objetivo podría ser establecer el nivel de inventario de manera que se cumpla con el 95% de los pedidos de la unidad (o que falten unidades el 5% del tiempo).

#### Enfoque del nivel de servicio.

El nivel de servicio se refiere al número de unidades demandadas que pueden suministrarse de las existencias actualmente disponibles. Por ejemplo, si la demanda anual de un artículo es de 1000 unidades, un nivel de servicio del 95% significa que 950 pueden suministrarse de inmediato de las existencias y quedan faltando 50. (Este concepto supone que los pedidos son pequeños y distribuidos aleatoriamente). El análisis sobre niveles de servicio se basa en un concepto estadístico conocido como  $z$  prevista o  $E(z)$ .  **$E(z)$  es el número previsto de unidades faltantes durante cada plazo.** Aquí se asume que la demanda está normalmente distribuida. Para calcular el nivel de servicio es necesario saber cuántas unidades faltan, afortunadamente existen tablas de valores previstos (**tabla 2**).

**Tabla 2.** Numero previsto de faltantes en función de la desviación estándar. La tabla esta normalizada con una desviación estándar de 1.

$E(z)$	$z$	$E(z)$	$z$	$E(z)$	$z$	$E(z)$	$z$
4.500	-4.50	2.205	-2.20	0.399	0.00	0.004	2.30
4.400	-4.40	2.106	-2.10	0.351	0.10	0.003	2.40
4.300	-4.30	2.008	-2.00	0.307	0.20	0.002	2.50
4.200	-4.20	1.911	-1.90	0.267	0.30	0.001	2.60
4.100	-4.10	1.814	-1.80	0.230	0.40	0.001	2.70
4.000	-4.00	1.718	-1.70	0.198	0.50	0.001	2.80
3.900	-3.90	1.623	-1.60	0.169	0.60	0.001	2.90
3.800	-3.80	1.529	-1.50	0.143	0.70	0.000	3.00
3.700	-3.70	1.437	-1.40	0.120	0.80	0.000	3.10
3.600	-3.60	1.346	-1.30	0.100	0.90	0.000	3.20
3.500	-3.50	1.256	-1.20	0.083	1.00	0.000	3.30
3.400	-3.40	1.169	-1.10	0.069	1.10	0.000	3.40
3.300	-3.30	1.083	-1.00	0.056	1.20	0.000	3.50
3.200	-3.20	1.000	-0.90	0.046	1.30	0.000	3.60
3.100	-3.10	0.920	-0.80	0.037	1.40	0.000	3.70
3.000	-3.00	0.843	-0.70	0.029	1.50	0.000	3.80
2.900	-2.90	0.769	-0.60	0.023	1.60	0.000	3.90
2.801	-2.80	0.698	-0.50	0.018	1.70	0.000	4.00
2.701	-2.70	0.630	-0.40	0.014	1.80	0.000	4.10
2.601	-2.60	0.567	-0.30	0.011	1.90	0.000	4.20
2.502	-2.50	0.507	-0.20	0.008	2.00	0.000	4.30
2.403	-2.40	0.451	-0.10	0.006	2.10	0.000	4.40
2.303	-2.30	0.399	0.00	0.005	2.20	0.000	4.50

$z$  = Número de desviaciones típicas de la reserva de seguridad  
 $E(z)$  = Número previsto de unidades faltantes

