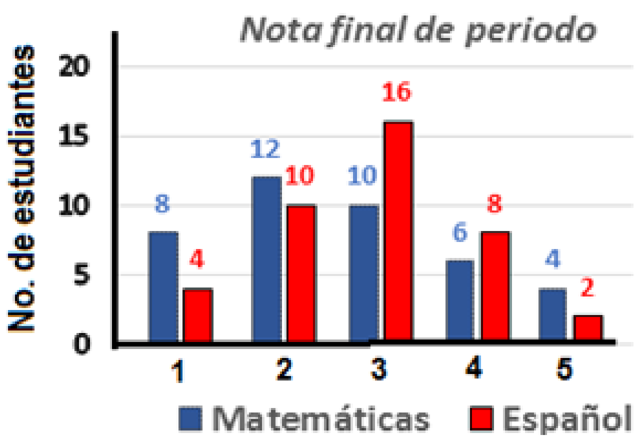
RAZONAMIENTO 9° PERIODO 1

INTERPRETACIÓN DE TABLAS DE FRECUENCIA Y GRÁFICAS ESTADÍSTICAS

Para interpretar gráficas estadísticas generalmente se utilizan los parámetros de probabilidad, promedio y porcentaje, que son conceptos fundamentales en la estadística debido a su amplio campo de aplicabilidad.

A continuación se presentará una situación donde se aplican estos tres parámetros para interpretar dicha situación.

La gráfica muestra la nota de un grupo de estudiantes en las áreas de español y matemáticas durante un determinado periodo, el cual se aprueba con una nota de tres o más.



a. ¿Qué porcentaje de los estudiantes aprobaron el área de matemáticas? ¿Qué porcentaje la reprobaron?

b. ¿Qué porcentaje de los que ganaron español sacaron una nota mayor o igual a 4?

c. Si se va a rifar un premio entre los estudiantes que ganaron matemáticas ¿Cuál es la probabilidad de que se lo gane un estudiante que haya sacado 5? expresar el resultado en forma de fracción, decimal y porcentaje.

d. ¿Cuál fue la nota promedio en el área de matemáticas?

Solución parte a.

Se deduce a partir del gráfico cuál es la cantidad tomada como referencia (el todo) al cual se denomina el 100%

100%......40 estudiantes

De este total se mira cuántos cumplen la condición descrita (que aprobaron el área de matemáticas) y se coloca al frente la incógnita.

100%......40 estudiantes
X...........20 estudiantes

Como cuando se relacionan cantidades y porcentajes, se forma una relación de proporcionalidad directa, se igualan las razones

$$\frac{100}{x} = \frac{40}{20}$$

Multiplicando en cruz la igualdad y resolviendo queda

$$(20)(100) = 40x$$
$$\frac{2000}{40} = x$$
$$50 = x$$

Por lo que el porcentaje de los que aprobaron el área de matemáticas son el 50% y por tanto, el resto, que es el otro 50% reprobó.

Solución parte b.

En este caso se habla sólo de los que ganaron español por lo que

100%..........26 estudiantes

De estos 26 estudiantes, los que sacaron una nota mayor o igual a 4 son 10, por lo que al completar la regla de tres quedaría

100%............26 estudiantes
X...............10 estudiantes

Resolviendo la regla de tres se obtiene que

x= 38.46

Solución parte c.

La probabilidad en matemáticas se puede definir como la relación o cociente entre los casos favorables (lo que se pide) y los casos posibles o totales.

$$P(A)=\frac{posibilidades\ de\ ocurrir\ el\ evento\ A}{posibilidades\ totales}$$

Como el total de estudiantes que ganaron matemáticas fueron **20 estudiantes** y los que sacaron cinco fueron **4 estudiantes**, para es presar 4 de 20, se procede de la siguiente forma.

$$P(A)=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$$

Para de fracción a porcentaje se toma el total como el 100% o lo que es lo mismo, se multiplica la fracción por el 100%

$$\frac{1}{5}\times 100\%=\frac{100\%}{5}=20\%$$

Para expresar una fracción en decimal se divide el numerador entre el denominador.

$$\begin{array}{r|l} 10 & 5 \\ \hline 0 & 0,2 \end{array}$$

De lo anterior se deduce que

$$P(A)=\frac{1}{5}=20\%=0.2$$

Solución parte d

Para hallar el promedio de las notas de matemáticas se suman todas las notas de los 40 estudiantes y se divide por dicha cantidad. Para abreviar el proceso se utiliza la multiplicación como se muestra a continuación.

