RAZ. 11° / PERIODO 1

Aseguramiento del nivel de partida

Números fraccionarios: Una fracción es una expresión de la forma a/b, con a y b perteneciente a los naturales y b diferente de cero. La fracción dependiendo del contexto en que se utilice puede representar diferentes situaciones.
Antes de ver la aplicabilidad del concepto de fracción en diferentes contexto es importante conocer el método de simplificación de fracciones, pues esto permite hacer cálculos matemáticos más rápidamente.

Para simplificar una fracción se divide tanto el numerador como el denominador por un mismo número y se continúa con este proceso hasta que el denominador y el numerador no tengan divisores comunes.

Ejemplo: simplificar $\frac{8}{24}\times 100$

$$\frac{\overset{1}{\cancel{8}}}{\underset{3}{\cancel{24}}}\times 100 = \frac{1\times 100}{3} = \frac{100}{3}$$

También podría ser

$$\frac{\overset{4}{\cancel{8}}}{\underset{\underset{3}{\cancel{6}}}{\cancel{24}}}\times \overset{25}{\cancel{100}} = \frac{4\times 25}{3} = \frac{100}{3}$$

Nótese que puede haber muchos caminos para simplificar una expresión, pero el resultado siempre debe ser el mismo.

Aplicaciones de los números reales en diferentes contextos.

Una aplicabilidad muy usual es que **b** (denominador) representa el número de partes iguales en que se divide el todo, el cual puede ser un objeto, una reunión de objetos o una magnitud y **a** (numerador) representa el número de partes que se toman de dicha división.

Si consideramos una determinada cantidad, objeto o conjunto de objetos como un todo, la fracción denota una parte del todo. Ejemplos:

Ejemplo 1: Fracciones y porcentajes.

Un estudiante debe realizar un taller de refuerzo de matemáticas que costa de 40 puntos. Lo resuelve en tres días. El primer día realizó el 60% del total. El segundo día 1/4 de los puntos faltantes y el resto en el tercer día. ¿Cuántos puntos realizó en el tercer día? ¿Cuál es la diferencia porcentual entre los puntos realizados el segundo día y los realizados en el tercero?

Solución

<u>Primer día:</u> Resuelve el 60% de 40 puntos

$$\frac{60}{100}\times 40 = \frac{60\times 40}{100} = \frac{6\times 4}{1} = 24 \text{ puntos}$$

<u>Segundo día</u>

1/4 de los puntos faltantes (1/4 de 16)

$$\frac{1}{4}\times 16 = \frac{1\times 16}{4} = \frac{16}{4} = 4 \text{ puntos}$$

<u>Tercer día:</u>

Resuelve el resto de los puntos.
Como lleva resueltos 24 + 4 = 28 puntos.
La diferencia entre 28 y 40 es 40 – 28 = 12.

Por lo que en el tercer día resolvió 12 puntos

Para hallar la diferencia porcentual se debe tener el porcentaje en cada caso

Porcentaje de puntos realizados en el segundo día
Realizó 4 de un total de 40 puntos

$$\frac{4}{40}\times 100\ \% = \frac{4\times 100\ \%}{40} = \frac{400\ \%}{40} = 8\%$$

Porcentaje de los puntos realizados en el tercer día

Realizó 12 de un total de 40 puntos

$$\frac{12}{40}\times 100\% = \frac{\cancel{12}^{3}\times 10\cancel{0}\%}{\cancel{40}_{1}} = \frac{30\%}{1} = 30\%$$

La diferencia porcentual es entonces
30% - 8% = 22%

Ejemplo 2: operaciones arbitrarias

Generalmente los símbolos que utilizamos para hacer operaciones matemáticas siempre significan una operación única y son las aceptadas por la comunidad científica.

En las operaciones arbitrarias los símbolos utilizados no son consensos científicos, sino un valor cualquiera que alguien quiso inventarse, por lo que cada símbolo utilizado en una operación arbitraria debe tener su significado al frente.