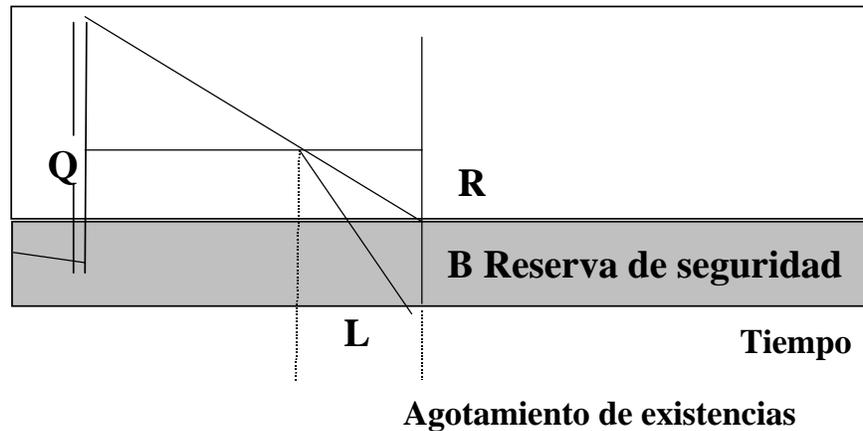
Fuente: Revisado de Robert G. Brown, *Decision Rules for Inventory Management* (Nueva York; Holt, Rinehart & Winston, 1967), pp. 95-103.

**Ejemplo 3:** suponiendo que la demanda promedio es de 100 unidades y la desviación estándar de esa demanda era de 10 unidades, **en la tabla 2**, en  $z = 1$ , si se lleva una reserva de seguridad de 10 unidades (una desviación estándar), se debe esperar que falten solo 0.83 unidades en total (0.083 veces 10 porque los datos están basados es una desviación estándar de 1). Dado que la demanda normal durante el periodo es de 100 y solo faltan 0.83 (menos de una unidad), el nivel de servicio es de  $100 - 0.83$ , o sea, 99.17%. Si en el mismo ejemplo, no se lleva ninguna reserva de seguridad, faltaran 3.99 unidades (0.399 veces 10). El nivel de servicio seria de  $100 - 3.99$ , o sea 96.01%.

### 5.2.3. Modelo de cantidad fija de pedido con un nivel de servicio específico.

Un sistema de cantidad fija de pedido monitorea de manera perpetua el nivel del inventario y coloca un nuevo pedido cuando las existencias alcanzan cierto nivel R. El peligro de un agotamiento de las existencias en este modelo se presenta únicamente durante el plazo que transcurre entre el momento en que se coloca el pedido y el momento en que este se recibe. Tal como se muestra en la figura 4, un pedido se coloca cuando la posición

del inventario cae al punto de un nuevo pedido R. Durante este plazo (L), se hace posible una gama de demandas.



**Figura 4.** Modelo de cantidad de pedido fijo.

La cantidad de reserva de seguridad depende del nivel de servicio especificado, como se analizó anteriormente. La cantidad que se debe ordenar Q, se calcula de la manera usual, considerando la demanda, y los diferentes componentes del costo. El punto de pedido se fija entonces para cubrir la demanda prevista durante el plazo más una reserva de seguridad determinada por el nivel de servicio deseado. Así, *la diferencia clave entre un modelo de cantidad fija de pedido en el cual la demanda se conoce, y uno en el cual la demanda es incierta, está en el cálculo del punto del nuevo pedido. La cantidad de pedido es la misma en ambos casos.*

El punto de nuevo pedido es el siguiente:

$$R = \bar{d} L + z \sigma_L$$

donde:

R = punto del nuevo pedido en unidades

D = demanda diaria promedio

L = plazo en días (tiempo transcurrido entre el momento de colocar un pedido y el momento de recibir los artículos).

Z = número de desviaciones típicas para un nivel de servicio específico.

$\sigma_L$  = desviación estándar de utilización durante el plazo.

El término  $Z\sigma_L$  es el monto de la reserva de seguridad. Si la reserva de seguridad es positiva, el efecto es colocar un nuevo pedido más pronto. Esto es, R sin la reserva de seguridad es simplemente la demanda promedio durante el plazo. Cuanto más grande sea la reserva de seguridad, más pronto se colocará el pedido.

### Calculo de $\bar{d}$ , $\sigma_d$ y $z$ .

La demanda durante el plazo para recibir un pedido de reposición es realmente un cálculo o proyección de lo que se espera. La demanda diaria  $d$  puede ser una demanda proyectada con la utilización de cualquiera de los modelos sobre proyección. Por ejemplo, si se utilizo un periodo de 30 días para calcular  $\bar{d}$ , el promedio simple seria el siguiente.