La nota de 1 en 8 veces

La nota de 2 en 12 veces

La nota de 3 en 10 veces

La nota de 4 en 6 veces

La nota de 5 en 4 veces

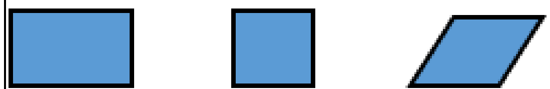
$$\bar{x}=\frac{1(8)+2(12)+3(10)+4(6)+5(4)}{5}$$

$$\bar{x}=2{,}65$$

ÁREAS COMPUESTAS Y SOMBREADAS CON REGIONES CIRCULARES.

Cuadriláteros con todos los lados paralelos 2 a 2

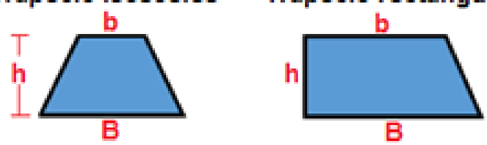
Rectángulo **Cuadrado** **Romboide**



Área = $base\times altura$

Cuadriláteros con sólo un par de lados paralelos

Trapecio isósceles **Trapecio rectángulo**

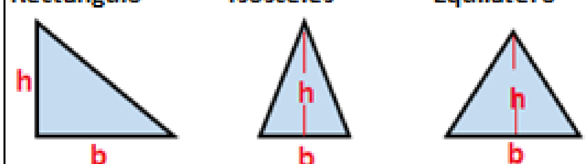


Área = suma de las bases por la altura, dividido 2

$$A=\frac{(B+b)h}{2}$$

Triángulos

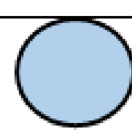
Rectángulo **Isósceles** **Equilátero**



Área= base por altura, dividido 2

$$A=\frac{b\times h}{2}$$

Círculo

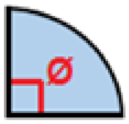


$$Área=\pi\cdot r^2$$

$$Perímetro=2\cdot\pi\cdot r$$

Áreas de regiones circulares más usuales

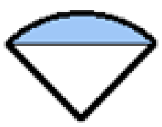
Sector circular: área encerrada por un ángulo que parte desde el centro del círculo.



$$\text{Área} = \text{fracción} \times \text{área completa}$$

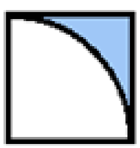
$$A = \frac{\text{ángulo en grados}}{360^{\circ}} \times \text{área completa}$$

Segmento circular: área comprendida entre el arco del ángulo central y el segmento formado por los extremos de dicho arco.



$$\text{Área} = \text{sector circular} - \text{triángulo}$$

Embecadura de un círculo: lo que queda por fuera del sector circular hasta la parte del cuadrado que lo limita.



$$\text{Área} = \text{cuadrado} - \text{sector circular}$$

Área de una figura compuesta

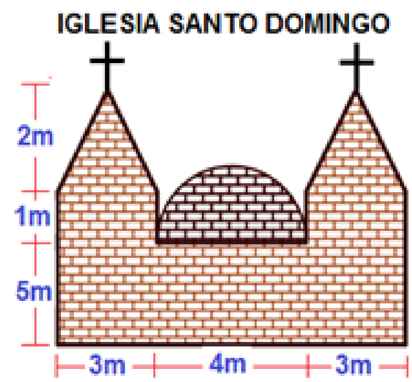
Conceptualicemos.