Observe las operaciones indicadas por símbolo (∇)

$$a\nabla b = \frac{3}{b} + \frac{b}{a}$$

Con base a esta información hallar el valor de la operación

$$(2\nabla -1)\nabla 3$$

Solución

Como el triángulo, según lo indica la expresión dada, representa, que se coloca un 3 dividido por el segundo término y a esto se le suma, el segundo término dividido entre el primero,

Resolviendo el paréntesis con a=2 y b= -1 se obtiene

$$(2\nabla -1) = \frac{3}{b} + \frac{b}{a} = \frac{3}{-1} + \frac{-1}{2}$$

Aplicando la ley de signos

$$-\frac{3}{1} - \frac{1}{2}$$

Resolviendo las fracciones por conversión a fracciones homogéneas

$$-\frac{6}{2} - \frac{1}{2} = -\frac{7}{2}$$

A este resultado del paréntesis, se le debe aplicar otra vez la operación triángulo junto con el termino no utilizado inicialmente, el número 3, al cual se le colocará un 1 en el denominador para trabajar todo con fracciones, esto es, la operación nueva a realizar será $\left(-\frac{7}{2}\nabla\frac{3}{1}\right)$. Por lo que para este caso a= -7/2 y b = 3/1

Aplicando nuevamente la fórmula $a\nabla b = \frac{3}{b} + \frac{b}{a}$ se obtiene lo siguiente.

$$-\frac{7}{2}\nabla\frac{3}{1} = \frac{\frac{3}{1}}{\frac{3}{1}} + \frac{\frac{3}{1}}{-\frac{7}{2}} = +\frac{3}{3} - \frac{6}{7} = \frac{21}{21} - \frac{18}{21} = \frac{3}{21}$$

Esto es

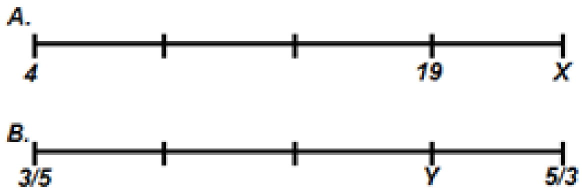
$$(2\nabla -1)\nabla 3 = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

Ejemplo 3. Distancia entre puntos

En este caso solo se trabajaran las distancias entre puntos de una recta horizontales y no las oblicuas en un plano cartesiano, para las cuales que se utiliza el teorema de Pitágoras. Los dos principios básicos a utilizar en este tipo de situaciones son los siguientes:

- La distancia entre dos números de la recta real se obtiene restando el mayor menos el menor.
- Si un segmento está dividido en partes iguales el valor de cada parte resulta de dividir su magnitud o distancia entre el número de partes en que se encuentra dividido el segmento.

Hallar el valor de la letra en cada una de las gráficas si las divisiones son todas iguales.



Solución parte A

La distancia entre 4 y 19 es (19 – 4) = 15 unidades.

Si se divide 15 unidades en tres partes (15/3) cada parte equivaldría a 5 unidades.

Conociendo el valor de cada parte, Para hallar el valor x se ubica en uno de los puntos conocidos y se suma o resta las partes necesarias para llegar al nuevo punto. En este caso, si nos ubicamos en 19, para llegar a x se debe sumar una parte (esto es 5 unidades) quedando x con un valor de 19 +5 = 24.