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n}$$

Siendo  $n$  el número de días, la desviación típica de la demanda diaria es:

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sum (d_i - \bar{d})^2}{n}}$$

Dado que  $\sigma_d$  se refiere a un día, si el plazo se extiende durante varios días, es posible calcular la desviación típica de una serie de eventos independientes como la raíz cuadrada de la suma de las varianzas.

$$\sigma_L = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \dots + \sigma_i^2}$$

A continuación se calcula  $z$ . Esto se hace calculando  $E(z)$ , el numero de unidades faltantes que satisfacen el nivel de servicio deseado, y luego de la **tabla 2** se encuentra el valor de  $z$ . Suponiendo que se desea un nivel de servicio de  $P$  (por ejemplo,  $P$  podría ser de 0.95). En el curso de un año faltarían  $(1-P)D$  unidades, o  $0.05D$ , siendo  $D$  la demanda anual. Si se ordenaran  $Q$  unidades cada vez, se estarían colocando  $D/Q$  pedidos al año. Entonces el número previsto de unidades faltantes es:

$$E(z) = \frac{(1-P)D}{\sigma_L} \cdot \frac{D}{Q}$$

Obtenida de la siguiente igualdad:

$$(1-P)D = E(z) \sigma_L \frac{D}{Q}$$

Donde:

$E(z)$  = Numero previsto de unidades faltantes en cada ciclo de pedidos con base en una tabla normalizada donde  $\sigma = 1$ .

$P$  = nivel de servicio deseado (tal como satisfacer el 95%, expresado como 0.95 de la demanda de los artículos).

$(1-P)$  = porcentaje faltante o demanda insatisfecha.

$D$  = demanda anual.

$\sigma_L$  = Desviación típica de la demanda durante el plazo.

$Q$  = cantidad económica de pedido, calculada de manera usual.

$D/Q$  = numero de pedidos por año.

$E(z) \sigma_L$  = numero de faltantes por pedido.

La demanda  $D$  desaparece de la ecuación de  $E(z)$  debido a que  $E(z)$  es el número de faltantes en cada ciclo de pedidos (existen  $D/Q$  ciclos por año).

**Ejemplo 4. Cantidad económica de pedido.** Considerar un caso de cantidad económica de pedido en el cual la demanda anual  $D = 1000$  unidades, la cantidad económica de pedido  $Q$  es 200 unidades, el nivel de servicio deseado es 0.95, la desviación estándar de la demanda durante el plazo es  $\sigma_L = 25$  unidades y el plazo  $L = 15$  días. Determinar el punto de nuevo pedido.

### 5.3. Modelos de periodo de tiempo fijos.

En un sistema de periodo de tiempo fijo, el inventario se cuenta solo en determinados momentos, por ejemplo, cada semana o mes. El conteo del inventario y la colocación de pedidos sobre una base periódica es aconsejable en situaciones tales como cuando los vendedores realizan visitas de rutina a los clientes y toman pedidos para toda su línea de productos, o cuando los compradores desean combinar los pedidos para ahorrar en los costos de transporte. Otras firmas operan con base en un periodo de tiempo fijo con el fin de facilitar la planeación del conteo del inventario, por ejemplo, el distribuidor  $X$  llama cada dos semanas y los empleados saben que todos sus productos deben contarse.