En muchas ocasiones las figuras con las que se trabajan no son figuras convencionales, es decir, las que se usan usualmente como: triángulos, polígonos regulares, circulo, etc. Sino no que son figuras compuesta por varios polígonos o partes circulares.

En estos casos es conveniente analizar las figuras conocidas, de manera individual, para a partir de estas, utilizando un proceso de razonamiento adecuado, llegar a esas figuras compuestas, de las cuales no se conoce una fórmula para determinar su área o perímetro.

Ejemplo 1

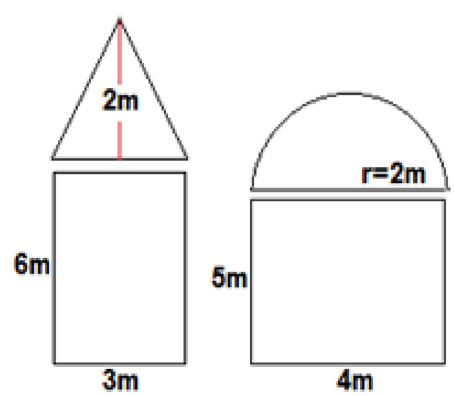
Hallar el área frontal de la iglesia mostrada en el dibujo, si las torres de los dos lados son iguales.



Solución

Haciendo una división del frente de la iglesia, se podría dividir en dos torres (cada una compuesta por un rectángulo y un triángulo) y la parte central (compuesta por un rectángulo y un semicírculo).

Como las torres son iguales es suficiente con hacer el bosquejo de una torre y la parte central.



Hallando el área de cada una de las partes se obtiene lo siguiente

Área del triángulo.

$$\frac{base \times altura}{2} = \frac{3 \times 2}{2} = \frac{6}{2} = 3m^2$$

Área del rectángulo de la torre

$$Base \times altura = 3 \times 6 = 18m^2$$

Área del rectángulo central

$$Base \times altura = 4 \times 5 = 20m^2$$

Área del semicírculo

$$\pi \cdot r^2 = \pi \cdot 4 = 4\pi$$

Como es medio círculo se divide por dos

$$\frac{4\pi}{2} = 2\pi = 2 \times 3{,}14 = 6{,}28m^2$$

Sumando todas las áreas, incluyendo la de las torres en dos veces, y teniendo en cuenta que al tener un número con dos cifras decimales todos los números enteros se convierten a decimales, agregándole la coma con dos ceros, se obtiene.

$$\begin{array}{r} 3,00 \\ 3,00 \\ +\;18,00 \\ 18,00 \\ 20,00 \\ 6,28 \\ \hline 68,28\ m^2 \end{array}$$

Esto es, el área del frente de la iglesia de Santo Domingo es $68{,}28m^2$

Áreas sombreadas

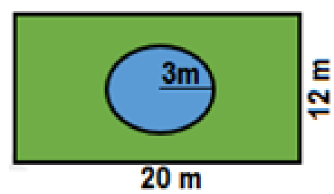
En ocasiones el área sombreada buscada no es ninguna figura conocida, por lo cual, generalmente se recurre al hecho de que, si al área total se le quita el área no sombreada, lo que queda es el área sombreada buscada.

Ejemplo 2

En la mitad de un terreno rectangular de 20 metros de largo por 12 metros de ancho hay un lago que tiene forma circular de 3 metros de radio. Si el alrededor del lago todo es bosque. ¿Qué área ocupa el bosque?