Solución parte B

La distancia entre 3/5 y 5/3 es

$$\frac{5}{3}-\frac{3}{5}=\frac{25}{15}-\frac{9}{15}=\frac{16}{15}$$

Esta distancia de 16/5 dividida en 4 partes da como resultado

$$\frac{\frac{16}{5}}{\frac{4}{1}}=\frac{16\times 1}{5\times 4}=\frac{16}{20}=\frac{4}{5}$$

Como cada parte vale 4/5, para llegar a (Y) se puede ubicar en 5/3 y devolverse o restar una parte que son 4/5

$$\frac{5}{3}-\frac{4}{5}=\frac{25}{15}-\frac{12}{15}=\frac{13}{15}$$

El valor de Y es entonces 13/15

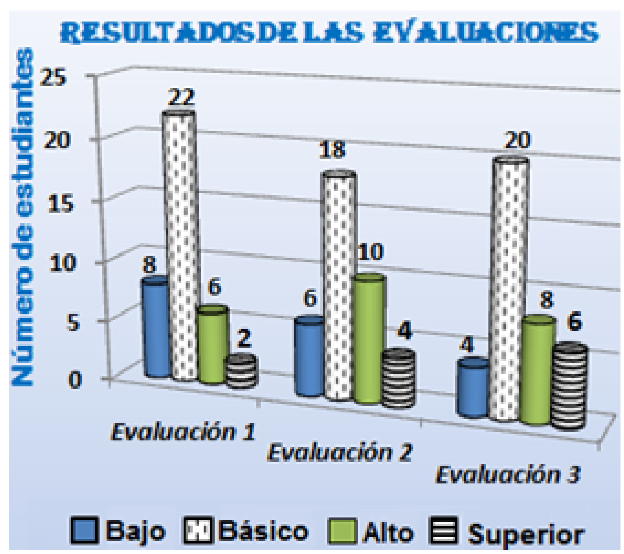
Interpretación de gráficos estadísticos

Para interpretar gráficos estadísticos es recomendable identificar cuál es la variable a estudiar, las posibles categorías en que se divide dicha variable y el total de individuos de la muestra estudiada y de cada categoría.

Los parámetros que generalmente se utilizan en la interpretación de gráficos estadísticos son el porcentaje, el promedio y la probabilidad, para lo cual es fundamental manejar el concepto de regla de tres y la fracción de una cantidad de referencia.

Ejemplo 1

El profesor de matemáticas está haciendo su trabajo de grado para la universidad nacional de Colombia, sobre una propuesta de intervención pedagógica. Para ello desarrolla ciertas actividades con el grupo 11° 1 y hace tres evaluaciones durante el proceso. Los resultados se muestran a continuación.



1. De las siguientes afirmaciones la única verdadera es:
A. En las tres evaluaciones la cantidad de estudiantes que las presentaron eran diferentes.
B. El total de estudiantes evaluados en el grupo fueron 40.
C. La calificación más común en todas las evaluaciones fue la de nivel alto.

D. El 89,4% de los estudiantes ganaron la evaluación 3 con básico, alto o superior.

2. La primera actividad realizada fue una actividad diagnostica. El profesor llevo un premio para rifarlo entre los estudiantes que ganaran dicha evaluación. La probabilidad de que se lo gane un estudiante que haya obtenido una calificación superior, es:

A. 2%
B. 2/22
C. 20%
D. 0,06

3. Si se considera que la nota de bajo como un 2, la de básico como 3, la de alto como 4 y la de superior como 5, el promedio de la nota de los estudiantes en la evaluación 3 fue:

A. 2.5
B. 3.1
C. 3.4
D. 3,8

Solución parte 1

Opción A (falsa) por que las tres evaluaciones la presentaron 38 estudiantes.

La evaluación 1 (8 + 22 + 6 + 2 = **38)** estudiantes
La evaluación 2 (6 + 18 + 10 + 4 = **38**) estudiantes
La evaluación 3 (4 + 20 + 8 + 6 = **38**) estudiantes

Opción B (Falsa) por que el total de estudiantes evaluados fueron 38.

Opción C (Falsa) porque la calificación más común en todas las evaluaciones no fue la de nivel alto sino la de nivel básico.