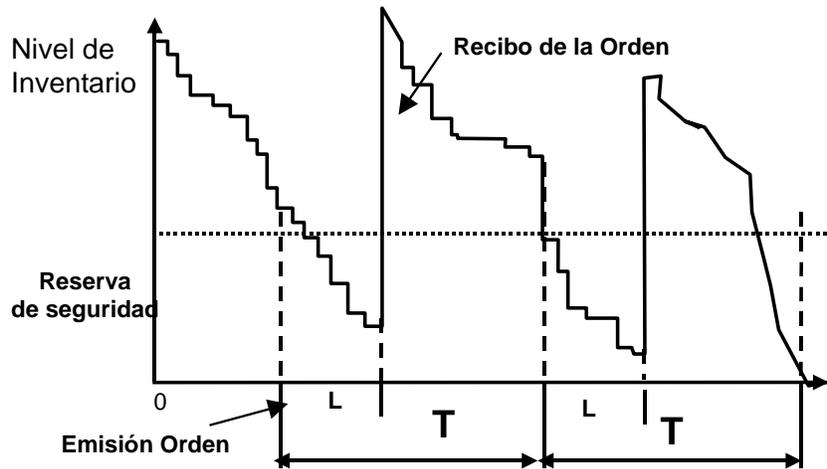
Los modelos de periodos de tiempo fijo, generan cantidades de pedidos que varían de periodo a periodo, dependiendo de la tasa de utilización. Estas requieren, por lo general, una reserva de seguridad de mayor nivel que la del sistema de cantidad fija de pedido, ya que los modelos de tiempo fijo realizan el conteo solo en el momento específico de la revisión. Es posible que alguna demanda grande lleve las existencias a cero inmediatamente después de la colocación del pedido. Esta situación puede pasar por alto hasta el siguiente periodo de revisión. Además, una vez colocado el nuevo pedido este se toma algún tiempo para llegar. Así es posible que se presente un agotamiento de las existencias durante todo el periodo de revisión  $T$  y el plazo del pedido  $L$ . En consecuencia, la reserva de seguridad debe proteger contra el agotamiento de existencias durante el periodo de revisión, al igual que durante el plazo transcurrido entre la colocación del pedido y aquel de la recepción del mismo.

#### 5.3.1. Modelo de periodo de tiempo fijo con un nivel de servicio específico.

En un sistema de periodo de tiempo fijo, los nuevos pedidos se colocan en el momento de la revisión ( $T$ ), y la reserva de seguridad que debe reordenarse es:

$$\text{Reserva de seguridad} = z \sigma_{T+L}$$

La **figura 5** muestra un sistema de periodo de tiempo fijo con un ciclo de revisión de  $T$  y un plazo constante de  $L$ . En este caso la demanda esta distribuida de manera aleatoria alrededor de una media  $d$ .



**Figura 5.** Modelo de inventario para un periodo de tiempo fijo.

La cantidad  $q$  que debe ordenarse es la siguiente:

$$q = \bar{d}(T+L) + Z \sigma_{T+L} - I$$

Donde:

$q$  = cantidad que debe ordenarse

$T$  = numero de días transcurridos entre revisiones

$L$  = plazo en días

$\bar{d}$  = demanda promedio diaria proyectada

$z$  = numero de desviaciones estandar

para un nivel de servicio específico

$\sigma_{T+L}$  = desviación estandar de la demanda

durante la revisión y el plazo.

$I$  = nivel actual de inventario (incluye los artículos ordenados)

El valor de  $z$  puede obtenerse resolviendo la ecuación siguiente para  $E(z)$  y leyendo el valor correspondiente a  $z$  en la **tabla 2**.

$$E(z) = \frac{\bar{d}(1-P)}{\sigma_{T+L}} T$$

Donde:

$E(z)$  = Numero previsto de unidades faltantes en cada ciclo de pedidos con base en una tabla normalizada donde  $\sigma = 1$ .

$P$  = nivel de servicio deseado (tal como satisfacer el 95%, expresado como 0.95 de la demanda de los artículos).

$(1-P)$  = porcentaje faltante o demanda insatisfecha.

$d$  = demanda diaria.

$T$  = numero de días

$\sigma_L$  = Desviación típica de la demanda durante el periodo de revisión y el plazo.

