- **Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones mediante el método de Gauss-Jordan y clasifíquelo usando el Teorema de Rouché Frobenius** $\begin{cases} y-2z=-5 \\ 2x-y+z=-2 \\ 4x-y \quad = -4 \\ x+y \quad = 1 \end{cases}$

Resolución

Para calcular los rangos de A y A' usaremos el método de Gauss-Jordan

Para ello aplicaremos operaciones elementales sobre las filas de A' hasta obtener el máximo número de vectores canónicos columnas distintos.

La matriz ampliada del sistema es A' = $\left(\begin{array}{ccc:c} 0 & 1 & -2 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 0 & -4 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right)$

$$\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -2 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 0 & -4 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{l} F_2 + F_4(-2) \\ F_3 + F_4(-4) \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -2 & -5 \\ 0 & -3 & 1 & -4 \\ 0 & -5 & 0 & -8 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \qquad F_1 + F_2(2)$$

$$\begin{array}{ccc|c} 0 & -5 & 0 & -13 \\ 0 & -3 & 1 & -4 \\ 0 & -5 & 0 & -8 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \qquad F_3 + F_1(-1)$$

$$\begin{array}{ccc|c} 0 & -5 & 0 & -13 \\ 0 & -3 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \qquad F_1(-1/5)$$

$$\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & 13/5 \\ 0 & -3 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{l} F_2 + F_1(3) \\ F_4 + F_1(-1) \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & 13/5 \\ 0 & 0 & 1 & 19/5 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & 0 & -8/5 \end{array}\right) \quad F_3(1/5)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & 13/5 \\ 0 & 0 & 1 & 19/5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -8/5 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} F_1 + F_3(-13/5) \\ F_2 + F_3(-19/5) \\ F_4 + F_3(8/5) \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Como r (A) = 3 $\neq$ r(A') = 4, usando el Teorema de Rouché Frobenius, concluimos que el sistema dado es incompatible, por lo tanto $C_S = \varnothing$