

➤ Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones mediante el método de Gauss-Jordan y

$$\text{clasifíquelo usando el Teorema de Rouché Frobenius } \begin{cases} x + 2y = -1 \\ 2x - 9y = -4 \\ 5x - 3y = -7 \end{cases}$$

Resolución

Para calcular los rangos de A y A' usaremos el método de Gauss-Jordan.

Para ello aplicaremos operaciones elementales sobre las filas de A' hasta obtener el máximo número de vectores canónicos columnas distintos.

$$\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -9 & -4 & F_2 + (-2)F_1 \\ 5 & -3 & -7 & F_3 + (-5)F_1 \\ \hline 1 & 2 & -1 \\ 0 & -13 & -2 & F_2 + (-1)F_3 \\ 0 & -13 & -2 \\ \hline 1 & 2 & -1 \\ 0 & -13 & -2 & \left(-\frac{1}{13}\right)F_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2/13 & F_1 + (-2)F_2 \\ \hline 1 & 0 & -17/13 \\ 0 & 1 & 2/13 \end{array}$$

El sistema equivalente es:
$$\begin{cases} x = -\frac{17}{13} \\ y = \frac{2}{13} \end{cases}$$

Observamos que $r(A) = r(A') = 2 = \text{número de incógnitas}$. Por el Teorema de Rouché Frobenius el Sistema es compatible determinado.

La solución única es:
$$C_s = \left\{ \left(-\frac{17}{13}, \frac{2}{13} \right) \right\}$$