**Ejemplo 5. Cantidad de pedido.** La demanda diaria de un producto es 20 unidades, con una desviación estándar de 4 unidades. El período de revisión es 30 días, y el plazo es de 10 días. La gerencia ha establecido la política de satisfacer el 96 % de la demanda con base en las existencias. Al comienzo del período de revisión hay 200 unidades en el inventario. ¿Cuántas unidades se deben ordenar o cual es la cantidad de pedido?.

#### **5.4. Otros Modelos y sistemas.**

##### **5.4.1. Modelos de variación en los precios.**

Los modelos de variación en los precios se refieren al hecho de que en general, el precio de venta de un artículo varía con el tamaño del pedido. El costo total factible de cada cantidad económica del pedido y de pedidos con variación en los precios se tabula y la Q que lleva al costo mínimo es el tamaño óptimo del pedido. Desde el punto de vista del procedimiento, la mayor cantidad del pedido (precio unitario mas bajo), se resuelve primero, si la Q resultante es valida, esa es la repuesta. Si no lo es, se deriva la mayor cantidad siguiente (el segundo precio mas bajo). Si esto es factible, se compara con el costo de Q del paso anterior, y el costo mas bajo determina la Q optima.

**Ejemplo 6. Variación en los precios.** Considerar el caso siguiente:

D = 10.000 unidades (demanda anual)

S = \$20 para colocar cada pedido.

i = 20% del costo (costo anual de mantenimiento, almacenamiento, intereses, obsolescencia, etc.)

C = costo por unidad (según el tamaño del pedido)

pedidos de 0 a 499 unidades, costo \$5 por unidad

pedidos de 500 a 999, costo \$4.50 por unidad.

Pedidos de 1000 o mas, costo \$3.90 por unidad.

¿Que cantidad debe ordenarse?

##### **5.4.2. Sistema de dos bodegas y análisis ABC.**

Todos los sistemas de inventarios tienen dos grandes problemas: mantener un control adecuado sobre cada artículo del inventario y garantizar el mantenimiento de registros exactos de existencias disponibles.

En un sistema de dos bodegas, se utilizan los artículos de una bodega y la segunda provee una cantidad lo suficientemente grande para garantizar que las existencias puedan reponerse. Tan pronto como el suministro de la segunda bodega sea llevado a la primera, se coloca un pedido para reponer los artículos de la segunda bodega. En realidad estas bodegas pueden colocarse una al lado de otra, o de hecho podría ser una bodega con una división. La clave del funcionamiento es separar el inventario de manera tal que parte de este se mantenga en reserva hasta que el resto se utilice.

##### **5.4.3. Planeacion del inventario ABC.**

El hecho de mantener el inventario a través de conteo, colocación de pedidos, recibo de existencias, etc., requiere tiempo y dinero. Entonces el paso lógico, es tratar de utilizar los recursos disponibles para controlar el inventario de la mejor manera posible. Esto seria centrarse en los artículos más importantes del inventario.

En el siglo XIX, Wilfredo Pareto, en un estudio sobre la distribución de la riqueza en Milán, encontró que el 20% de las personas controlaba el 80% de la riqueza. Esta lógica

de los pocos que tienen mucho y los muchos que tienen poco han sido aplicada a muchas situaciones y se la denomina Principio de Pareto.

En los sistemas de inventario grandes, unos pocos artículos constituyen la mayor parte de la inversión. La mayoría de situaciones de control de inventario involucran tantos artículos que es muy poco práctico modelar y darle un tratamiento integral a cada uno. Para resolver este problema, el esquema de clasificación ABC, divide los artículos del inventario en tres grupos distintos: alto volumen en pesos (A), moderado volumen en pesos (B), y bajo volumen en pesos (C). El volumen en pesos es importante, ya que un artículo bajo en costo pero alto en volumen puede ser más importante que uno de alto costo y bajo volumen.