Opción D (Verdadera)

Utilizando la regla de tres se obtiene lo siguiente

100%	38 estudiantes
X	34 (ganan)

El valor x será entonces

$$x = \frac{100 \times 34}{38} = \frac{3400}{38} = \frac{1700}{19} = 89{,}4\%$$

Solución parte 2

Los estudiantes entre los que hizo la rifa (los que ganaron la evaluación 1) fueron 22 +6 + 2 = 30 estudiantes, por lo que la probabilidad de que se lo gane uno que haya sacado superior es, 2 estudiantes de un total de 30 (2/30), esto es:

$$P(\text{superior}) = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

En muchos casos no se pide la probabilidad expresada en fracción sino en decimal o porcentaje.

Para pasar a decimal se hace la división indicada por la fracción, mientras que para pasar a porcentaje se multiplica por 100% ya sea la fracción o el decimal.

$$\begin{array}{r|l} 1\,0\,0 & 15 \\ \hline 1\,0\,0 & 0{,}066 \\ 1\,0 & \end{array}$$

Como ya se encontró la opción correcta (D) no es necesario buscar el porcentaje, aunque sería sencillo ya que multiplicar por 100 es correr la coma 2 espacios a la derecha por lo que quedaría 6, 6 %

Solución parte 3

El promedio de todas las notas se hallaría sumando todas las 28 notas y dividiendo este resultado por 28.

$$\bar{x} = \frac{4veces2 + 20veces3 + 8veces4 + 6veces5}{38}$$

$$\bar{x} = \frac{(4\times 2)+(20\times 3)+(8\times 4)+(6\times 5)}{38}$$

X=

$$\bar{x} = \frac{8+60+32+30}{38}$$

$$\bar{x} = \frac{130}{38} = 3{,}4$$

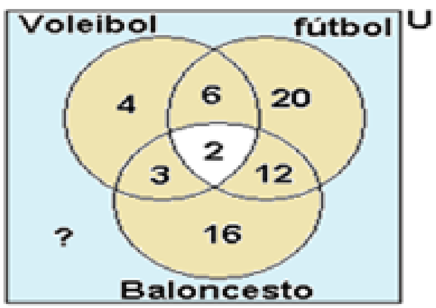
Luego la nota promedio del grupo de la evaluación 4 fue de 3,4 (opción C)

Interpretación de diagramas de Venn

Para interpretar diagramas de Venn es importante tener en cuenta principalmente a que conjuntos pertenece un elemento y a cuáles no.

Ejemplo

Se hizo una encuesta a los 80 estudiantes del grado 11 de cierta institución sobre los deportes que practican, obteniéndose los siguientes resultados.



Del gráfico anterior se puede deducir que

- Faltan 17 para los 80 estudiantes, por tanto 17 estudiantes no practican ningún deporte.
- 20 estudiantes practican sólo fútbol.
- 40 estudiantes practican fútbol (20 + 6 + 2 + 12)
- 6 estudiantes practican fútbol y voleibol pero no baloncesto.
- 8 estudiantes practican fútbol y voleibol. (6 + 2)
- 2 estudiantes practican los tres deportes.

Para determinar el porcentaje de elementos o personas que cumplen una determina condición, se pude utilizar varios métodos entre ellos la regla de tres simple o la conversión de fracción a porcentaje.

Para determinar por ejemplo, el porcentaje de los estudiantes que practican los tres deportes, que son 2 estudiantes de un total de 80, se puede realizar los siguientes procesos.

Solución por regla de tres

80 estudiantes	100%
2 estudiantes	x

$$x = \frac{2 \times 100}{80}$$
$$x = \frac{200}{80}$$
$$x = 2{,}5\%$$

Solución por conversión de fracción a porcentaje

Los estudiantes que practican ambos deportes son 2 de un total de 80 (2/80).

Para hallar 2/80 del total, se coloca la fracción y al frente el total, el cual en porcentaje es el 100%.

$$\frac{2}{80} \, del \; 100\%$$
$$\frac{2}{80} \times 100\%$$
$$\frac{200}{800}$$
$$2{,}5\%$$