Solución

A continuación se presenta un bosquejo de la situación planteada



El área verde se podría hallar como el área total quitándole la parte no verde, esto es

$$Area\ verde = área\ del\ rectángulo - área\ del\ círculo$$

Área del rectángulo

$$Base \times altura = 20m \times 12m = 240m^2$$

Área del círculo

$$\pi \cdot r^2 = \pi \cdot 9 = 9\pi = 28{,}26m^2$$

Por tanto se obtiene que

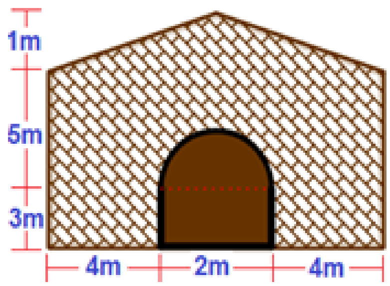
$$Área\ verde = área\ del\ rectángulo - área\ del\ círculo$$

$$Área\ verde = 240m^2 - 28{,}26m^2 = 211{,}74m^2$$

Esto es, el área perteneciente a la zona verde o de bosque, es $211{,}74m^2$

Ejemplo 3

En el gráfico se muestra la parte de la pared de una casa vieja que se requiere pintar debido al deterioro por el paso del tiempo.



Si un pintor, después de hacer las cuentas con materiales y trabajo, le cobra a $12000 el metro cuadrado ¿Cuánto costará pintar toda la pared sin incluir la puerta cuya parte superior es un semicírculo?

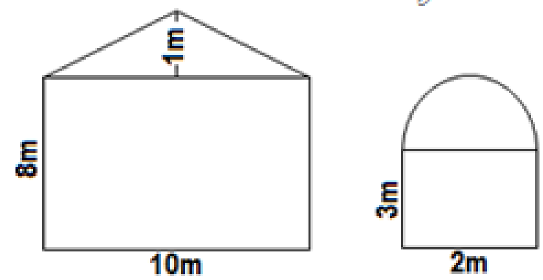
Solución

Para saber cuánto vale pintar toda la pared se necesita conocer primero cuanta área se va a pintar y luego, simplemente, se multiplica el costo de pintar un metro cuadrado por la cantidad de metros cuadrados que requiere pintar.

Para hallar el área a pintar, como no es una figura convencional a la cual se le pueda hallar el área mediante una fórmula, se puede hallar el área a pintar como sigue

$$\text{Área a pintar} = área\ total - área\ de\ la\ puerta$$

Haciendo un bosquejo de la situación sería lo siguiente



Área total = rectángulo + triángulo
= 80 m^2 + 5m^2
= 85 m^2

Área de la puerta = rectángulo + semicírculo
= 6 m^2 + 3,14 m^2
= 9, 14 m^2

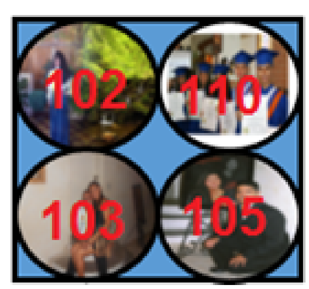
Área a pintar = área total – área de la puerta
= 85m^2 - 9,14 m^2
= 94,14 m^2

Como el área a pintar es 94,14 m^2 y cada metro cuadrado cuesta $12000.

Total a pagar = valor unitario x cantidad
= 120000 x 94,14
= 1129680

Ejemplo 4

En una malla publicitaria cuadrada de 160 cm de lado, están los candidatos aspirantes al senado pertenecientes a cierto partido político, dentro de 4 círculos iguales.



Determinar el área de la malla que no se utilizó para propaganda.

Solución

El área de la malla que no se utilizó para propaganda es la que queda por fuera de los círculos.

Para hallar esta área no utilizada basta con restarle el área de los 4 círculos al área total (cuadrado)

Área no utilizada = cuadrado - 4 círculos

Área del cuadrado = 160cm x 160 cm
= 25600 cm^2

Área de los 4 círculos
Como el lado del cuadrado mide 160 cm, y a lo largo de este caben dos círculos, cada círculo tiene de ancho máximo (diámetro) 80 cm y por ende su radio sería 40 cm.

Área de los 4 círculos = 4 ($\pi \cdot r^2$)
= 4 ($3.14 \times 1600 cm^2$)
= 4 ($5024 cm^2$)
= 20096 cm^2

De donde se concluye que

Área no utilizada = cuadrado - 4 círculos
= 25600 cm^2 - 20096 cm^2
= 5504 cm^2