### Clasificación ABC.

Si la utilización anual de los artículos en inventario se enumera de acuerdo con su volumen en pesos, la lista muestra que un pequeño número de artículos representa un gran volumen en pesos y que un gran número de productos representa un pequeño volumen en pesos. La tabla 3 muestra esta situación:

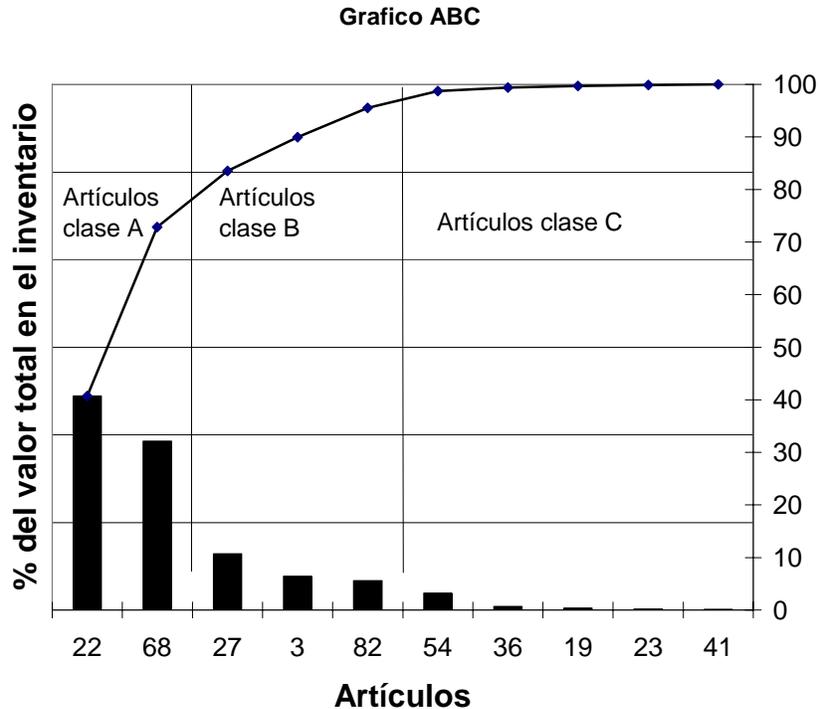
Tabla 3. Utilización anual del inventario por valor.

Código del artículo	Utilización anual en pesos	% del valor total.
22	95000	40.8
68	75000	32.1
27	25000	10.7
03	15000	6.4
82	13000	5.6
54	7500	3.2
36	1500	0.6
19	800	0.3
23	425	0.2
41	225	0.1
total	233450	100

Observando la tabla anterior, se puede agrupar en A el 20% (2 artículos de un total de 10), en B incluyendo el 30% y en C incluyendo el 50%. El resultado se muestra en la tabla 4 y en forma gráfica en la figura 6.

Tabla 4. Agrupación ABC de los artículos en el inventario.

Clasificación	Código del artículo	Utilización anual en pesos	% del total
A	22, 68	170000	72.9
B	27, 03, 82	53000	22.7
C	54, 36, 19, 23, 41	10450	4.4
Total		233450	100



**Figura 6.** Clasificación ABC.

El propósito de clasificar los artículos por grupos es establecer el grado de control adecuado sobre cada uno. Sobre una base periódica, por ejemplo, los artículos de la clase A pueden controlarse de manera más clara con pedidos semanales, los artículos de la clase B, con pedidos quincenales y los de la clase C, con pedidos mensuales o bimensuales. En una estación de servicio, la nafta sería un artículo de la clase A con reposición diaria o semanal, los repuestos (cubiertas, baterías, aceite, grasa, liquido de transmisión) podrían ser artículos clase B con pedidos cada dos o cuatro semanas; y los artículos clase C serían los limpiaparabrisas, tapas de radiador, mangueras, correas de ventilador, aditivos para aceite y nafta, etc., que pueden pedirse cada dos o tres meses, o incluso agotarse antes del nuevo pedido, ya que la pérdida en ganancia no es significativa.

Algunas veces un artículo puede ser crítico para un sistema si su ausencia crea una pérdida considerable, en este caso se lo puede forzar a entrar en la categoría A o B, aunque su volumen en pesos no lo justifique.